Sujet n°1 Louis

Question de cours

Satellites géostationnaires :

1 - Donner la définition.

2 - Justifier le plan du mouvement.

3 - Établir l'altitude d'un satellite géostationnaire.

Exercice n°1 Yukawa

Le physicien japonais Yukawa a proposé en 1935 une interprétation des interactions nucléaires. On en donne ici quelques éléments simplifiés. Dans un référentiel R supposé galilén et lié au repère $(Oxyz)$, un nucléon M de masse m est soumis uniquement à une force centrale $\overrightarrow{F}$ dérivant de l'énergie potentielle $E_p(r) = \frac{K}{r}e^{-\frac{r}{a}}$ où K et a sont deux constantes (avec a positive) et r la distance OM. Cette énergie potentielle a pour origine les autres nucléons du noyau atmique.

1 - Quelles sont les dimensions des constantes K et a ?

2 - Déterminer l'expression de la force centrale $\overrightarrow{F}$ subie par le nucléon. Quel doit être le signe de K pour que cette force soit attractive ?

3 - Démontrer que la trajectoire de M se situe dans un plan que l'on précisera.

4 - On choisit ce plan comme plan (Oxy) du repère, et on utilise maintenant les coordonneés polaires de M dans ce plan. Montrer que $C = r^2\dot{\theta}$ est une constante du mouvement, et donner sa valeur à partir des conditions initiales : position $\overrightarrow{OM_0} = r_0\overrightarrow{e_x}$; vitesse $\overrightarrow{v_0} = v_1\overrightarrow{e_x} + v_2\overrightarrow{e_y}$.

5 - Montrer que l'énergie mécanique de M peut s'écrire sous la forme $E_m = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_{p,eff}(r)$ avec une fonction $E_{p,eff}(r)$ à préciser. E_m est-elle constante au cours du mouvement ?

6 - Si la valeur de C est suffisamment faible, la courbe représentative de $E_{p,eff}(r)$ présente un minimum en r_1 et un maximum en $r_2 > r_1$.
Déterminer, en fonction des conditions initiales, si le nucléon est dans un état lié ou dans un état de diffusion. Lequel de ces deux cas correspond à la situation usuelle d'un nucléon.

Exercice n°2 Sorbet

Une sorbetière est une machine permettant de fabriquer des glaces faites maison. La préparation (basiquement fruits, eau et sucre), sortie du réfrigérateur, est versée dans un bol sorti du congélateur. Ce bol contient une solution saline dont la fusion progressive permet de récupérer une grande quantité d'énergie à basse température, et donc de refroidir efficacement la préparation. Un petit moteur fait tourner une pale qui agite le mélange, jusqu'à la prise en glace. On modélise l'ensemble de la façon suivante :

- la préparation de masse m est initialement liquide à 0 °C, elle commence à solidifier dès qu'elle est versée ;
- le bol de la sorbetière demeure à température constante $T_0 = -15$ °C ;
- la température T du mélange est uniforme ;
- la puissance thermique échangée entre le mélange et le bol de la sorbetière s'écrit $\mathcal{P} = \alpha\,(T - T_0)$;
- les échanges thermiques avec l'air sont négligés pour simplifier.

On note c la capacité thermique massique de la glace, et $\Delta_{\text{fus}}\,h$ son enthalpie de fusion.

1 - Quelle est la durée nécessaire à ce que le mélange solidifie complètement ?

2 - La glace est meilleure à déguster à $T^\star = -8$ °C. Combien de temps supplémentaire faudra-t-il patienter une fois la glace totalement solidifiée avant de se régaler ?

Sujet n°2 Luc

Question de cours

On étudie le mouvement de $M(m)$ en interaction gravitationnelle avec $O(m_0)$.

1 - Donner les énergies potentielles gravitationnelle (resp. coulombienne).

2 - Montrer que l'énergie mécanique se conserve.

3 - Exprimer l'énergie mécanique du point matériel soumis à la force gravitationnelle (resp. coulombienne) et établir l'expression de l'énergie potentielle effective.

4 - Représenter la courbe de l'énergie potentielle effective.

