

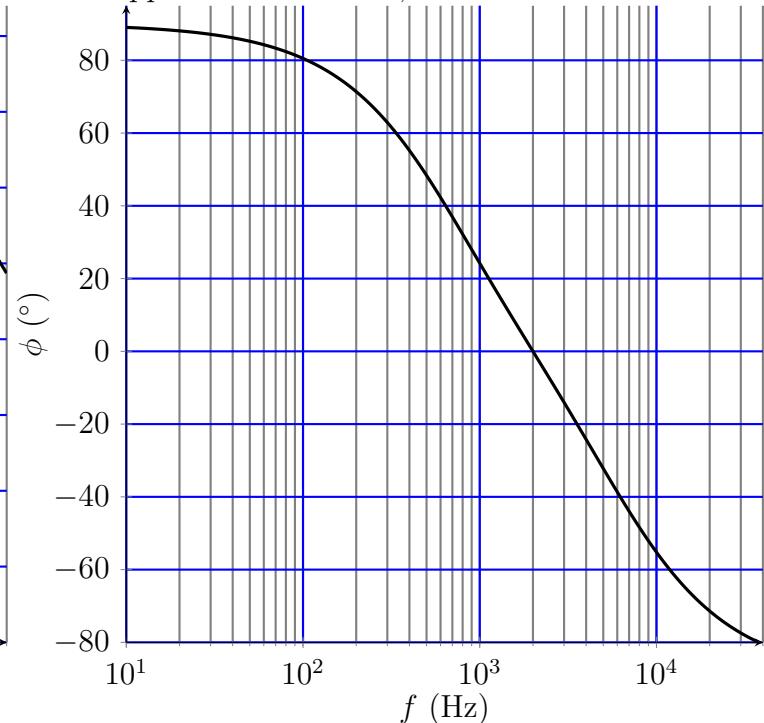
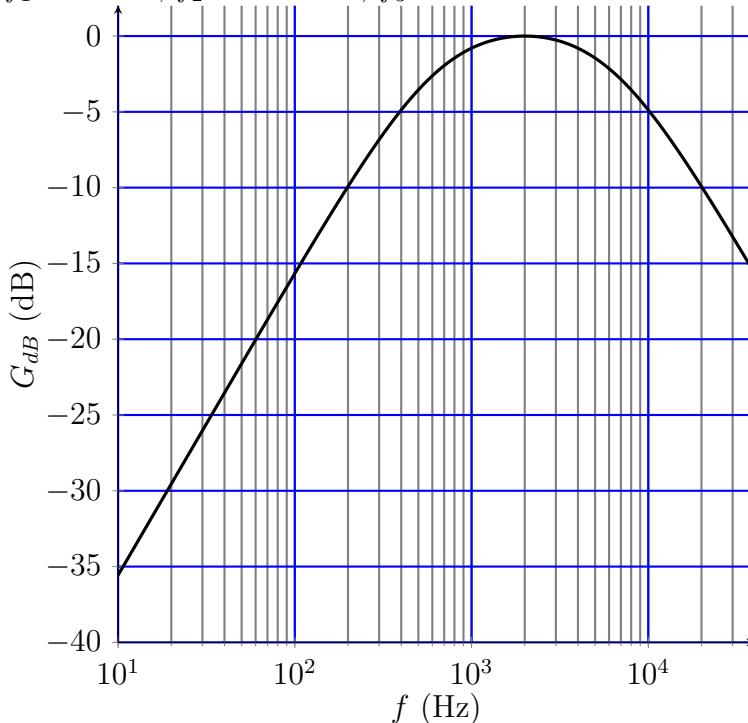
? Pour le jeudi 15 janvier 2026

Devoir Maison n°10 – Mécanique

Exercice n°1 Un peu de filtrage (encore...)

On envoie en entrée d'un filtre passe bande, placé avant un haut-parleur médium chargé de restitué les sons médiums.

On envoie en entrée du filtre le signal suivant : $e(t) = E \cos(2\pi f_1 t) + E \cos(2\pi f_2 t) + E \cos(2\pi f_3 t)$, avec $f_1 = 60 \text{ Hz}$; $f_2 = 2000 \text{ Hz}$; $f_3 = 20 \text{ kHz}$. On utilisera la valeur approchée $10^{-0,5} \approx 0,3$.



