Tu peux le faire
Ne doute pas de tes capacités
N'abandonne pas et reste concentré.e
Crois en toi
Tu as les ressources en toi pour réussir
Fais de ton mieux.
Ne lâche rien

Lundi 1er décembre 2025 — *Durée : 2 heures*

Devoir Surveillé n°5 (1-0) — Oscillateurs amortis

La calculatrice est INTERDITE

Check-list à cocher !

Sur la forme :	
Ma copie est rédigée sur des copies doubles.	❏
Prendre une nouvelle copie double pour chaque exercice.	❏
Ma copie est propre.	❏
Chaque réponse commence par une phrase / des mots.	❏
Les résultats littéraux sont encadrés, les applications numériques soulignées.	❏
Un long trait horizontal est tiré entre chaque question.	❏
Les pages sont numérotées.	❏
Sur le fond :	
Les expressions littérales sont homogènes.	❏
Les applications numériques sont suivies d'une unité adaptée.	❏

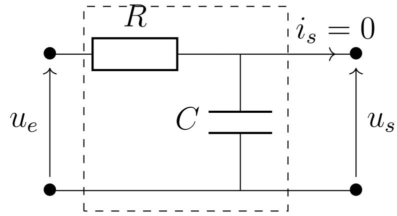
Ce sujet comporte 3 exercices totalement indépendants qui peuvent être traités dans l'ordre souhaité. L'énoncé est constitué de 4 pages.

Contenu du DS :

Données numériques

- $0,75^2 \approx 0,56$; $0,94^2 \approx 0,88$; $12,2^2 \approx 150$
- $\dfrac{1}{0,94} \approx 1,1$
- $\sqrt{2} \approx 1,4$
- $3 \times 1,4 = ...$; $4 \times 1,4 = ...$; $5 \times 1,4 = ...$

Exercice n°1 Questions de cours sur les filtres *(Durée ∼ 30 min)*



On étudie le filtre ci-contre constitué d'une résistance R et d'un condensateur de capacité C, alimenté par une tension sinusoïdale $u_e(t) = U_{em}\cos(\omega t)$.

Q1. **Définir** la fonction de transfert du filtre ci-dessus.

Q2. **Établir** l'expression de la fonction de transfert du filtre ci-dessus.

On admet qu'elle s'écrit $\underline{H} = \dfrac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}}$ où ω_c est la pulsation de coupure.

Q3. **Définir** le gain en décibels.

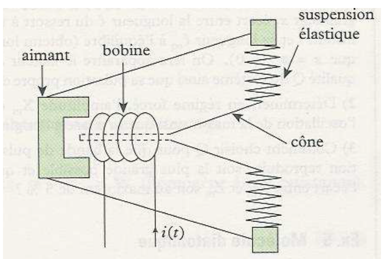
Q4. On étudie le comportement à basse fréquence.
   (a) **Établir** l'équivalent de la fonction de transfert à basse fréquence.
   (b) **En déduire** l'équation de l'asymptote au diagramme de Bode en gain.
   (c) **En déduire** l'équation de l'asymptote au diagramme de Bode en phase.

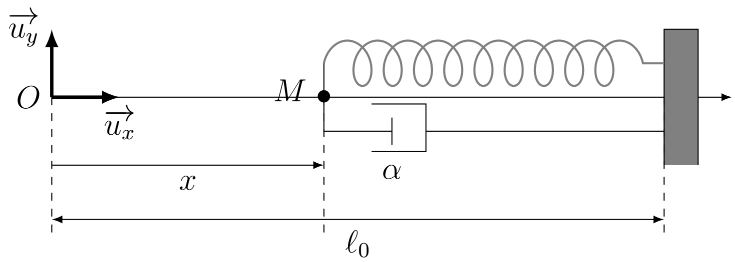
Q5. On étudie le comportement à haute fréquence.
   (a) **Établir** l'équivalent de la fonction de transfert à haute fréquence.
   (b) **En déduire** l'équation de l'asymptote au diagramme de Bode en gain.
   (c) **En déduire** l'équation de l'asymptote au diagramme de Bode en phase.

