? À déposer AVANT le mardi 28 octobre 2025 à 9h00

Devoir Maison n°5 : Électronique

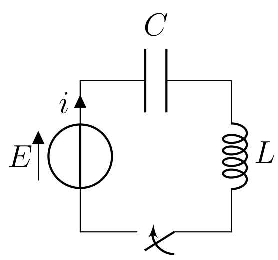
- Le DS ayant lieu le lundi de la rentrée, le DM est à RENDRE PENDANT LES VACANCES, afin que je puisse le corriger avant le DS, vous annoter vos copies, et vous donner le corrigé.
- Ainsi, vous devez ABSOLUMENT déposer votre copie sur `https://cahier-de-prepa.fr/pcsi-vernet/transferts?phys` AVANT MARDI 28 octobre à 9h00.
- Consignes à respecter obligatoirement :
  - votre copie doit être en UN UNIQUE fichier PDF (vous pouvez utiliser les applications pour smartphones suivantes : Adobe Scan, ou Cam Scanner ou ... qui permettent de scanner convenablement des documents et les regrouper facilement en un seul fichier pdf),
  - les pages doivent être dans l'ordre,
  - les photos doivent être de qualité convenables (droites, pas trop sombres, pas trop claires,..., dans le sens normal d'une copie,...),
  - vous rendez une copie, elle doit être présentée comme toute copie !
- Tout manquement au respect des consignes (date et heure de dépôt, présentation de la copie, du fichier,...) entraînera la note de 0.
- Pour toute question, n'hésitez pas à me contacter par mail : `nvalade.pcsi@gmail.com` ou par `cahier-de-prepa`.

Travail à réaliser :

- Pour les étudiant.e.s ayant eu moins de 10 aux deux premiers DS, ne pas traiter les questions indiquées avec des ♪.
- Pour les étudiant.e.s ayant eu plus de 14 aux deux premiers DS, traiter la totalité du devoir.
- Entre les deux, faites comme vous le sentez au mieux, plus vous en faites, mieux c'est, mais tout dépend votre niveau de maitrise en ce moment.

Exercice n°1 Circuit LC

On étudie le circuit ci-contre. Pour $t < 0$, le condensateur est déchargé.
À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur, ce qui connecte le générateur idéal de fem E constante au condensateur et à la bobine.



Q1. **Établir** l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i qui circule dans le circuit et l'écrire sous forme canonique

$$\frac{\mathrm{d}^2 i}{\mathrm{d}t^2} + \omega_0^2 i = 0$$

Identifier ω_0. Quels sont son nom et son unité ?

Q2. **Déterminer** proprement les valeurs de $i(0^+)$ et $\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t}(0^+)$.

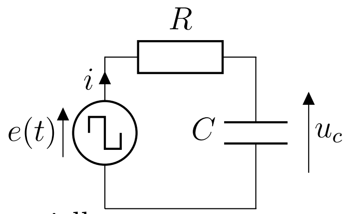
Q3. **Résoudre complètement** l'équation différentielle.

Q4. **Représenter l'allure** de $i(t)$.

Q5. **Établir** le bilan de puissance de ce circuit, et interpréter les différents termes y apparaissant.

Exercice n°2 Circuit RC soumis à une tension créneau : Algorithme d'Euler

On étudie le circuit RC ci-contre alimenté par un générateur délivrant une tension e qui peut dépendre du temps.



La tension aux bornes du condensateur vérifie l'équation différentielle :

$$\frac{\mathrm{d}u_c}{\mathrm{d}t} = \frac{e(t) - u_c(t)}{\tau} \quad \text{avec} \quad \tau = RC$$

Pour résoudre ce système, en utilisant la méthode d'Euler, sur un intervalle $I = [t_0, t_f]$, on commence par discrétiser le temps. Soit N le nombre d'intervalles de temps souhaité dans I, on obtient alors le **pas** de résolution : $h = \dfrac{t_f - t_0}{N}$

L'instant t_i est donné par, avec i entier variant entre 0 et N (pour avoir N intervalles, il y aura donne $N+1$ points) : $t_i = t_0 + i \times h$.

On note u_i la valeur approchée de $u_c(t_i)$ dans le cadre de l'algorithme d'Euler.

Q1. **Établir** la relation de récurrence entre $u_{i+1} = u_c(t_{i+1})$ et $u_i = u_c(t_i)$ s'écrit, en fonction de $e_i = e(t_i)$:

$$u_{i+1} = u_i + \frac{e_i - u_i}{\tau} \times h$$

On considère le cas où le circuit est soumis à une tension créneau de période $\dfrac{T}{2}$: $e(t)$, avec $e(t) = 0$ pendant la première moitié de la période et $e(t) = E$ pendant la deuxième moitié de la période.
On met en œuvre la méthode d'Euler pour résoudre l'équation différentielle précédente, avec $u_c(0) = 0$, pour $N = 1000$ intervalles, et avec une période du créneau $T = 5.10^{-3}$ s.

