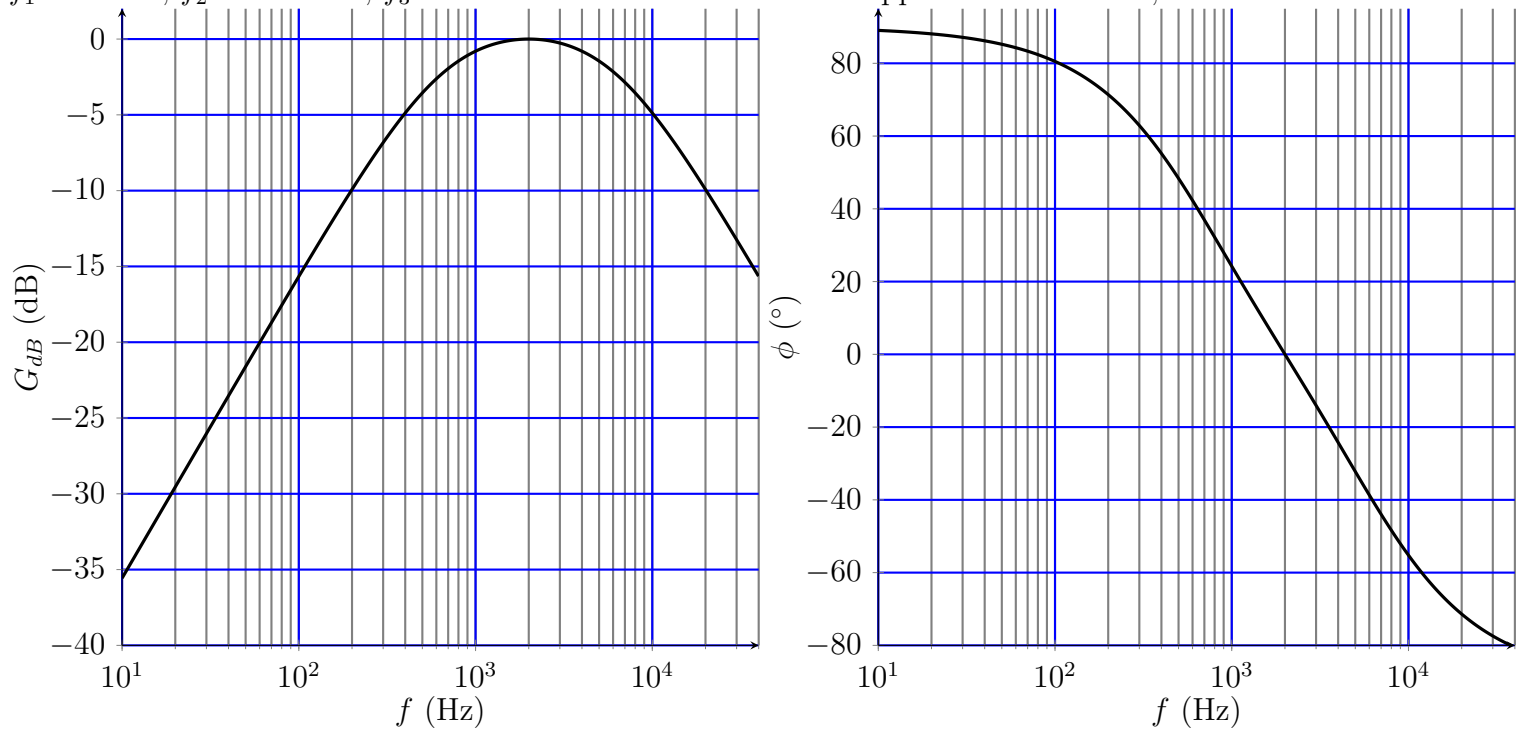


? Pour le jeudi 15 janvier 2026 Devoir Maison n°10 – Mécanique

Exercice n°1 Un peu de filtrage (encore...)

On envoie en entrée d'un filtre passe bande, placé avant un haut-parleur médium chargé de restituer les sons médiums.

On envoie en entrée du filtre le signal suivant : $e(t) = E \cos(2\pi f_1 t) + E \cos(2\pi f_2 t) + E \cos(2\pi f_3 t)$, avec $f_1 = 60 \text{ Hz}$; $f_2 = 2000 \text{ Hz}$; $f_3 = 20 \text{ kHz}$. On utilisera la valeur approchée $10^{-0,5} \approx 0,3$.