5 - Décrire les différents mouvements radiaux possibles selon la valeur de l'énergie mécanique.

Exercice n°1 Hipparcos

Lors de son lancement, le satellite d'observation Hiparcos est resté sur son orbite de transfert à cause d'un problème technique. On l'assimile à un point matériel M de masse $m = 1,1$t. L'orbite de transfert est elliptique et la distance Terre-satellite varie entre $d_p = 200$ km au périgée et $d_A = 36,9 \times 10^3$ km à l'apogée. On rappelle que le périgée est le point de l'orbite le plus proche de la Terre et que l'apogée est le point le plus éloigné. On mesure la vitesse du satellite à son apogée : $v_A = 3,5 \times 10^2$ m · s^{-1}.

1 - Faire un schéma de la trajectoire en faisant apparaître la position O du centre de la Terre, l'apogée A et le périgée P.

2 - Déterminer le demi-grand axe a de la trajectoire.

3 - En déduire l'énergie mécanique et la période du satellite.

4 - On note v_A et v_P les vitesses du satellite en A et en P. Exprimer le module du moment cinétique calculé au point O du satellite à son apogée puis à son périgée.

5 - En déduire la vitesse du satellite à son périgée.

Exercice n°2 Neige artificielle

La neige artificielle est obtenue en pulvérisant de fines gouttes d'eau liquide à $T_0 = 10$°C dans l'air ambiant à $T_\mathrm{a} = -15$°C. Ces gouttelettes sont supposées sphériques de rayon $R = 0,2$ mm. Le déplacement dans l'air soumet chaque goutte à une perte thermique modélisée par la loi de Newton,

$$\phi = h\,(T - T_\mathrm{a})\,S,$$

où ϕ est le flux thermique cédé par la goutte d'eau, T sa température, h un coefficient constant et S l'aire de la surface au travers de laquelle a lieu l'échange.

1 - Établir l'équation différentielle régissant l'évolution temporelle de la température de la goutte $T(t)$.

2 - En déduire l'instant t_1 au bout duquel la goutte d'eau atteint une température $T_1 = -5,0$°C.

À cet instant, la goutte est toujours liquide alors même qu'elle devrait être solide compte tenu de sa température, phénomène appelé surfusion. On suppose qu'à l'instant t_1 une petite perturbation fait cesser la surfusion : la température remonte brutalement à 0°C, et la goutte solidifie partiellement de manière instantanée.

3 - Calculer la fraction massique α de liquide restant à solidifier après rupture de la surfusion.

4 - À quel instant t_2 la goutte est-elle totalement solidifiée ?

Données :

- coefficient conducto-convectif $h = 65$ W · m^{-2} · K^{-1} ;
- capacité thermique massique de l'eau liquide $c = 4,2$ kJ · K^{-1} · kg^{-1} ;
- capacité thermique massique de l'eau solide $c' = 2,1$ kJ · K^{-1} · kg^{-1} ;
- enthalpie massique de fusion de la glace $\ell_\mathrm{fus} = 333$ kJ · kg^{-1} ; » masse volumique de l'eau liquide $\mu = 1,0 \cdot 10^3$ kg · m^{-3}.

Sujet n°3 Jules

Question de cours

Mouvements elliptiques.

1 - Tracer l'ellipse, localiser le centre de force, le périgée/périhélie et l'apogée/l'aphélie.

2 - Relier le demi-grand axe aux rayons à l'apogée r_A et au périgée r_P.

3 - Citer la troisième loi de Kepler.

4 - Donner l'expression de l'énergie mécanique sur le mouvement elliptique.

5 - Établir l'expression de l'énergie mécanique sur le mouvement elliptique.

Exercice n°1 Satellite en orbite basse

On étudie le mouvement d'un satellite artificiel S en orbite autour de la Terre dans le référentiel géocentrique, supposé galiléen. On note M la masse de la Terre, $m \ll M$ la masse du satellite et G la constante de gravitation universelle.

