

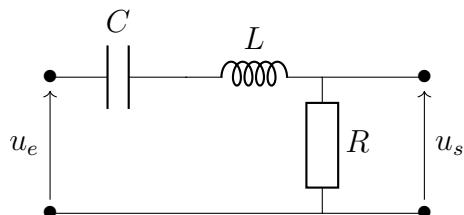
## Sujet n°1

### TP

Détailler le protocole de mesure du déphasage entre deux signaux sinusoïdaux de même fréquence.

### Question de cours

On étudie le circuit RLC série alimenté par une tension sinusoïdale  $u_e(t) = U_{em} \cos(\omega t)$ .



- 1 - Déterminer la nature du filtre à partir du circuit.
- 2 - Établir la fonction de transfert harmonique de ce filtre.

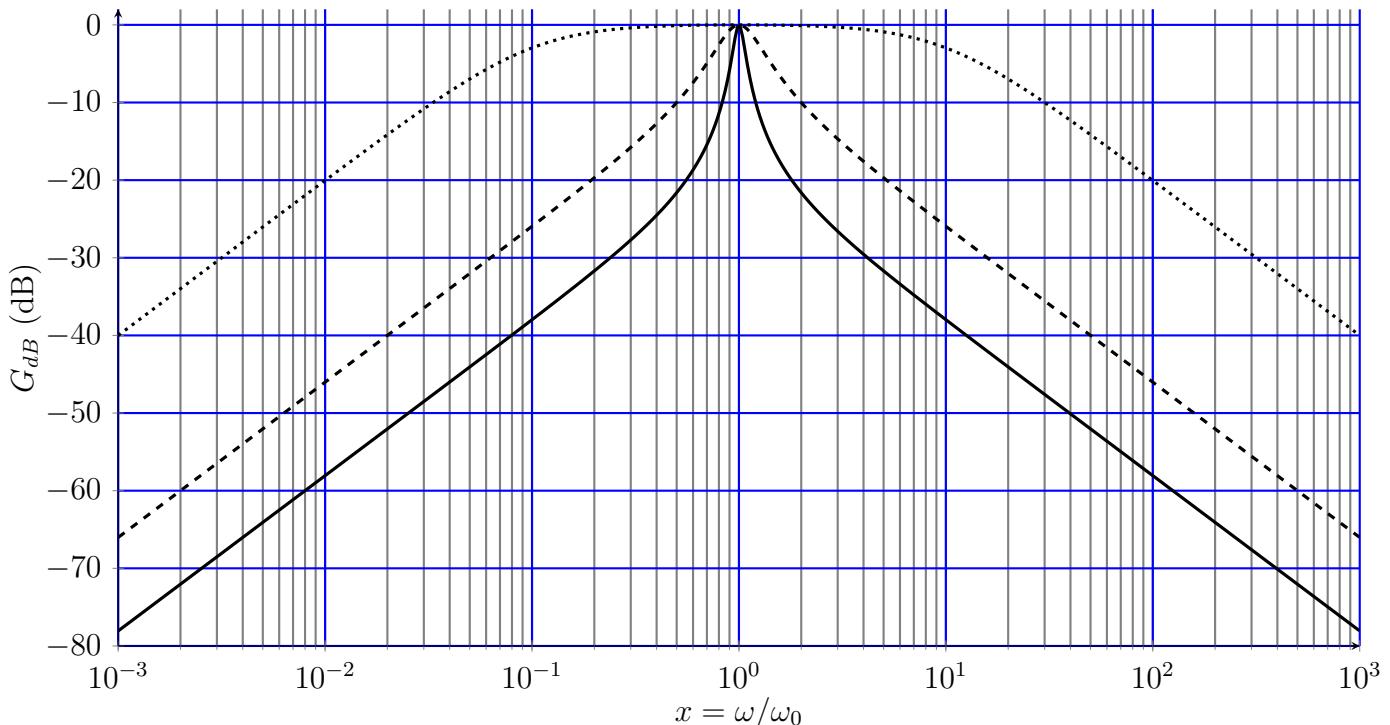
On admet (pour la colle, mais le calcul a été fait dans le chapitre n°7 et doit être maîtrisé) qu'elle peut s'écrire :

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right)}, \text{ avec } \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \text{ et } Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}.$$

- 3 - Pour quelle pulsation le gain est-il maximal ?

Rappeler l'expression de la largeur de la bande passante  $\Delta\omega$  pour ce système.

On donne ci-dessous le diagramme de Bode du filtre précédent pour différentes valeurs de  $Q$ .



