Tu peux le faire
Ne doute pas de tes capacités
N'abandonne pas et reste concentré.e
Crois en toi
Tu as les ressources en toi pour réussir
Fais de ton mieux.
Ne lâche rien

Lundi 30 mars 2026 — *Durée : 4 heures*

Devoir Surveillé n°9 (1) — Mécanique & Thermodynamique

La calculatrice est INTERDITE

Check-list à cocher !

Sur la forme :	
Ma copie est rédigée sur des copies doubles.	❏
Prendre une nouvelle copie double pour chaque exercice.	❏
Ma copie est propre.	❏
Chaque réponse commence par une phrase / des mots.	❏
Les résultats littéraux sont encadrés, les applications numériques soulignées.	❏
Un long trait horizontal est tiré entre chaque question.	❏
Les pages sont numérotées.	❏
Sur le fond :	
Les expressions littérales sont homogènes.	❏
Les applications numériques sont suivies d'une unité adaptée.	❏

Ce sujet comporte 3 exercices totalement indépendants qui peuvent être traités dans l'ordre souhaité. L'énoncé est constitué de 7 pages.
Un document réponse est à rendre avec votre copie.

Contenu du DS :

Données numériques

- $g = 10\ \mathrm{m}\cdot\mathrm{s}^{-2}$
- Capacité thermique massique de l'eau liquide $c_\ell = 4,18\ \mathrm{kJ}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$
- Constante des gaz parfaits : $R = 8,314\ \mathrm{J}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\mathrm{mol}^{-1}$
- Charge élémentaire $e = 1,602176634.10^{-19}$ C
- Unité de l'électron-Volt : 1 eV $= 1,602176634.10^{-19}$ J
- Constante d'Avogadro $\mathscr{N}_{\mathscr{A}} = 6,022.10^{23}\ \mathrm{mol}^{-1}$.
- Enthalpie massique de fusion de l'eau à T_0 =0 °C : $\Delta_{\mathrm{fus}}h(T_0) = 335\ \mathrm{kJ}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$
- Capacité thermique massique de l'eau liquide : $c_\ell = 4,18\ \mathrm{kJ}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$
- Capacité thermique massique de l'eau solide (glace) : $c_g = 2,09\ \mathrm{kJ}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\mathrm{kg}^{-1}$
- Entropies molaires du gaz parfait :
  - $S_m(T,P) = C_{P,m}\ln\left(\frac{T}{T_{\mathrm{ref}}}\right) - R\ln\left(\frac{P}{P_{\mathrm{ref}}}\right) + S_{m,\mathrm{ref}}$
  - $S_m(T,V) = C_{V,m}\ln\left(\frac{T}{T_{\mathrm{ref}}}\right) + R\ln\left(\frac{V}{V_{\mathrm{ref}}}\right) + S_{m,\mathrm{ref}}$
  - $S_m(P,V) = C_{V,m}\ln\left(\frac{P}{P_{\mathrm{ref}}}\right) + C_{P,m}\ln\left(\frac{V}{V_{\mathrm{ref}}}\right) + S_{m,\mathrm{ref}}$
- Entropie massique d'une phase condensée : $s(T) = c\ln\left(\frac{T}{T_{\mathrm{ref}}}\right) + s_{\mathrm{ref}}$
- $\forall x > 0,\ x - 1 - \ln(x) \geq 0$.

Exercice n°1 Thermodynamique *(Durée ∼ 1h30)*

Partie I Deuxième principe

Q1. Deuxième principe de la thermodynamique :
   (a) L'**énoncer** complètement.
   (b) **Donner** les **noms** et **unités** des grandeurs y intervenants.
   (c) Que peut-on dire sur l'entropie créée ?

Q2. **Citer** des causes d'irréversibilité.

Q3. Lois de Laplace
   (a) **Énoncer** une loi de Laplace et les hypothèses permettant de les utiliser.
   (b) **Établir** les deux autres lois de Laplace à partir de la précédente.