Q2. **Compléter** et compiler le code sur https://capytale2.ac-paris.fr/web/c/c5f8-7465461

c5f8-7465461

Q3. **Recopier** sur votre copie et **compléter le code** ci-dessous qui traduit la relation de récurrence :

```python
for i in range(0,N):
    liste_u[i+1] =              # (à compléter)
```

Q4. **Recopier l'allure** de $u_c(t)$ obtenue.

Q5. Influence de la période du créneau

(a) **Modifier**, successivement (il faudra tout compiler pour chaque valeur), la valeur de la période du créneau : $T = 1.10^{-3}$ s ; $T = 3.10^{-3}$ s ; $T = 10.10^{-3}$ s

(b) **Recopier l'allure** du graphe obtenue dans les différents cas. Commenter.

(c) **Conclure** sur la valeur à choisir pour la période du créneau permettant d'étudier le régime transitoire et le régime permanent. *On pourra faire le lien avec le TP n°4.*

Exercice n°3 Guirlande de Noël

On cherche à optimiser l'alimentation électrique d'un système comportant deux guirlandes électriques numérotées 1 et 2 et modélisées par des conducteurs ohmiques de résistances identiques $R_1 = R_2 = R$.
La première guirlande est dédiée à un fonctionnement continu.
La seconde est associée avec un interrupteur K en série qui bascule de manière périodique afin de produire un clignotement.
On supposera que la puissance lumineuse fournie par ces guirlandes est proportionnelle à la puissance électrique qu'elles reçoivent.
On considère le circuit ci-contre, alimenté par un générateur réel de f.e.m. E (avec $E > 0$) et de résistance interne r.

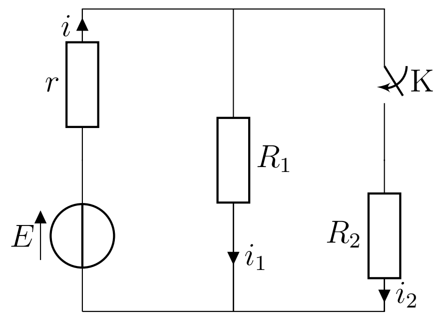


FIGURE 1 – Circuit électrique modélisant 2 guirlandes

Q1. On considère l'interrupteur K ouvert.

(a) **Établir** l'expression de l'intensité i, notée i_{ouvert} en fonction de E, r et R.

(b) **Déterminer** l'expression de la puissance électrique $\mathscr{P}_{1\text{ouvert}}$ reçue par la guirlande R_1.

(c) Quelle est dans cette configuration la puissance reçue $\mathscr{P}_{2\text{ouvert}}$, reçue par la seconde guirlande R_2 ?

Q2. On considère maintenant le cas ou l'interrupteur K est fermé.

(a) **Associer** l'ensemble des résistances ensemble, on notera R_{tot} la résistance équivalente.

(b) Quelle est alors la **nouvelle expression** pour l'intensité i, notée $i_{\text{fermé}}$?

(c) Sans utiliser de loi d'Ohm, des nœuds et des mailles, mais une formule bien pratique dans cette configuration, établir les expressions des intensités i_1 et i_2 circulant dans les deux guirlandes.

(d) Quelles sont alors les puissances $\mathscr{P}_{1\text{fermé}}$ et $\mathscr{P}_{2\text{fermé}}$ reçues par les deux guirlandes ?

Q3. ♪ ♪ La puissance reçue par la première guirlande (celle qui ne doit pas clignoter) est-elle identique lors des deux régimes étudiés ? **Interpréter** ce résultat.

Q4. ♪ ♪ Comment doit-on choisir r par rapport à R pour limiter cet effet ? Cette condition est-elle vérifiée pour $r = 1\ \Omega$ et $R = 2\ \Omega$?

On cherche à optimiser le circuit représenté sur la figure 1 en ajoutant une bobine d'inductance L dans la branche de la guirlande 1.
On rappelle que la guirlande 1 (modélisée par R_1) est dédiée à un fonctionnement continu alors que la guirlande 2 (modélisée par R_2), associée à un interrupteur K en série qui bascule de manière périodique, produit un clignotement.
L'interrupteur K est ouvert de manière périodique pour $t \in \left[0, \frac{T}{2}\right[$ et fermé pour $t \in \left[\frac{T}{2}, T\right[$.

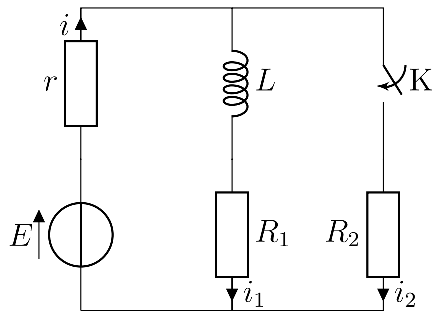


FIGURE 2 – Circuit électrique optimisé

On étudie le circuit sur l'intervalle $\left[0, \frac{T}{2}\right[$ sur lequel l'interrupteur K est ouvert.

