# Sujet n°1 Tom

Lois de Coulomb

- Sans glissement : $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| < f_s\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$
- En cas de glissement : $\overrightarrow{R_T}$ est dans le sens opposé au vecteur vitesse de glissement et $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| = f_d\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$

## Question de cours

Énergie mécanique.

1 - Définir l'énergie mécanique.

2 - Énoncer proprement, en français, les théorèmes de l'énergie et de la puissance mécanique. Expliciter clairement la signification des différents termes et leurs unités.

3 - On étudie la descente en luge de la petite Louise. L'ensemble est assimilé à un point matériel $M$ de masse $m$. La piste est de longueur $L$ et est inclinée d'un angle $\alpha$ par rapport à l'horizontal. Elle part avec une vitesse nulle du haut de la piste. On néglige les frottements fluides ; les frottements solides sont modélisés par les frottements de Coulomb de coefficient $f$.

   a) Faire le schéma de la situation.

   b) Par application du PFD, déterminer $\|\overrightarrow{R_N}\|$, puis en déduire $\|\overrightarrow{R_T}\|$.

   c) Par application d'un théorème énergétique judicieusement choisi, **déterminer la vitesse avec laquelle Louise arrive en bas**.

## Exercice n°1 Mesure d'un coefficient de frottement fluide

Une méthode très simple à mettre en œuvre pour mesurer la viscosité $\eta$ d'un fluide relativement visqueux consiste à lâcher une bille dans une éprouvette contenant le fluide et à mesurer sa vitesse limite. On s'intéresse dans cet exercice à une bille en acier de rayon $R = 1$ mm qui tombe dans une huile siliconée. L'huile exerce sur la bille une force de frottement fluide donnée par la loi de Stokes,

$$\vec{f} = -6\pi\eta R\vec{v}.$$

Données : masse volumique de l'acier $\rho_\mathrm{a} = 7,83 \cdot 10^3$ kg $\cdot$ m$^{-3}$ et de l'huile $\rho_\mathrm{h} = 970$ kg $\cdot$ m$^{-3}$.

1 - Montrer qu'en raison de la poussée d'Archimède tout se passe comme si le poids de la bille était modifié avec une masse volumique apparente $\rho = \rho_\mathrm{a} - \rho_\mathrm{h}$.

2 - Établir l'équation différentielle vérifiée par la norme de la vitesse de la bille.

3 - Exprimer la vitesse limite atteinte par la bille et la durée caractéristique $\tau$ pour atteindre cette vitesse limite. En déduire un ordre de grandeur (surestimé) de la distance de chute nécessaire pour atteindre cette vitesse limite.

4 - On place deux repères distants de $L = 15,0$ cm dans l'éprouvette, le premier de ces repères étant situé environ 5 cm sous l'interface entre l'air et l'huile. On mesure une durée de chute $\Delta t = 10,7$ s. En déduire la viscosité de l'huile siliconée.

5 - Confirmer que supposer la vitesse limite atteinte lorsque la bille passe au niveau du premier repère est une hypothèse tout à fait légitime. Comment aurait-on pu s'en assurer expérimentalement ?

# Sujet n°2 Louis

Lois de Coulomb

- Sans glissement : $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| < f_s\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$
- En cas de glissement : $\overrightarrow{R_T}$ est dans le sens opposé au vecteur vitesse de glissement et $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| = f_d\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$

## Question de cours

Établir l'équation différentielle du mouvement du pendule simple sans frottement à l'aide d'un théorème énergétique.

## Exercice n°1 Linge dans le sèche-linge

Le mouvement du linge dans un sèche-linge s'effectue par alternance successive de deux phases distinctes : d'abord, le linge est entraîné en rotation uniforme par le tambour, puis à une certaine position il se décolle du tambour et retombe. On cherche à déterminer le lieu de décollage d'une chaussette, assimilable à un point matériel $M$ de masse $m$. Le tambour est un cylindre de rayon $R = 25$ cm tournant à la vitesse angulaire $\omega = 50$ tours par minute.

On note $\theta$ l'angle qui repère la position du linge à partir de la verticale descendante.

1 - Exprimer l'accélération de la chaussette au cours de la première phase, lorsqu'elle est entraînée par le tambour.

2 - Déterminer la force de réaction $\vec{F}$ exercée par le tambour sur la chaussette.