Données : $M = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg ; rayon terrestre $R = 6,4 \cdot 10^3$ km; $G = 6,7 \cdot 10^{-11}$ m$^3 \cdot$ kg$^{-1} \cdot$ s^{-2}. Dans un premier temps, on néglige les autres interactions que la force de gravitation entre la Terre et le satellite, et on suppose l'orbite circulaire de rayon r parcourue à la vitesse angulaire ω.

1 - Établir l'expression de la vitesse v du satellite en fonction de G, M et r. La calculer numériquement pour une orbite d'altitude 1000 km .

2 - Exprimer successivement l'énergie potentielle, l'énergie cinétique et l'énergie mécanique du satellite.

Les satellites en orbite basse subissent des frottements de la part des hautes couches de l'atmosphère. Ces frottements limitent la durée du vie des satellites en les faisant lentement chuter sur Terre. Ainsi, un satellite situé sur une orbite à 1000 km d'altitude descend d'environ 2 m par jour. On modélise l'action des hautes couches de l'atmosphère par une force de frottement quadratique proportionnelle à la masse du satellite,

$$\overrightarrow{f} = -\lambda m v \overrightarrow{v}.$$

Cette force est suffisamment faible pour que la trajectoire demeure quasi-circulaire : les expressions obtenues pour une orbite circulaire demeurent valables, mais le rayon r de l'orbite varie lentement au cours du temps.

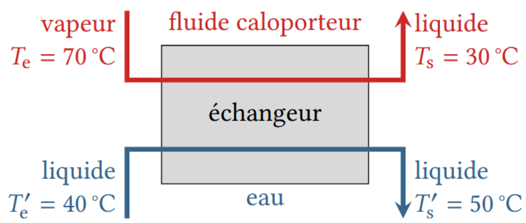
3 - À l'aide d'un théorème énergétique, établir l'équation différentielle vérifiée par r.

4 - Sans résoudre cette équation, montrer que les frottements font bien descendre le satellite. En déduire un résultat surprenant concernant l'effet des frottements sur la vitesse du satellite.

5 - Déterminer l'évolution de r en fonction du temps. En déduire l'expression et la valeur numérique du coefficient de frottement λ.

Exercice n°2 Condenseur

Cet exercice s'intéresse à l'un des composants d'une pompe à chaleur, le condenseur, dont le principe est schématisé ci-contre. Un fluide caloporteur à l'état gazeux, préalablement porté à la température T_e par compression, y est mis en contact avec l'eau liquide à réchauffer, initialement à la température T'_e. Le fluide caloporteur se refroidit et se liquéfie au sein de l'échangeur, tandis que l'eau se réchauffe. L'évolution de chaque fluide est isobare. L'ensemble est thermiquement isolé de l'environnement. Question : Le volume d'eau à réchauffer de la sorte est de $1,5$ m^3 par heure de fonctionnement de la PAC. Déterminer la masse de fluide caloporteur qu'il faut refroidir pendant cette durée.



Données : en considérant le R410a sous 22 bar comme fluide caloporteur,

- température de vaporisation : $T_{vap} = 35°C$;
- enthalpie de vaporisation : $\Delta_{vap} h = 170$ kJ $\cdot$ kg^{-1} ;
- capacités thermiques du R410a : $c_{vap} = 0,8$ kJ $\cdot$ kg^{-1} et $c_{liq} = 1,7$ kJ $\cdot$ kg^{-1} ;
- capacité thermique de l'eau liquide : $c' = 4,2$ kJ $\cdot$ kg^{-1}.

Sujet n°4 Hugo

Question de cours : Étude du mouvement circulaire

On considère un satellite M de masse m en interaction gravitationnelle avec la Terre de masse M_T en mouvement circulaire de rayon R.

1 - Donner l'expression de la force gravitationnelle de la Terre sur le satellite.

2 - Justifier que le mouvement circulaire du satellite est nécessairement uniforme.

3 - En utilisant le principe fondamental de la dynamique, établir la norme du vecteur vitesse sur un tel mouvement.

4 - En déduire la période.

5 - En déduire la 3e loi de Kepler pour le cas d'un mouvement circulaire.

6 - Exprimer l'énergie mécanique du satellite.