Partie II Bilan d'entropie sur un gaz parfait

Q4. **Donner** les expressions de la variation de l'énergie interne et de l'enthalpie d'un gaz parfait dont on connait les capacités thermiques molaires. Préciser quelle capacité thermique intervient dans chaque variation.

Q5. **Donner** les expressions de C_{Vm} et C_{Pm} d'un gaz parfait en fonction de R et γ.

On considère un échantillon de $n = 41$ mol de gaz parfait diatomique de coefficient $\gamma = 7/5$, de température initiale $T_i = 20$ °C est mis en contact avec un thermostat de température $T_0 = 100$ °C. Le gaz est enfermé dans une enceinte indéformable. (Cet exemple peut correspondre à une bouteille d'air en présence d'un incendie...).

Q6. **Exprimer** la variation d'entropie du système.

Q7. **Exprimer** le transfert thermique reçu par le gaz. **En déduire** l'entropie échangée.

Q8. **En déduire** l'entropie créée. Déterminer le signe et **conclure**.

Partie III Bilan d'entropie en présence d'une transition de phase

Q9. **Donner** la relation entre l'entropie massique de transition de phase et l'enthalpie massique de transition de phase. Quelles sont les unités de ces deux grandeurs ? Quelle est la température qui intervient dedans ?

Q10. Quelle propriété de l'enthalpie et de l'entropie permet d'utiliser un chemin fictif ?

Q11. **Donner** l'expression de la variation d'enthalpie d'une phase condensée dont on connait la capacité thermique massique.

En rentrant du challenge, après une mauvaise réception lors de la grande finale de balle au prisonnier, vous ressentez une douleur au poignet de votre main d'écriture. Ne souhaitant pas ne pas pouvoir écrire lors du merveilleux DS de physique, vous décidez de mettre du froid sur votre main. Vous sortez alors des glaçons de masse $m = 100$ g du congélateur à $T_i = -18$ °C. Une idée lumineuse de physique vous traverse alors l'esprit, et vous abandonnez ces glaçons (à leurs tristes sorts...) dans une assiette vide dans votre cuisine de température constante $T_c = 25$ °C.
La transformation est considérée comme isobare.

Q12. La transformation de l'eau est-elle isochore ?
Caractériser l'état final du système.

Q13. **Décrire** un chemin fictif permettant d'exprimer la variation de l'enthalpie et de l'entropie de l'eau.

Q14. **Exprimer** la variation de l'enthalpie de l'eau, et en déduire le transfert thermique reçu par l'eau.