Q6. **Représenter** le diagramme de Bode asymptotique **sur le document réponse**. On pourra prendre $\omega_c = 10^3$ rad $\cdot$ s^{-1}.

Exercice n°2 Haut-parleur *(Durée ∼ 50 min)*

On modélise la partie mécanique d'un haut-parleur comme une masse m, se déplaçant horizontalement le long d'un axe $(O, \overrightarrow{u_x})$.





Cette masse est reliée à un ressort de longueur à vide ℓ_0 et de raideur k et à un amortisseur fluide de constante α dont l'action est modélisée par la force $\overrightarrow{f} = -\alpha\overrightarrow{v}$.
Elle est par ailleurs soumise à une force $\overrightarrow{F}(t)$, imposée par le courant $i(t)$ entrant dans le haut-parleur qui s'exprime selon $\overrightarrow{F}(t) = Ki(t)\overrightarrow{u_x}$, où K est une constante et $i(t) = I_m\cos(\omega t)$.
On travaille dans le référentiel du laboratoire $(O, \overrightarrow{u_x}, \overrightarrow{u_y})$.
Données : $m = 10$ g ; $k = 15.10^3$ N $\cdot$ m^{-1} ; $K = 200$ N $\cdot$ A^{-1} ; $I_m = 1,0$ A.

Q1. **Montrer que** la force de rappel élastique s'exprime selon $\overrightarrow{f_{\text{él}}} = -kx(t)\overrightarrow{u_x}$. *La réponse devra être très proprement justifiée pour obtenir les points.*

Q2. **Établir** l'équation différentielle vérifiée par x, la position de la masse m.

Q3. **Montrer** qu'elle s'écrit sous la forme canonique suivante :

$$\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} + \frac{\omega_0}{Q}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} + \omega_0^2 x = \frac{K}{m}i(t)$$

Identifier les expressions de ω_0 et Q.

Q4. **Justifier** que la réponse en régime forcée s'écrit sous la forme $x(t) = X_m \cos(\omega t + \varphi)$.

On utilise la représentation complexe pour étudier le régime forcé.

Q5. **Établir** l'expression de l'amplitude complexe $\underline{X_m}$ de la réponse $\underline{x}$. On pourra introduire $u = \dfrac{\omega}{\omega_0}$ la pulsation réduite.

Q6. **Montrer que** l'amplitude se met sous la forme :

$$X_m = \frac{B}{\sqrt{(1-u^2)^2 + \dfrac{u^2}{Q^2}}}$$

où B est une constante en fonction de K, I_m et m.

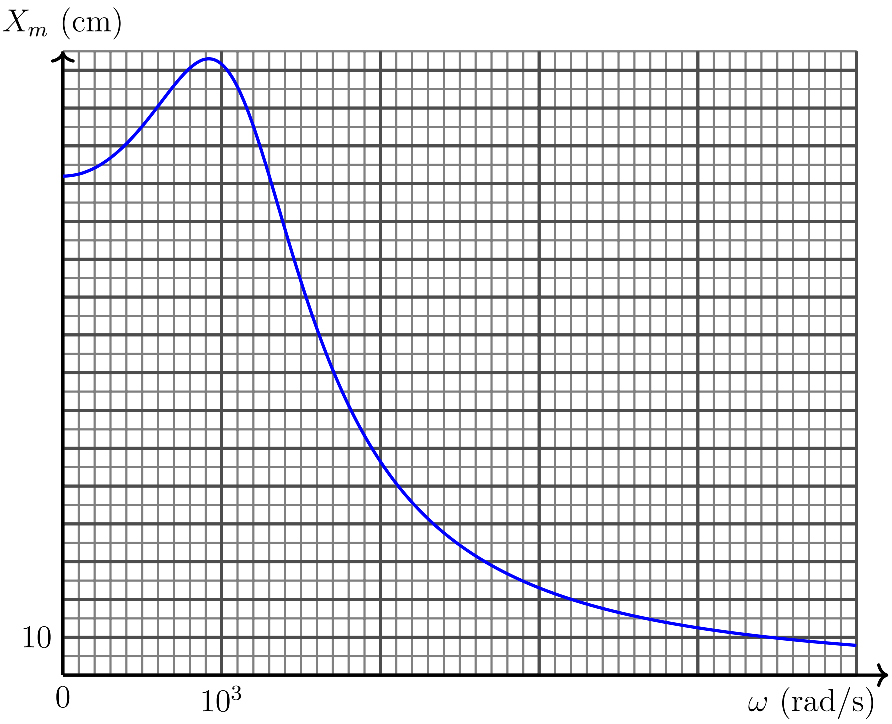
On introduit la fonction $g : u \mapsto (1-u^2)^2 + \dfrac{u^2}{Q^2}$