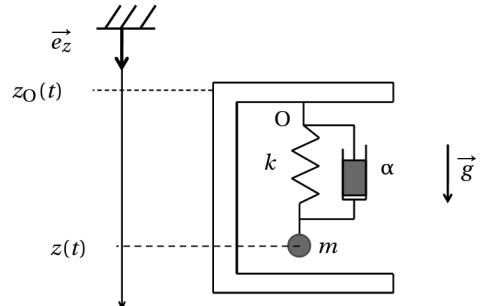
- 4 - Déterminer graphiquement les caractéristiques des asymptotes. Dépendent-elles du facteur de qualité ?
- 5 - Déterminer les équations des asymptotes.

## Exercice n°1 Stabilisateur photo

On se propose d'étudier le fonctionnement d'un accéléromètre à détection capacitive. Son principe est le suivant : une poutre suspendue appelée masse sismique constitue l'une des armatures d'un condensateur plan. L'autre armature est solidaire de l'appareil photographique dont on veut mesurer l'accélération. Les variations de capacité liées au déplacement de la masse sismique permettent de suivre son mouvement.

On modélise la structure mécanique étudiée par une masse ponctuelle  $M$  de masse  $m$ , suspendue à l'extrémité d'un ressort de constante de raideur  $k$  et de longueur à vide  $l_0$ , dont l'autre extrémité est fixée en  $O$  au bâti solidaire de l'appareil photographique. On s'intéresse à la détermination de l'amplitude  $Z_O$  de la vibration engendrée par le tremblement de la main du photographe située au niveau du point  $O$ . On considère pour cela que le point  $O$  oscille verticalement à la pulsation  $\omega$  avec une amplitude  $Z_O$  dans le référentiel terrestre considéré comme galiléen.

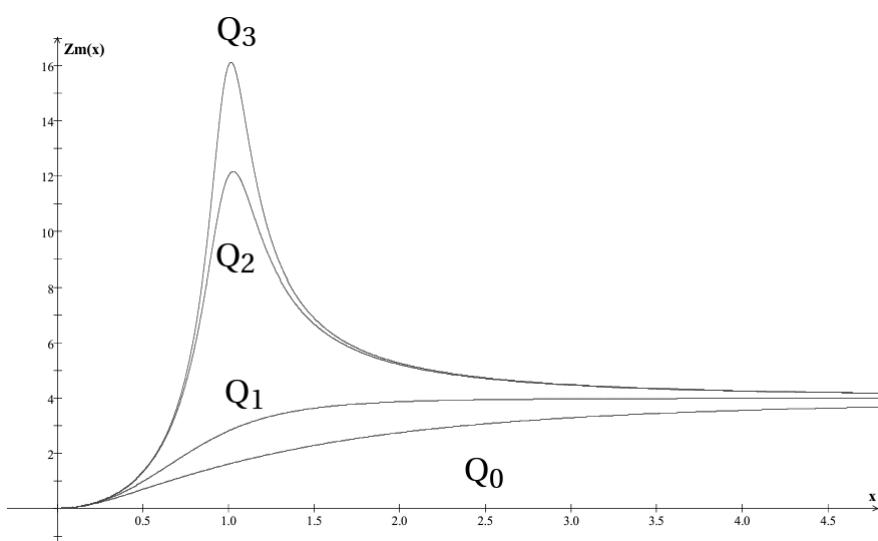
Sa position y est repérée par sa cote  $z_O(t) = Z_O \cos \omega t$ . La position de la masse  $M$  est repérée dans ce même référentiel par sa cote  $z$ . Les amortissements sont modélisés par une force de frottement de la forme  $\vec{F}_f = -\alpha(\dot{z} - \dot{z}_O)\vec{e}_z$  où  $(\dot{z} - \dot{z}_O)\vec{e}_z$  représente la vitesse relative du point  $M$  par rapport à l'appareil photo.



- 1 - En l'absence de mouvement du photographe soit  $z_O(t) = 0$ , quelle est la longueur d'équilibre  $l_{eq} = z_{eq}$  du ressort en fonction de  $l_0, m, g$  et  $k$  ?
- 2 - En posant  $Z(t) = z(t) - z_O(t) - z_{eq}$ , montrer qu'on a  $\ddot{Z} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{Z} + \omega_0^2 Z = Z_O \omega^2 \cos \omega t$ . Nommer  $\omega_0$  et  $Q$ . Préciser leur dimension et leur expression en fonction de  $m, \alpha$  et  $k$ .