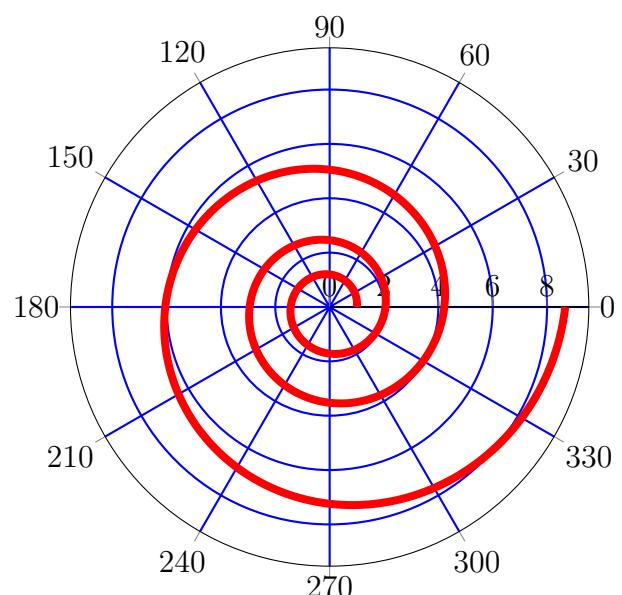
Déterminer complètement le signal de sortie.

Exercice n°2 Un chat autour d'un sapin

Votre chat décrit, autour de votre sapin, un mouvement d'équation horaire en polaire :

$$\begin{cases} r(t) = r_0 e^{\alpha \omega t} \\ \theta(t) = \omega t \end{cases}$$

où r_0 , α , ω sont des constantes positives.



Allure de la trajectoire (en trait épais).

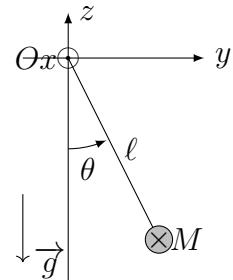
- Q1. Sur un schéma, reproduire le plan cartésien, la trajectoire, et en une position quelconque, représenter les coordonnées polaires du chat, et placer la base polaire.

- Q2. Exprimer le vecteur position \overrightarrow{OC} du chat, en fonction de r_0 , α , ω et t .
- Q3. Exprimer l'équation de la trajectoire $r(\theta)$.
- Q4. Exprimer le vecteur vitesse $\vec{v}(C)$ puis le vecteur accélération $\vec{a}(C)$ du chat dans la base polaire, en fonction de r_0 , α , ω et t .
- Q5. Représenter \vec{v} et \vec{a} sur le schéma précédent.

Exercice n°3 Pendule simple amorti

On considère un pendule dont toute la masse m est localisée au point M . Le fil reliant O à M est supposé inextensible et de masse négligé. On note ℓ sa longueur. On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le champ de pesanteur est $\vec{g} = -g\vec{u}_z$, avec z vers le haut et $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

On prend en compte l'action de l'air que l'on modélise par une force de frottement fluide $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$.



Q1. Déterminer l'unité de α en fonction des unités fondamentales du système international.

Q2. Effectuer la rédaction d'un exercice de mécanique :

- définir le système,
- définir le référentiel d'étude et de la base cartésienne liée
- choisir le système de coordonnées adapté à l'étude,
- effectuer le bilan des forces,
- faire un grand et beau schéma avec toutes les informations utiles dessus : le dispositif étudié, les forces, la base de projection ...

Q3. Rappeler les expressions du vecteur vitesse et du vecteur accélération sur un mouvement circulaire de rayon ℓ non uniforme.

Q4. Appliquer le principe fondamental de la dynamique et le projeter dans la base polaire.

Q5. En déduire l'équation différentielle du mouvement vérifiée par θ .

On lâche la masse m d'un angle $\theta_0 = 10^\circ$ sans vitesse initiale, on peut donc considérer qu'à tout instant θ reste très petit devant 1 rad.

Q6. Montrer alors que l'équation différentielle peut se mettre sous la forme

$$\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q}\dot{\theta} + \omega_0^2\theta = 0$$

Nommer les constantes ω_0 et Q , donner leurs unités et établir leurs expressions en fonction de m , α , g et ℓ .

Q7. Résoudre complètement l'équation différentielle pour $m = 100 \text{ g}$, $\ell = 10 \text{ cm}$, $\alpha = 0,2 \text{ uSI}$.



Remarque – En cas de blocage

- Rendez-vous, sans passer par la case « internet », au chapitre n° 6 partie I.4.
- Puis, si besoin, envoyez-moi un mail, venez me voir à la fin d'un cours pour plus d'explications (comme pour toutes les questions du DM !).

Q8. Tracer l'allure de θ en fonction du temps. *On soignera l'allure !*