3 - La chaussette décolle lorsque la composante normale de $\overrightarrow{F}$ s'annule. En déduire l'angle critique $\theta^\star$ correspondant et le calculer numériquement. Cet angle est-il le même pour la bille que mon fils a oublié de retirer de sa poche ?

## Exercice n°2 Précipitations

- Il n'existe pas de correspondance officielle entre l'appréciation « qualitative » d'une précipitation (« faible », « modérée » ou « forte ») et son intensité chiffrée, qui peut s'exprimer en millimètres par minute ou millimètres par heure. Le caractère des précipitations dépend de la climatologie locale. Toutefois, en plaine et pour l'Hexagone, on considère qu'une pluie forte correspond à plus de 8 mm/heure. 1 millimètre de pluie équivaut à 1 litre d'eau par m$^2$.
- Dans les situations de très forte averse, avec une quantité de précipitation de 60 mm en 30 minutes, par exemple, les gouttes sont plus grosses et l'on considèrera des gouttes sphériques de rayon 4,0 mm (5 mm est une limite physique au-delà de laquelle les gouttes se fracturent).
- Un objet sphérique en mouvement à vitesse de norme $v$ dans un fluide subit une force de frottement fluide. On propose le modèle quadratique, pour lequel la force de frottement est d'expression : $\overrightarrow{f} = -\dfrac{1}{2}\rho\pi R^2 C_x v\overrightarrow{v}$
  Dans ces expressions, $R$ est le rayon de la goutte sphérique, $\rho$ la masse volumique de l'air, $\eta$ la viscosité de l'air, $C_x$ le coefficient de traînée, de valeur $C_x = 0,5$ pour une sphère.

**Déterminer le nombre moyen de gouttes de pluie par unité de volume dans l'atmosphère, lors d'une très forte averse (60 mm en 30 mn).**

*Données :* Champ de pesanteur terrestre : $g = 9,8\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$ ; Masse volumique de l'air : $\rho = 1,18\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$ ; Masse volumique de l'eau liquide : $\rho_e = 1,0.10^3\ \mathrm{kg}\cdot\mathrm{m}^{-3}$.

# Sujet n°3 Anaïs

Lois de Coulomb

- Sans glissement : $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| < f_s \left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$
- En cas de glissement : $\overrightarrow{R_T}$ est dans le sens opposé au vecteur vitesse de glissement et $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| = f_d \left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$

## Question de cours

Force conservative et énergie potentielle.

1 - Définir force conservative et énergie potentielle.

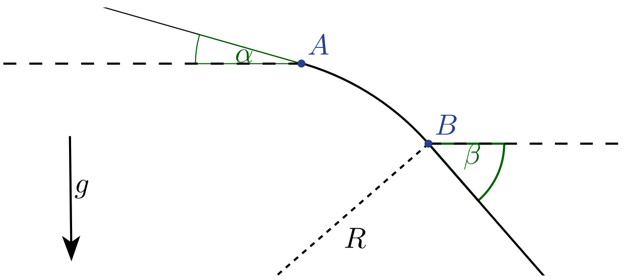
2 - Donner les expressions des énergies potentielles de pesanteur, élastique et gravitationnelle.

3 - Établir l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle.

4 - Donner la relation entre la force conservative et l'énergie potentielle et le vecteur $\overrightarrow{\text{grad}}$.

## Exercice n°1 Skieur

Un skieur (assimilé à un point $M$) descend une piste selon la plus grande pente faisant un angle $\alpha = 20°$ avec l'horizontale (déclivité). Il arrive avec une vitesse $V_0$ au point $A$ où la piste à une courbure régulière de rayon de courbure $R = 10m$ jusqu'à redevenir plane en $B$ avec une déclivité $\beta = 40°$. On suppose que le skieur reste en contact avec la piste. On néglige tout frottement.




1 - Représenter la trajectoire entre $A$ et $B$, définir les coordonnées cylindriques et donner les coordonnées des points $A$ et $B$ en fonction de $R$, $\alpha$ et $\beta$.

2 - Déterminer l'équation du mouvement pour le skieur, en définissant $R_N$ la norme de la réaction de la piste.

3 - Déterminer l'expression de $\dot{\theta}^2$.

4 - En déduire l'expression de $R_N$ en fonction de $\theta$.