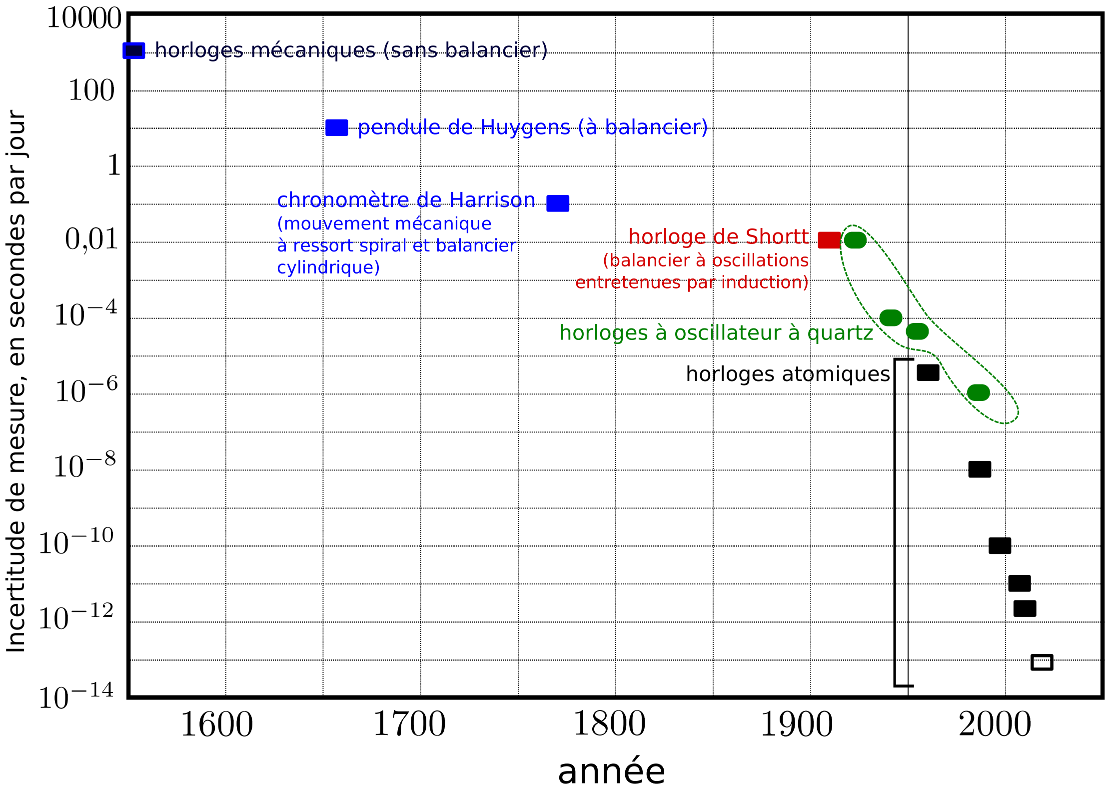
Q15. **Exprimer** la variation d'entropie du système au cours de la transformation.

Q16. **En déduire** l'entropie échangée reçue par l'eau.

Q17. **En déduire** l'entropie créée. **Commenter**.

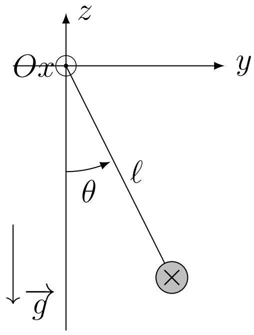
Exercice n°2 Mesure du temps par horloge à balancier *(Durée ∼ 50 min)*

La mesure du temps s'est faite par des moyens divers au cours de l'histoire de l'humanité : cadrans solaires, sabliers, pendules, circuits électroniques…. La précision de cette mesure s'est sans cesse améliorée, pour atteindre celle des horloges atomiques d'aujourd'hui.



Galilée montre vers 1610 que les oscillations d'un pendule sont isochrones : elles ne dépendent pas de l'amplitude du mouvement. Huygens exploite ceci à partir de 1657 pour concevoir une horloge dont le mouvement est régulé par les oscillations d'un pendule : la précision s'en trouve grandement améliorée. C'est ce type d'horloge que nous étudions.

On considère un pendule dont toute la masse m est localisée au point M. Le fil reliant O à M est supposé inextensible et de masse négligé. On note ℓ sa longueur. On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. On négligera tout frottement. Le champ de pesanteur est $\overrightarrow{g} = -g\overrightarrow{u_z}$, avec z vers le haut et $g = 9,8$ m · s^{-2}.



Partie I Période des petites oscillations : analyse dimensionnelle

Q1. En utilisant l'analyse dimensionnelle, donner une expression de la période T des oscillations du pendule. Cette expression sera à une constante multiplicative A près, A étant sans dimension. On ne fera pas intervenir les conditions initiales dans l'analyse.

Afin d'obtenir A, il faut mener une analyse plus poussée du problème. C'est ce que nous faisons dans la suite.

Partie II Mise en équation et résolution dans le cas des petites oscillations

On suppose que le pendule est lâché d'un angle initial $\theta_0 \ll 1$ rad avec une vitesse angulaire initiale $\dot{\theta}_0 = 0$.

Q2. **Donner la définition** du moment cinétique par rapport à un axe (Ox).