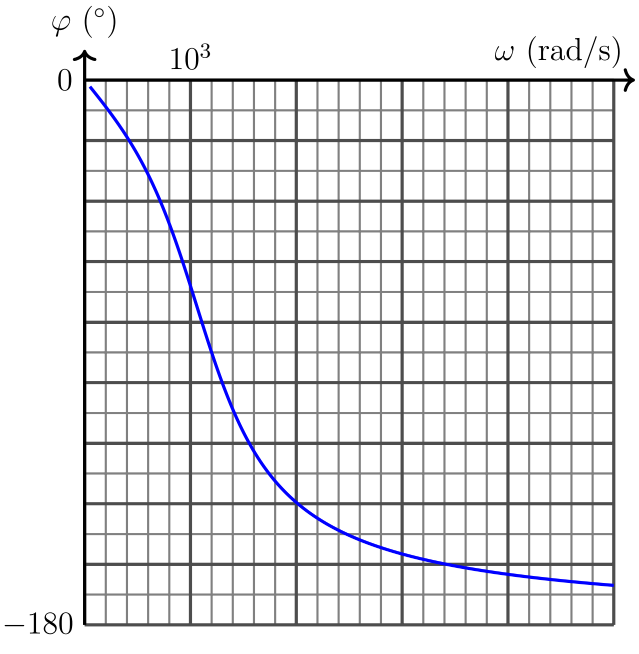
Q7. (a) Après avoir calculer la dérivée de g par rapport à u, déterminer les valeurs de u qui annulent la dérivée de g.

(b) **En déduire** qu'il se produit une résonance pour une pulsation ω_r dont on établira l'expression en fonction de ω_0 et Q, et **à condition que** que $Q \geq \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Q8. **Exprimer** $\underline{X_m}$ à la pulsation propre ω_0. Que vaut la phase $\varphi(\omega_0)$?

On a tracé ci-dessous les courbes de $X_m(\omega)$ et de $\varphi(\omega)$.

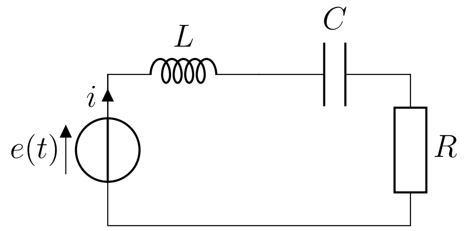




Q9. **Déterminer graphiquement** ω_r et ω_0.
En déduire la valeur du facteur de qualité.

Exercice n°3 Un circuit RLC *(Durée ∼ 30 min)*

On considère le circuit représenté ci-contre.
Il est alimenté par un générateur de tension sinusoïdale : $e(t) = E_m \cos(\omega t)$.
On étudie le circuit en régime sinusoïdal forcé, et on veut étudier $i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi)$



Q1. **Établir** l'expression de l'impédance équivalente $\underline{Z}_{\text{éq}}$ du circuit.
Reproduire le circuit avec le générateur et $\underline{Z}_{\text{éq}}$.