On s'intéresse au mouvement de la masse en régime établi.

- 3 - Établir l'expression de l'amplitude du mouvement de  $M$  en fonction de celle de  $O$ ,  $Q$  et de la pulsation réduite  $x = \frac{\omega}{\omega_0}$
- 4 - Étudier les limites de  $Z_M$  à basses fréquences et à hautes fréquence. Quelle est la nature du filtre associé à  $Z_M(x)$  ?
- 5 - Étudier l'existence d'une résonance.
- 6 - On a tracé les allures possibles de  $Z_M$  pour différentes valeurs de  $Q$  (on a pris pour le tracé  $Z_O = 4,0 \text{ cm}$ ,  $Q_0 = 0,40$ ,  $Q_1 = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ,  $Q_2 = 3,0$  et  $Q_3 = 4,0$ ). Comment faut-il choisir le facteur de qualité du système et sa pulsation propre pour qu'il fonctionne c'est-à-dire qu'il détecte l'amplitude  $Z_O$  des tremblements sur une plage de fréquences de tremblements la plus large possible afin de les compenser ?



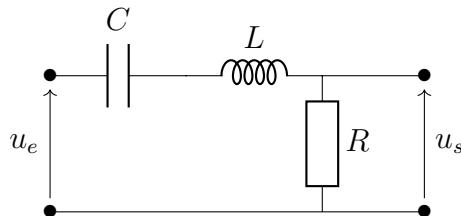
## Sujet n°2

### Exercice n°1 TP

Pour tracer expérimentalement le diagramme de Bode d'un filtre passe-bande de fréquence propre 1 kHz, comment devez-vous répartir les mesures en terme de fréquence ?

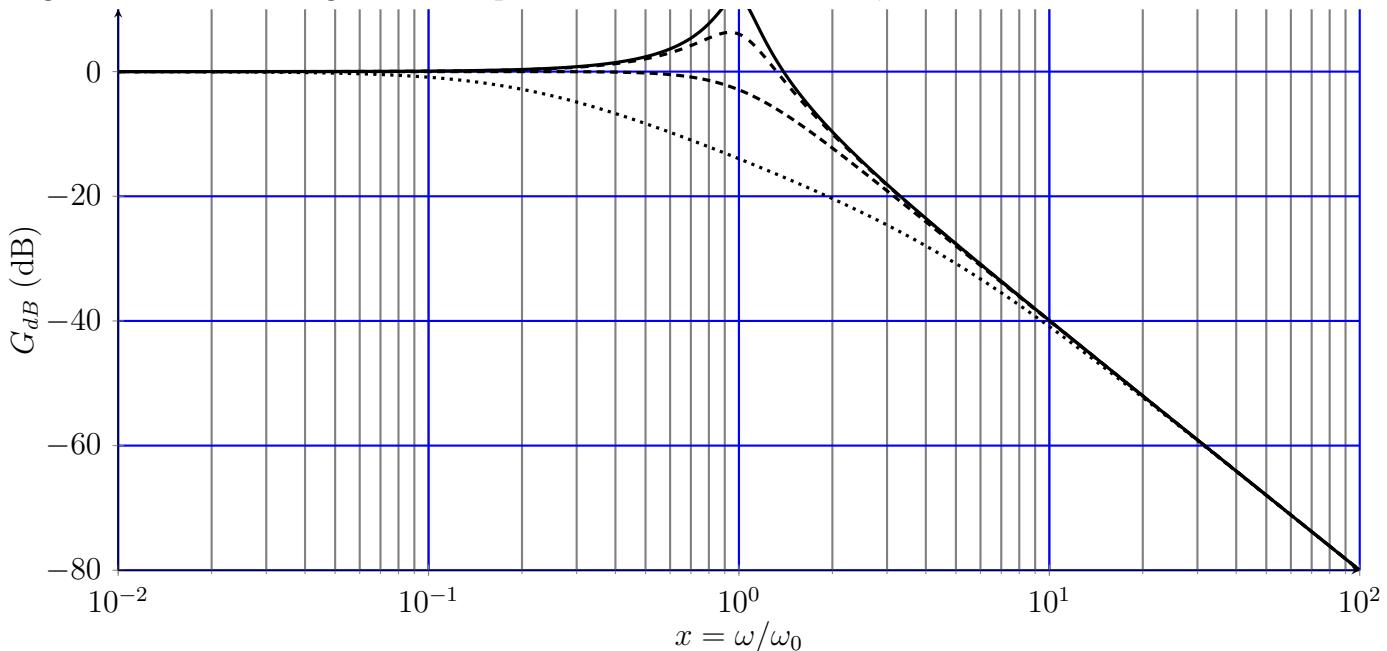
#### Question de cours

On étudie le circuit RLC série alimenté par une tension sinusoïdale  $u_e(t) = U_{em} \cos(\omega t)$ .