5 - Déterminer la condition sur $V_0$ afin que l'hypothèse du contact avec la piste soit vérifiée.

6 - Effectuer l'application numérique.

## Exercice n°2 Badminton

On étudie le mouvement d'un volant de badminton de masse $m = 5,0$ g, assimilé à un point matériel V de masse $m$. Il est frappé par la raquette à la hauteur du sol $h = 2,0$ m et possède initialement un vecteur vitesse $\overrightarrow{v_0}$, de norme $v_0$ et incliné d'un angle $\alpha = 52°$ par rapport à l'horizontal.

On se place dans le référentiel terrestre galiléen, dont le repère cartésien est choisi de sorte à ce que l'origine soit à la verticale du lieu de frappe, l'axe $(Oz)$ vertical ascendant et l'axe $(Ox)$ horizontal de sorte à ce que $\overrightarrow{v_0}$ soit contenu dans le plan $(Oxz)$.

On prend en compte les frottements fluides dus à l'air et on les modélise par une force de frottement quadratique $\overrightarrow{f} = -\frac{1}{2} C_x \rho S \left\|\overrightarrow{v}\right\| \overrightarrow{v}$, où $C_x \approx 0,5$ uSI pour un volant de badminton, $\rho = 1,3 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ la masse volumique de l'air, $S = 28 \text{ cm}^2$ la section droite du volant.

1 - Déterminer l'unité de $C_x$.

2 - Établir l'équation différentielle vérifiée par le vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$ du volant.

3 - Déterminer l'expression du vecteur vitesse limite $\overrightarrow{v_{\text{lim}}}$ atteint par le volant en fonction des données de l'énoncé et de $v_{\text{lim}}$, sa norme.

Que dire du mouvement du volant quand la vitesse limite est atteinte ?

Comment sont les forces s'exerçant sur le volant ?

4 - En déduire l'expression de la norme du vecteur vitesse limite en fonction de $C_x$, $\rho$, $S$, $m$ et $g$.

Faire l'application numérique. Commenter.

En déduire l'expression du vecteur vitesse limite en fonction de $m$, $g$, $C_x$, $\rho$, $S$ et $\overrightarrow{u_z}$. *On fera attention aux signes.*

# Sujet n°4 Romane

Lois de Coulomb

- Sans glissement : $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| < f_s\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$
- En cas de glissement : $\overrightarrow{R_T}$ est dans le sens opposé au vecteur vitesse de glissement et $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| = f_d\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$

## Question de cours

Énergie mécanique.

1 - Définir l'énergie mécanique.

2 - Énoncer proprement, en français, les théorèmes de l'énergie et de la puissance mécanique. Expliciter clairement la signification des différents termes et leurs unités.

3 - On étudie la descente en luge de la petite Louise. L'ensemble est assimilé à un point matériel $M$ de masse $m$. La piste est de longueur $L$ et est inclinée d'un angle $\alpha$ par rapport à l'horizontal. Elle part avec une vitesse nulle du haut de la piste. On néglige les frottements fluides ; les frottements solides sont modélisés par les frottements de Coulomb de coefficient $f$.

Déterminer la vitesse avec laquelle Louise arrive en bas.

## Exercice n°1 Badminton

On étudie le mouvement d'un volant de badminton de masse $m = 5,0$ g, assimilé à un point matériel V de masse $m$. Il est frappé par la raquette à la hauteur du sol $h = 2,0$ m et possède initialement un vecteur vitesse $\overrightarrow{v_0}$, de norme $v_0$ et incliné d'un angle $\alpha = 52°$ par rapport à l'horizontal.
On se place dans le référentiel terrestre galiléen, dont le repère cartésien est choisi de sorte à ce que l'origine soit à la verticale du lieu de frappe, l'axe $(Oz)$ vertical ascendant et l'axe $(Ox)$ horizontal de sorte à ce que $\overrightarrow{v_0}$ soit contenu dans le plan $(Oxz)$.
On prend en compte les frottements fluides dus à l'air et on les modélise par une force de frottement quadratique $\overrightarrow{f} = -\dfrac{1}{2}C_x\rho S\left\|\overrightarrow{v}\right\|\overrightarrow{v}$, où $C_x \approx 0,5$ uSI pour un volant de badminton, $\rho = 1,3\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ la masse volumique de l'air, $S = 28\ \mathrm{cm^2}$ la section droite du volant.