Q3. **Établir l'expression** du moment cinétique du point M par rapport à (Ox) en fonction des paramètres du problème. *On fera apparaître sur un schéma tout vecteur introduit pour le calcul.*

Q4. **Définir** le moment d'une force $\overrightarrow{f}$ par rapport à un axe (Ox).

Q5. Après avoir effectué le bilan des forces, **établir** les expressions des moments des forces qui s'exercent sur M à l'aide du **bras de levier**. *Toutes les constructions nécessaires devront être définies sur un schéma.*

Q6. Après avoir énoncé le théorème du moment cinétique par rapport à l'axe (Ox), établir l'équation du mouvement portant sur $\theta(t)$.

Q7. **Faire une hypothèse** qui permet de résoudre simplement cette équation. La **résoudre** en donnant l'expression de $\theta(t)$ en fonction de θ_0, g, ℓ et t.

Q8. **Déterminer** l'expression T_0 de la période des oscillations.

Q9. Un peu avant la Révolution française, il a été proposé de définir l'unité « un mètre » comme la longueur du fil d'un pendule pour lequel une demi-oscillation dure une seconde (la période est donc de 2 s). Ce n'est finalement pas ceci qui a été retenu, mais une définition basée sur la longueur du méridien terrestre. Quelle est aujourd'hui la longueur d'un tel pendule ?

Exercice n°3 Étude du mouvement d'un satellite *(Durée ∼ 1h30)*

Les systèmes d'observation des océans par satellite ont été imaginés et développés au début des années 70. Depuis, plus d'une quinzaine de satellites d'observation embarquant des altimètres radars ont été lancés dans le but d'observer le comportement des océans (figure 2).
Issues d'une coopération du CNES et de la NASA, la série des satellites Topex-Poséidon, initiée en 1992, puis celle des satellites Jason, ont permis de mesurer l'élévation moyenne des mers avec précision : $(3,6 \pm 0,1)$mm/ an durant ces trente dernières années.

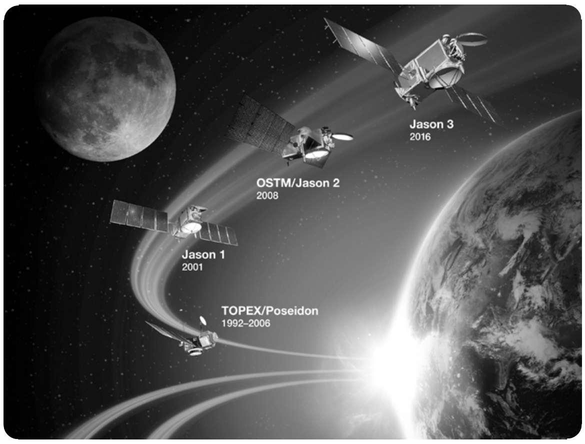


FIGURE 1 – Satellites altimétriques lancés depuis 1992. Vue d'artiste. Crédit : CNES

On se propose dans ce problème d'étudier le mouvement d'un tel satellite, en orbite autour du centre O de la Terre, modélisée par un corps de répartition de masse à symétrie sphérique, de rayon R_T et de masse M_T.

Partie I Force centrale conservative

On commence par étudier le mouvement d'un mobile quelconque, de masse m et assimilé à un point matériel M, dans le référentiel géocentrique $(\mathcal{R}_T)$ considéré comme galiléen. Le mobile n'est soumis qu'à la seule action de la Terre.

Q1. **Rappeler** la définition du référentiel géocentrique et celle d'un référentiel galiléen.

Q2. **Donner** l'expression $\overrightarrow{F_g}$ de la force de gravitation exercée par la Terre sur le mobile de masse m en fonction de la constante de gravitation universelle G, de la masse M_T, de la distance $r = OM$ et du vecteur unitaire $\overrightarrow{u} = \dfrac{\overrightarrow{OM}}{r}$.