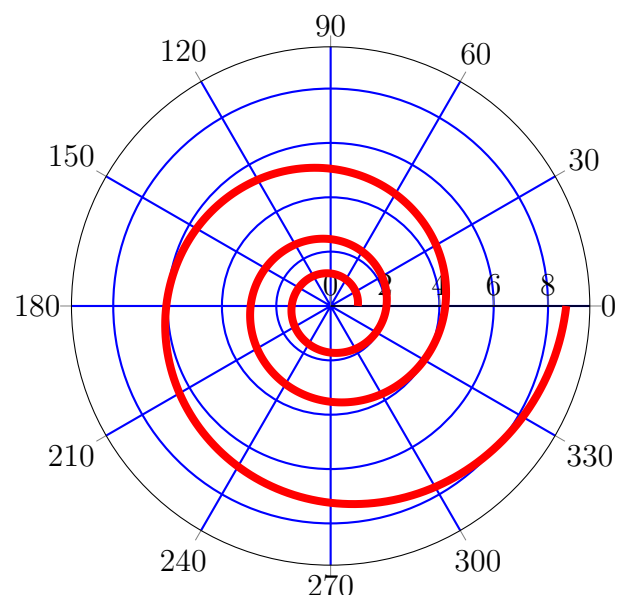
Déterminer complètement le signal de sortie.

Exercice n°2 Un chat autour d'un sapin

Votre chat décrit, autour de votre sapin, un mouvement d'équation horaire en polaire :

$$\begin{cases} r(t) = r_0 e^{\alpha \omega t} \\ \theta(t) = \omega t \end{cases}$$

où r_0 , α , ω sont des constantes positives.



Allure de la trajectoire (en trait épais).

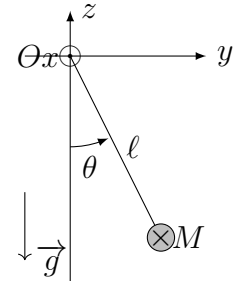
Q1. Sur un schéma, reproduire le plan cartésien, la trajectoire, et en une position quelconque, représenter les coordonnées polaires du chat, et placer la base polaire.

- Q2. Exprimer le vecteur position \overrightarrow{OC} du chat, en fonction de r_0 , α , ω et t .
- Q3. Exprimer l'équation de la trajectoire $r(\theta)$.
- Q4. Exprimer le vecteur vitesse $\vec{v}(C)$ puis le vecteur accélération $\vec{a}(C)$ du chat dans la base polaire, en fonction de r_0 , α , ω et t .
- Q5. Représenter \vec{v} et \vec{a} sur le schéma précédent.

Exercice n°3 Pendule simple amorti

On considère un pendule dont toute la masse m est localisée au point M . Le fil reliant O à M est supposé inextensible et de masse négligée. On note ℓ sa longueur. On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le champ de pesanteur est $\vec{g} = -g\vec{u}_z$, avec z vers le haut et $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$.

On prend en compte l'action de l'air que l'on modélise par une force de frottement fluide $\vec{f} = -\alpha \vec{v}$.



- Q1. Déterminer l'unité de α en fonction des unités fondamentales du système international.
- Q2. Effectuer la rédaction d'un exercice de mécanique :
- définir le système,
 - définir le référentiel d'étude et de la base cartésienne liée
 - choisir le système de coordonnées adapté à l'étude,
 - effectuer le bilan des forces,
 - faire un grand et beau schéma avec toutes les informations utiles dessus : le dispositif étudié, les forces, la base de projection ...
- Q3. Rappeler les expressions du vecteur vitesse et du vecteur accélération sur un mouvement circulaire de rayon ℓ non uniforme.
- Q4. Appliquer le principe fondamental de la dynamique et le projeter dans la base polaire.
- Q5. En déduire l'équation différentielle du mouvement vérifiée par θ .


On lâche la masse m d'un angle $\theta_0 = 10^\circ$ sans vitesse initiale, on peut donc considérer qu'à tout instant θ reste très petit devant 1 rad.

- Q6. Montrer alors que l'équation différentielle peut se mettre sous la forme

$$\ddot{\theta} + \frac{\omega_0}{Q} \dot{\theta} + \omega_0^2 \theta = 0$$

Nommer les constantes ω_0 et Q , donner leurs unités et établir leurs expressions en fonction de m , α , g et ℓ .

- Q7. Résoudre complètement l'équation différentielle pour $m = 100 \text{ g}$, $\ell = 10 \text{ cm}$, $\alpha = 0,2 \text{ uSI}$.

 **Remarque – En cas de blocage**

- Rendez-vous, sans passer par la case « internet », au chapitre n° 6 partie I.4.
- Puis, si besoin, envoyez-moi un mail, venez me voir à la fin d'un cours pour plus d'explications (comme pour toutes les questions du DM !).

- Q8. Tracer l'allure de θ en fonction du temps. *On soignera l'allure !*