1 - Déterminer l'unité de $C_x$.

2 - Établir l'équation différentielle vérifiée par le vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$ du volant.

3 - Déterminer l'expression du vecteur vitesse limite $\overrightarrow{v_{\mathrm{lim}}}$ atteint par le volant en fonction des données de l'énoncé et de $v_{\mathrm{lim}}$, sa norme.

Que dire du mouvement du volant quand la vitesse limite est atteinte ?

Comment sont les forces s'exerçant sur le volant ?

4 - En déduire l'expression de la norme du vecteur vitesse limite en fonction de $C_x$, $\rho$, $S$, $m$ et $g$.

Faire l'application numérique. Commenter.

En déduire l'expression du vecteur vitesse limite en fonction de $m$, $g$, $C_x$, $\rho$, $S$ et $\overrightarrow{u_z}$. *On fera attention aux signes.*

## Exercice n°2 Linge dans le sèche-linge

Le mouvement du linge dans un sèche-linge s'effectue par alternance successive de deux phases distinctes : d'abord, le linge est entraîné en rotation uniforme par le tambour, puis à une certaine position il se décolle du tambour et retombe. On cherche à déterminer le lieu de décollage d'une chaussette, assimilable à un point matériel $M$ de masse $m$. Le tambour est un cylindre de rayon $R = 25$ cm tournant à la vitesse angulaire $\omega = 50$ tours par minute.

On note $\theta$ l'angle qui repère la position du linge à partir de la verticale descendante.

1 - Exprimer l'accélération de la chaussette au cours de la première phase, lorsqu'elle est entraînée par le tambour.

2 - Déterminer la force de réaction $\vec{F}$ exercée par le tambour sur la chaussette.

3 - La chaussette décolle lorsque la composante normale de $\overrightarrow{F}$ s'annule. En déduire l'angle critique $\theta^\star$ correspondant et le calculer numériquement. Cet angle est-il le même pour la bille que mon fils a oublié de retirer de sa poche ?

# Sujet n°5 Hugo

Lois de Coulomb

- Sans glissement : $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| < f_s\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$
- En cas de glissement : $\overrightarrow{R_T}$ est dans le sens opposé au vecteur vitesse de glissement et $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| = f_d\left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$

## Question de cours

Établir l'équation différentielle du mouvement du pendule simple sans frottement à l'aide d'un théorème énergétique.

## Exercice n°1 Linge dans le sèche-linge

Le mouvement du linge dans un sèche-linge s'effectue par alternance successive de deux phases distinctes : d'abord, le linge est entraîné en rotation uniforme par le tambour, puis à une certaine position il se décolle du tambour et retombe. On cherche à déterminer le lieu de décollage d'une chaussette, assimilable à un point matériel $M$ de masse $m$. Le tambour est un cylindre de rayon $R = 25$ cm tournant à la vitesse angulaire $\omega = 50$ tours par minute.

On note $\theta$ l'angle qui repère la position du linge à partir de la verticale descendante.

1 - Exprimer l'accélération de la chaussette au cours de la première phase, lorsqu'elle est entraînée par le tambour.

2 - Déterminer la force de réaction $\vec{F}$ exercée par le tambour sur la chaussette.

3 - La chaussette décolle lorsque la composante normale de $\overrightarrow{F}$ s'annule. En déduire l'angle critique $\theta^\star$ correspondant et le calculer numériquement. Cet angle est-il le même pour la bille que mon fils a oublié de retirer de sa poche ?

## Exercice n°2 Badminton

On étudie le mouvement d'un volant de badminton de masse $m = 5,0$ g, assimilé à un point matériel V de masse $m$. Il est frappé par la raquette à la hauteur du sol $h = 2,0$ m et possède initialement un vecteur vitesse $\overrightarrow{v_0}$, de norme $v_0$ et incliné d'un angle $\alpha = 52°$ par rapport à l'horizontal.
On se place dans le référentiel terrestre galiléen, dont le repère cartésien est choisi de sorte à ce que l'origine soit à la verticale du lieu de frappe, l'axe $(Oz)$ vertical ascendant et l'axe $(Ox)$ horizontal de sorte à ce que $\overrightarrow{v_0}$ soit contenu dans le plan $(Oxz)$.
On prend en compte les frottements fluides dus à l'air et on les modélise par une force de frottement quadratique $\overrightarrow{f} = -\frac{1}{2}C_x\rho S\,\|\overrightarrow{v}\|\,\overrightarrow{v}$, où $C_x \approx 0,5$ uSI pour un volant de badminton, $\rho = 1,3\ \mathrm{kg\cdot m^{-3}}$ la masse volumique de l'air, $S = 28\ \mathrm{cm^2}$ la section droite du volant.