Q3. **Montrer** que le moment cinétique $\overrightarrow{\mathcal{L}_O}$ du mobile par rapport au point O est une constante du mouvement. **En déduire** que la trajectoire du mobile est plane.

Dans la suite, on associera au référentiel $(\mathcal{R}_T)$ le repère orthonormé $(O, \overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}, \overrightarrow{e_z})$ de façon à ce que le moment cinétique $\overrightarrow{\mathcal{L}_O}$ soit aligné avec $\overrightarrow{e_z}$.
On posera $\overrightarrow{\mathcal{L}_O} = \mathcal{L}_0 \overrightarrow{e_z}$ et on se placera en coordonnées polaires (r, θ), de centre O, pour décrire le mouvement du mobile (figure 2).

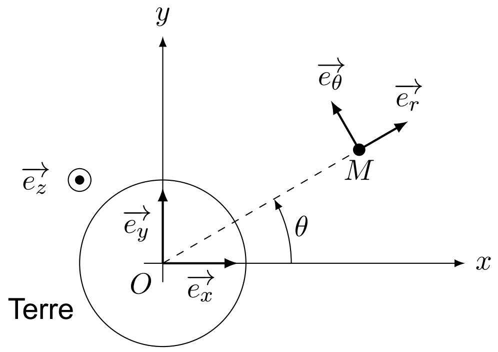


FIGURE 2 – Description du mouvement du mobile dans le système de coordonnées polaires

Q4. **Exprimer** le moment cinétique $\mathcal{L}_O$ en fonction de r, $\dot{\theta}$, m.

Q5. **Montrer** que la force gravitationnelle s'exerçant sur le mobile dérive d'une énergie potentielle $\mathcal{E}_p$. **Établir** l'expression de celle-ci en la prenant, par convention, nulle à l'infini.

Q6. **Montrer que** l'énergie mécanique $\mathcal{E}_m$ est une constante du mouvement et qu'elle peut se mettre sous la forme :

$$\mathcal{E}_m = \frac{1}{2} m \dot{r}^2 + \mathcal{E}_{p,\text{eff}}(r) \tag{1}$$

où $\mathcal{E}_{p,\text{eff}}(r)$ est un terme, appelé énergie potentielle effective, que l'on exprimera en fonction de G, m, M_T, $\mathcal{L}_0$ et de r.

Q7. **Expliquer** pourquoi l'énergie mécanique du mobile est nécessairement supérieure ou égale à son énergie potentielle effective.

Q8. **Représenter graphiquement**, pour une valeur donnée de $\mathcal{L}_0$, l'énergie potentielle effective $\mathcal{E}_{p,\text{eff}}$ du mobile en fonction de r.

Faire apparaître sur le graphique l'énergie mécanique d'une trajectoire associée à un état lié. On rappelle que, pour une force centrale en $1/r^2$, la trajectoire d'un état lié est elliptique.

Q9. Pour un mouvement elliptique quelconque, **indiquer** à quelles positions particulières l'énergie mécanique est égale à l'énergie potentielle effective.

Caractériser le mouvement du mobile dans le cas où l'énergie mécanique est égale au minimum de l'énergie potentielle effective.

La plupart des mesures effectuées par les satellites altimétriques se font à partir de l'orbite altimétrique de référence, que l'on considérera ici comme une orbite circulaire de rayon R. Dans la suite, le mobile étudié correspond à un satellite altimétrique de masse m, assimilable à un point matériel.

Q10. **Justifier** que le mouvement circulaire à force centrale est nécessairement uniforme.

Q11. **Établir** l'expression de la norme v du vecteur vitesse sur l'orbite circulaire en fonction de G, M_T et R.

Q12. **Établir** la troisième loi de Kepler dans le cas particulier d'une orbite circulaire, en utilisant les paramètres liés à l'orbite altimétrique.