- 1 - Déterminer la nature du filtre par une étude asymptotique.
- 2 - Établir la fonction de transfert.

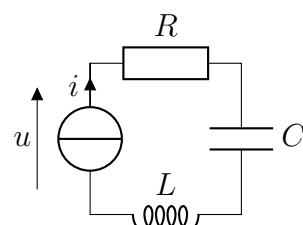
On donne la fonction de transfert harmonique d'un filtre passe-bas du 2<sup>e</sup> ordre  $H(j\omega) = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + j\frac{\omega}{Q\omega_0}}$  et le diagramme de Bode en gain associé pour différentes valeurs de  $Q$ .



- 3 - Déterminer graphiquement les équations des asymptotes. Dépendent-elles du facteur de qualité ?
- 4 - Déterminer les équations des asymptotes.
- 5 - Quel est l'intérêt d'un filtre passe-bas du deuxième ordre par rapport au premier ordre ? Que peut-il se produire avec un filtre du 2<sup>e</sup> ordre ? Est-ce souhaitable pour un filtre passe-bas ? Comment choisir  $Q$  ?

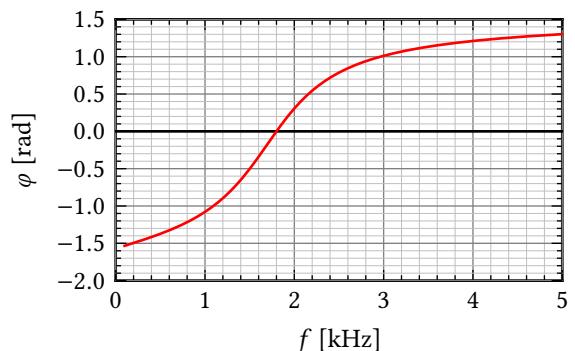
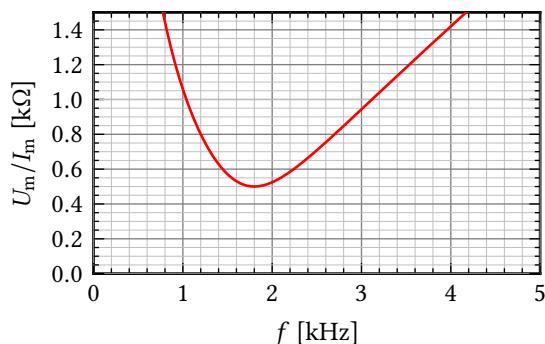
### Exercice n°2 Résonance en tension forcée en courant

On étudie le circuit ci-contre alimenté par un générateur idéal de courant imposant  $i(t) = I_m \cos(\omega t)$ .



- 1 - Déterminer l'amplitude complexe  $\underline{U}$  et l'écrire sous la forme  $\underline{U} = R \left[ 1 + jQ \left( \frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega} \right) \right] \underline{I}$ .
- 2 - Justifier que ce circuit ne présente pas de résonance en tension, mais une anti-résonance pour laquelle le rapport  $U_m/I_m$  est minimal. Déterminer la pulsation d'anti-résonance  $\omega_a$ . Que vaut le déphasage entre  $i$  et  $u$  à cette pulsation ? L'existence de l'anti-résonance dépend-elle du facteur de qualité du circuit ?

- 3 - On s'intéresse à la largeur en fréquence de l'anti-résonance. Montrer que les pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2 > \omega_1$  telles que  $|\underline{U}(\omega_1)| = |\underline{U}(\omega_2)| = \sqrt{2} |\underline{U}(\omega_a)|$  sont données par  $\omega_{1,2} = \Omega \pm \frac{\omega_0}{2Q}$  avec  $\Omega = \frac{\omega_0}{2} \sqrt{\frac{1}{Q^2} - 4}$ . En déduire la largeur  $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$  de l'anti-résonance.
- 4 - Des relevés expérimentaux de  $U_m/I_m$  et du déphasage de  $u$  par rapport à  $i$  sont représentés ci-dessous. En déduire la fréquence propre et le facteur de qualité du circuit.