Q5. **Établir** l'équation différentielle dont i_1 est solution sur l'intervalle $\left[0, \frac{T}{2}\right[$:

$$\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + \frac{i_1}{\tau_0} = \frac{i_{1\text{ouvert}}(\infty)}{\tau_0}$$

Exprimer le temps caractéristique τ_0, et vérifier ensuite que l'ajout de la bobine ne modifie pas la valeur du courant i en régime permanent. Pour pouvoir comparer, on prendra comme valeur de référence (sans bobine), c'est-à-dire vérifier que $i_{1\text{ouvert}}(\infty) = i_{\text{ouvert}} = \dfrac{E}{R+r}$.

Q6. **Résoudre complètement** cette équation différentielle si pour $t < 0$, aucun courant ne circulait dans le circuit.

On s'intéresse maintenant à l'intervalle $\left[\frac{T}{2}, T\right[$, lorsque l'interrupteur K est fermé.

Q7. **Montrer** que i_1 est alors solution de l'équation suivante :

$$\frac{\mathrm{d}i_1}{\mathrm{d}t} + \frac{i_1}{\tau_f} = \frac{E}{L\left(1+\frac{r}{R}\right)}$$

On donnera l'expression de τ_f en fonction de L, R et r.

Q8. **Résoudre complètement** cette équation différentielle si pour, dans le cas où avant que l'interrupteur se ferme, à $t = \frac{T^-}{2}$, le régime permanent était atteint.

Q9. ♪♪ **Vérifier**, qu'une fois le régime permanent est atteint, notée $i_{1,\text{fermé}}(\infty)$, est identique à $i_{\text{fermé}} = \frac{E}{R+2r}$.

On étudie ensuite expérimentalement les variations du courant i_1 en mesurant la tension aux bornes de la guirlande R_1 à l'aide d'un oscilloscope et on obtient le résultat suivant pour deux valeurs différentes de l'inductance L :

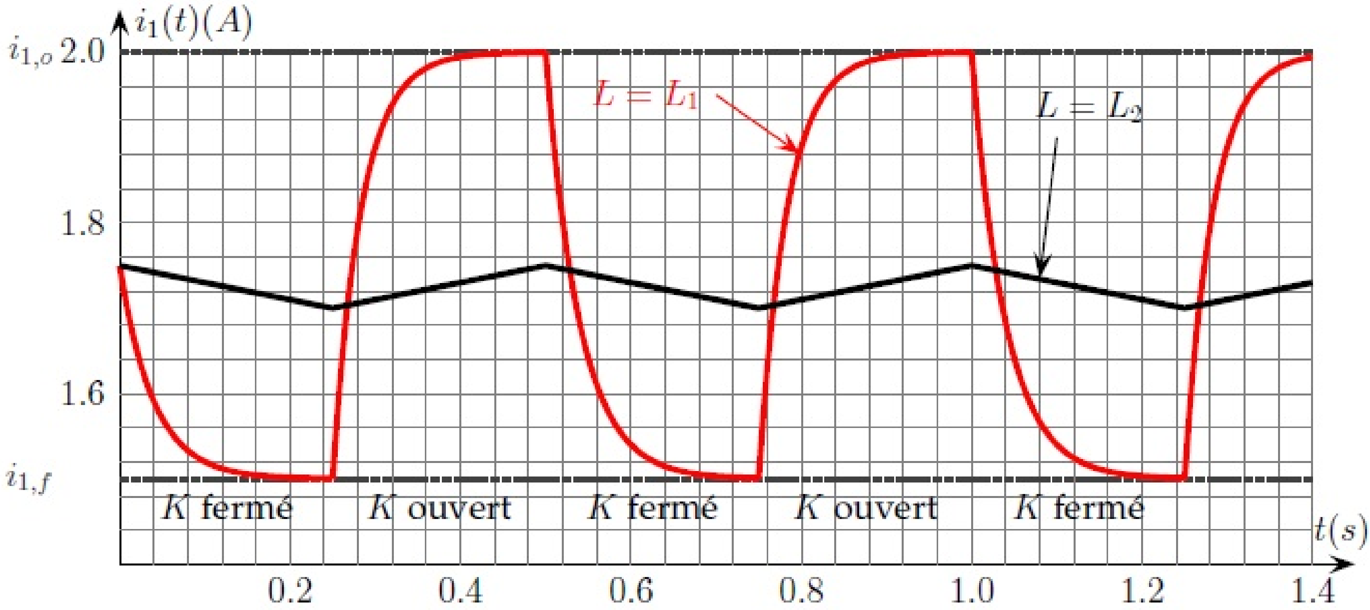


FIGURE 3 – Intensité du courant dans la branche de la guirlande 1 pour 2 valeurs d'inductance

Q10. **Déterminer** la valeur de L_1 à partir de l'étude graphique (on rappelle que $r = 1\,\Omega$ et $R = 2\,\Omega$) en expliquant votre démarche.

Q11. ♪♪ **Justifiez** ensuite qualitativement que $L_2 \gg L_1$ (sans chercher à déterminer la valeur de L_2), ainsi que l'allure de la courbe pour cette valeur L_2.

Q12. ♪♪ Quelle est la valeur de l'inductance à retenir parmi L_1 ou L_2 pour minimiser les variations du courant passant dans la première guirlande ? **Justifier** soigneusement votre réponse.