Q13. **Établir** l'expression de l'énergie mécanique $\mathcal{E}_{m,\text{alt}}$ du satellite situé sur l'orbite altimétrique de référence, en fonction de G, M_T, m et de R.

On admettra que la troisième loi de Kepler est valable plus généralement pour un mouvement elliptique. Son expression peut se déduire de l'équation obtenue pour le mouvement circulaire, en remplaçant le rayon R de l'orbite circulaire par le demi-grand axe a de la trajectoire elliptique.

Partie II Jason-2 : un exemple pour la fin de vie des satellites

En fin de vie, pour que ne soit pas laissé un objet non contrôlé sur l'orbite altimétrique de référence, le satellite Jason-2 a été dirigé vers une orbite dite « cimetière », d'altitude légèrement moins haute que celle de l'orbite altimétrique de référence, avant d'être définitivement abandonné. On se propose dans cette sous-partie d'étudier le cas d'une manœuvre de ce type dans le cas très simplifié, illustré figure 3, d'un transfert entre deux orbites circulaires coplanaires sous la seule action de l'attraction terrestre. L'orbite de transfert, appelée orbite de Hohmann, correspond à une ellipse dont l'un des foyers est le centre O de la Terre, dont l'apogée A est situé sur l'orbite altimétrique de référence (rayon R) et dont le périgée P est sur l'orbite cimetière (rayon R_c).

Pour modifier l'orbite du satellite, il faut l'accélérer ou le freiner en commandant le fonctionnement et la direction de ses moteurs. On considérera que la poussée générée par ceux-ci s'exerce pendant une durée tellement courte que les changements d'orbites se font instantanément.

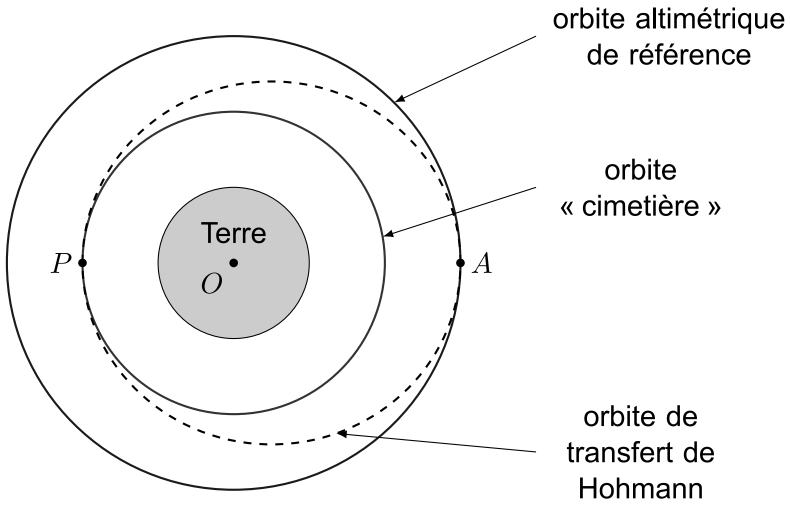


FIGURE 3 – Tracé des différentes orbites du satellite

Q14. **Exprimer** le demi-grand axe de l'ellipse de transfert en fonction des données.

Q15. En utilisant l'équation (1), **montrer que** l'énergie mécanique $\mathcal{E}_{m,\text{tr}}$ du satellite sur l'orbite de transfert peut se mettre sous la forme :

$$\mathcal{E}_{m,\text{tr}} = -\frac{GM_T m}{R + R_c}$$

Q16. **Exprimer** la variation d'énergie mécanique $\Delta\mathcal{E}_m = \mathcal{E}_{m,\text{tr}} - \mathcal{E}_{m,\text{alt}}$ nécessaire pour passer de l'orbite initiale à l'orbite de transfert. Commenter le signe de $\Delta\mathcal{E}_m$.

Q17. **En justifiant la réponse**, indiquer s'il faut accélérer ou freiner le satellite pour le transférer en P de l'orbite de transfert à l'orbite cimetière.