## Sujet n°3

### TP

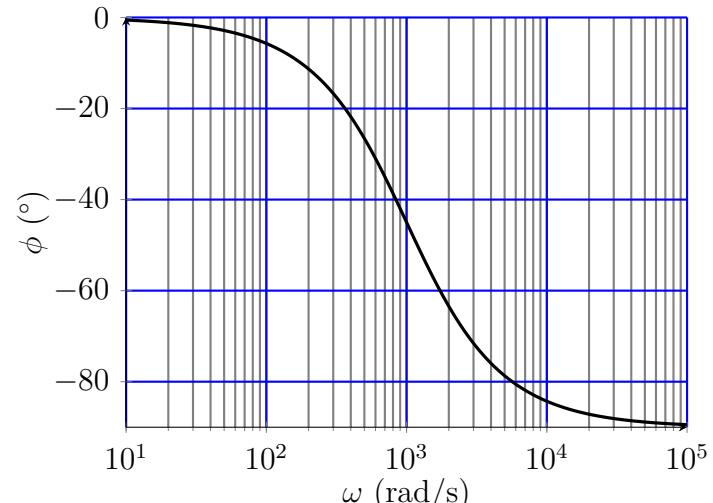
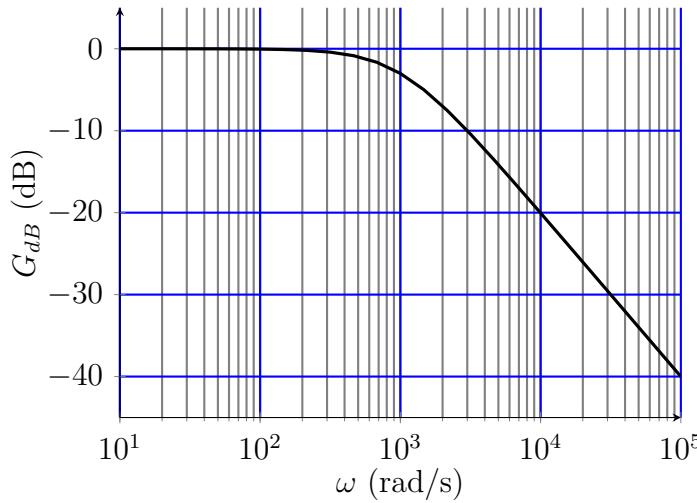
Comment repère-t-on précisément le passage en phase (ou en opposition de phase) de deux signaux sinusoïdaux à l'oscilloscope ?

#### Question de cours

Filtrage d'un signal par un filtre linéaire. *Pas en début de semaine.*

On étudie le filtrage effectué par un filtre de diagramme de Bode donné ci-dessous.

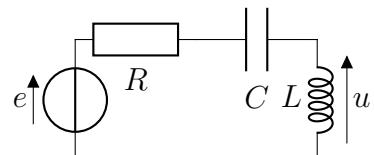
Soit le signal en entrée  $u_e(t) = E_0 + E \cos(\omega_1 t) + E \cos(\omega_2 t + \pi/3)$ , avec  $\omega_1 = 100 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $\omega_2 = 10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$ .



- 1 - Écrire le signal de sortie  $u_s(t)$  en introduisant les amplitudes et phases nécessaires.
- 2 - Sans calcul, déterminer la composante continue  $S_0$  de  $u_s$ .
- 3 - En utilisant la fonction de transfert fournie, déterminer  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $\varphi_{s1}$  et  $\varphi_{s2}$  pour en déduire l'expression du signal de sortie du filtre.
- 4 - Représenter l'allure du signal de sortie.

#### Exercice n°1 Résonance en tension aux bornes de la bobine

On étudie le circuit ci-contre alimenté par une tension sinusoïdale  $e(t) = E_m \cos(\omega t)$ .



- 1 - Exprimer l'amplitude complexe  $\underline{U}$  et l'écrire sous la forme  $\underline{U} = \frac{E}{1 - \frac{\omega_0^2}{\omega^2} - \frac{j\omega_0}{Q\omega}}$ , en exprimant  $\omega_0$  et  $Q$  en fonction de  $R$ ,  $L$  et  $C$ .
- 2 - Se produit-il une résonance ? Si oui, en quelle pulsation ? à quelle condition sur  $Q$  ?
- 3 - Représenter les graphes  $U = |\underline{U}|$  et  $\varphi = \arg \underline{U}$  en fonction de  $\omega$  avec et sans résonance.
- 4 - Pour quelle pulsation les tensions  $u$  et  $e$  sont-elles en quadrature de phase ?