Exercice n°1 Trou noir

Cet exercice propose de calculer l'ordre de grandeur de la taille et de la densité d'un trou noir dans un modèle heuristique de physique newtonienne. Considérons pour cela un point matériel M de masse m à proximité d'un astre sphérique de masse m_0, de rayon R et de centre O. Cet astre est supposé suffisamment massif pour que l'on puisse considérer que M n'est soumis qu'à la force gravitationnelle due à l'astre. On étudie le mouvement de M dans le référentiel $\mathcal{R}$ astrocentrique, que l'on suppose galiléen.

1 - Exprimer la force gravitationnelle ressentie par M ainsi que l'énergie potentielle dont elle dérive en la supposant nulle à l'infini. Exprimer l'énergie mécanique de M. Celle-ci se conserve-t-elle ?

2 - Montrer que le mouvement de M est nécessairement plan. M étant alors repéré par ses coordonnées polaires, montrer que $C = r^2\dot{\theta}$ est une constante du mouvement.

3 - Montrer que l'énergie mécanique peut se mettre sous la forme $E_\mathrm{m} = \frac{1}{2}m\dot{r}^2 + E_\mathrm{p,eff}(r)$, en introduisant l'énergie potentielle effective $E_\mathrm{p,eff}(r)$ dont on précisera l'expression en fonction de r.

4 - Tracer l'allure de la courbe représentative de $E_\mathrm{p,eff}(r)$. À l'aide d'un raisonnement graphique, déterminer pour quelles valeurs de E_m le point M peut échapper à l'attraction de l'astre, c'est-à-dire se trouver dans un état de diffusion.

5 - En déduire la vitesse de libération v_lib à la surface de cet astre.

6 - Dans la conception classique de Michell, un trou noir est un astre dont la vitesse de libération est supérieure à $c = 3 \cdot 10^8$ m · s^{-1}. Calculer le rayon de Schwarzschild R_S de l'astre, c'est-à-dire le rayon maximal qu'il doit avoir pour être un trou noir. 7 - Calculer numériquement R_S pour le Soleil ($M_\mathrm{S} = 2,0 \cdot 10^{30}$ kg) et pour la Terre ($M_\mathrm{T} = 6,0 \cdot 10^{24}$ kg). En déduire la densité minimale d'un trou de noir de cette masse.

Notons toutefois que malgré les deux limites évoquées, le rayon de Schwarzschild donne le bon ordre de grandeur de la taille d'un trou noir de masse m.

Exercice n°2 Combien de glaçons ?

Déterminer la masse de glaçon à -18 °C qu'il faut ajouter à un verre de jus de fruits à 25 °C pour qu'il soit à -5 °C.

On donne la capacité massique de l'eau liquide et de l'eau solide, et l'enthalpie massique de fusion de l'eau à 0 °C.

Sujet n°5 Jade

Question de cours : Étude du mouvement circulaire

On considère un satellite M de masse m en interaction gravitationnelle avec la Terre de masse M_T en mouvement circulaire de rayon R.

1 - Donner l'expression de la force gravitationnelle de la Terre sur le satellite.

2 - Justifier que le mouvement circulaire du satellite est nécessairement uniforme.

3 - En utilisant le principe fondamental de la dynamique, établir la norme du vecteur vitesse sur un tel mouvement.

4 - En déduire la période.

5 - En déduire la 3e loi de Kepler pour le cas d'un mouvement circulaire.

6 - Exprimer l'énergie mécanique du satellite.

Exercice n°1 Pendule simple amorti

Un pendule simple est constitué d'une masse m, modélisable par un point matériel M , attachée à un fil inextensible de masse négligeable de longueur ℓ et dont l'autre extrémité est fixe dans un référentiel galiléen. On mesure la position de la masse par l'angle θ du fil par rapport à la verticale descendante. On modélise l'effet des frottements de l'air sur le pendule par une force $\overrightarrow{F} = -\alpha\overrightarrow{v}$.

1 - Faire un bilan des forces. Exprimer le moment de chacune des forces par rapport au point O. En déduire la position d'équilibre θ_{eq}. Cette position est-elle stable ?