1 - Déterminer l'unité de $C_x$.

2 - Établir l'équation différentielle vérifiée par le vecteur vitesse $\overrightarrow{v}$ du volant.

3 - Déterminer l'expression du vecteur vitesse limite $\overrightarrow{v_{\text{lim}}}$ atteint par le volant en fonction des données de l'énoncé et de $v_{\text{lim}}$, sa norme.
Que dire du mouvement du volant quand la vitesse limite est atteinte ?
Comment sont les forces s'exerçant sur le volant ?

4 - En déduire l'expression de la norme du vecteur vitesse limite en fonction de $C_x$, $\rho$, $S$, $m$ et $g$.
Faire l'application numérique. Commenter.
En déduire l'expression du vecteur vitesse limite en fonction de $m$, $g$, $C_x$, $\rho$, $S$ et $\overrightarrow{u_z}$. *On fera attention aux signes.*

# Sujet n°6 Léandre

Lois de Coulomb

- Sans glissement : $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| < f_s \left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$
- En cas de glissement : $\overrightarrow{R_T}$ est dans le sens opposé au vecteur vitesse de glissement et $\left\|\overrightarrow{R_T}\right\| = f_d \left\|\overrightarrow{R_N}\right\|$

## Question de cours

Force conservative et énergie potentielle.

1 - Définir force conservative et énergie potentielle.

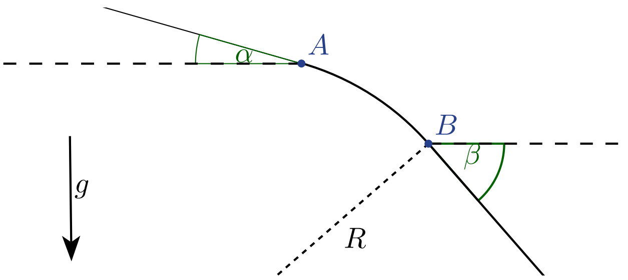
2 - Donner les expressions des énergies potentielles de pesanteur, élastique et gravitationnelle.

3 - Établir l'expression de l'énergie potentielle gravitationnelle.

4 - Donner la relation entre la force conservative et l'énergie potentielle et le vecteur $\overrightarrow{\text{grad}}$.

## Exercice n°1 Skieur

Un skieur (assimilé à un point $M$) descend une piste selon la plus grande pente faisant un angle $\alpha = 20°$ avec l'horizontale (déclivité). Il arrive avec une vitesse $V_0$ au point $A$ où la piste à une courbure régulière de rayon de courbure $R = 10m$ jusqu'à redevenir plane en $B$ avec une déclivité $\beta = 40°$. On suppose que le skieur reste en contact avec la piste. On néglige tout frottement.




1 - Représenter la trajectoire entre $A$ et $B$, définir les coordonnées cylindriques et donner les coordonnées des points $A$ et $B$ en fonction de $R$, $\alpha$ et $\beta$.

2 - Déterminer l'équation du mouvement pour le skieur, en définissant $R_N$ la norme de la réaction de la piste.

3 - Déterminer l'expression de $\dot{\theta}^2$.

4 - En déduire l'expression de $R_N$ en fonction de $\theta$.

5 - Déterminer la condition sur $V_0$ afin que l'hypothèse du contact avec la piste soit vérifiée.

6 - Effectuer l'application numérique.

## Exercice n°2 Bobby

Bobby s'est fabriqué une fronde en accrochant un caillou au bout d'une ficelle. Le bras tendu au dessus de sa tête, il fait tournoyer la fronde (dans un plan horizontal) à la vitesse angulaire $\omega = 120$ tours/minute) puis la lâche. **À quelle distance de Bobby le caillou va-t-il atterrir ?**