Q2. **Établir** l'expression de l'amplitude complexe $\underline{I_m}$ de l'intensité $\underline{i}$ en fonction de E_m, R, L, C et ω.

On admet qu'elle peut s'écrire sous la forme

$$\underline{I_m} = \frac{E_m/R}{1 + jQ\left(\dfrac{\omega}{\omega_0} - \dfrac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

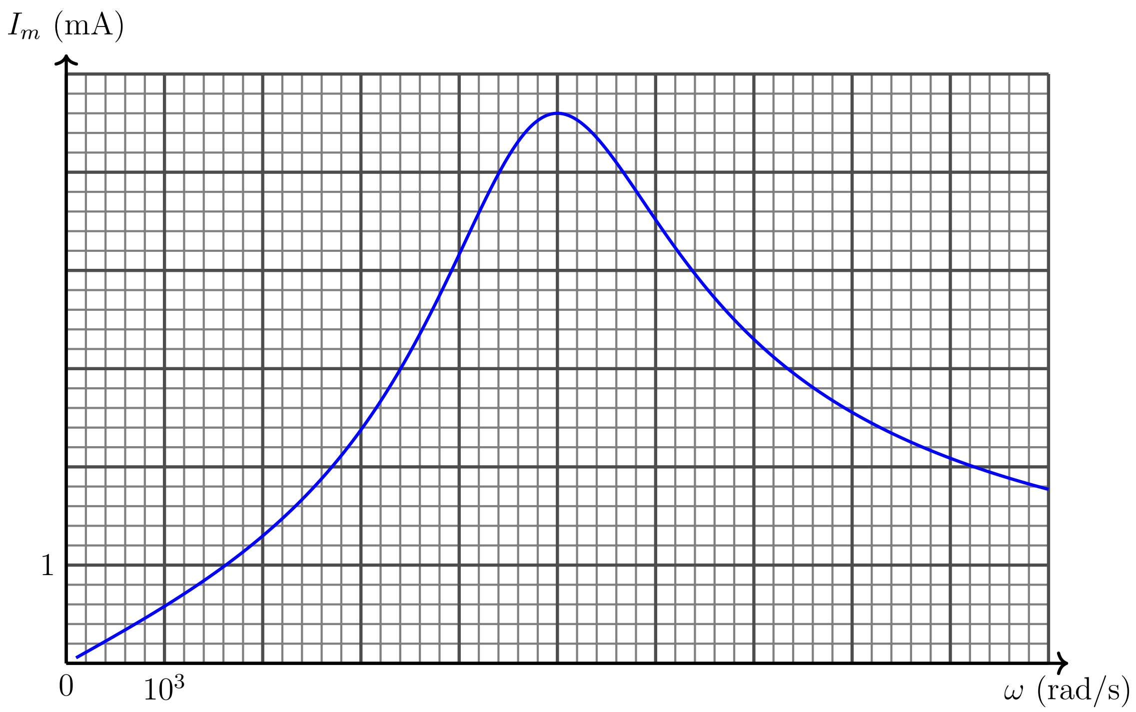
où $\omega_0 = \dfrac{1}{\sqrt{LC}}$ et $Q = \dfrac{1}{R}\sqrt{\dfrac{L}{C}}$

Q3. **Exprimer** l'amplitude I_m.

Q4. **Montrer** qu'il se produit une résonance pour une pulsation que l'on exprimera en fonction de ω_0 indépendamment de la valeur de Q.

Q5. Après avoir **rappelé la définition** de la bande passante à -3 dB, **donner** l'expression de sa largeur, notée $\Delta\omega$ en fonction de ω_0 et Q.

Q6. **Déterminer** ω_0 et Q à l'aide des graphes ci-dessous. **Justifier** la réponse.



DOCUMENT RÉPONSE À RENDRE

NOM : ______________________ Prénom : ______________________