2 - Établir l'équation du mouvement du pendule simple à l'aide du théorème du moment cinétique. Simplifier cette équation dans l'approximation de petites oscillations.

3 - Exprimer la pulsation propre ω_0 et le facteur de qualité Q en fonction de m, α, g et ℓ.

4 - A quelle condition sur α est-on en régime pseudo-périodique ? Établir alors l'expression de $\theta(t)$ en sachant que $\theta(t=0) = 0$ et $v(t=0) = v_0$.

5 - Représenter θ au cours du temps. On prendra $Q = 5$ et $T_0 = 1$ s.

Exercice n°2 Combien de glaçons ?

Déterminer la masse de glaçon à -18 °C qu'il faut ajouter à un verre de jus de fruits à 25 °C pour qu'il soit à -5 °C.

Sujet n°6 Anthony

Question de cours

Mouvements elliptiques.

1 - Tracer l'ellipse, localiser le centre de force , le périgée/périhélie et l'apogée/l'aphélie.

2 - Relier le demi-grand axe aux rayons à l'apogée r_A et au périgée r_P.

3 - Citer la troisième loi de Kepler.

4 - Donner l'expression de l'énergie mécanique sur le mouvement elliptique.

5 - Établir l'expression de l'énergie mécanique sur le mouvement elliptique.

Exercice n°1 Deux pendules couplés

Deux pendules simples de même masse m et même longueur l sont reliés au niveau des masses ponctuelles par un ressort horizontal de raideur k et de longueur à vide l_0. Au repos, les pendules sont verticaux. En maintenant le pendule 1 , on écarte le pendule 2 d'un angle θ_0 et on les lâche sans vitesse initiale. On note θ_1 et θ_2 les angles des pendules avec la verticale et on les suppose petits. On note y_1 et y_2 les déplacements horizontaux des masses par rapport à la position verticale. On étudiera les deux pendules comme deux systèmes distincts.

1 - Quelle est la longueur du ressort à l'équilibre ? A l'aide de l'hypothèse concernant l'amplitude des mouvements, proposer des approximations sur les fonctions trigonométriques des angles et une relation simple entre y_i et $\theta_i (i = 1 \text{ ou } 2)$.

2 - Établir les deux équations différentielles des mouvements des masses (en θ_1 et θ_2) en appliquant le théorème du moment cinétique à chacune d'elles séparément.

3 - Résoudre les équations, décrire les mouvements, tracer θ_1 et θ_2 au cours du temps et les comparer.
Astuce : on pourra commencer par poser $S = \theta_1 + \theta_2$ et $D = \theta_2 - \theta_1$ pour découpler les équations.

Exercice n°2 Sorbet

Une sorbetière est une machine permettant de fabriquer des glaces faites maison. La préparation (basiquement fruits, eau et sucre), sortie du réfrigérateur, est versée dans un bol sorti du congélateur. Ce bol contient une solution saline dont la fusion progressive permet de récupérer une grande quantité d'énergie à basse température, et donc de refroidir efficacement la préparation. Un petit moteur fait tourner une pale qui agite le mélange, jusqu'à la prise en glace. On modélise l'ensemble de la façon suivante :

- la préparation de masse m est initialement liquide à 0 °C, elle commence à solidifier dès qu'elle est versée ;
- le bol de la sorbetière demeure à température constante $T_0 = -15$ °C ;
- la température T du mélange est uniforme ;
- la puissance thermique échangée entre le mélange et le bol de la sorbetière s'écrit $\mathcal{P} = \alpha\,(T - T_0)$;
- les échanges thermiques avec l'air sont négligés pour simplifier.

On note c la capacité thermique massique de la glace, et $\Delta_{\text{fus}}\,h$ son enthalpie de fusion.

1 - Quelle est la durée nécessaire à ce que le mélange solidifie complètement ?

2 - La glace est meilleure à déguster à $T^\star = -8$ °C. Combien de temps supplémentaire faudra-t-il patienter une fois la glace totalement solidifiée avant de se régaler ?