

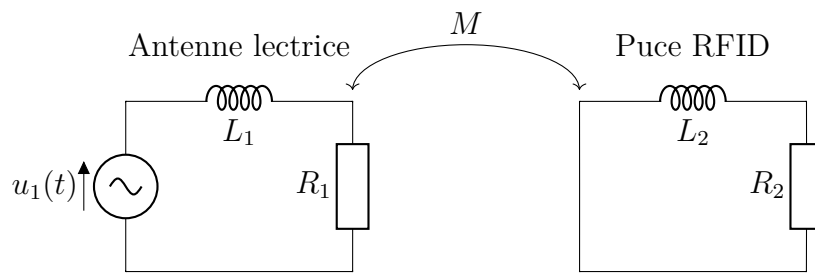
Exercice n°2 Puce RFID

Un système RFID utilise un couplage inductif entre une antenne lectrice (circuit primaire) et une étiquette RFID (circuit secondaire). L'étiquette est passive : elle n'a pas de batterie et tire son énergie du champ magnétique de l'antenne lectrice. Le système est modélisé par :

1. Circuit primaire : Antenne lectrice alimentée par une tension sinusoïdale $u_1(t) = U_1 \cos(\omega t)$.
2. Circuit secondaire : Étiquette RFID modélisée par une boucle de résistance R_2 et d'inductance L_2 , couplée au primaire par une induction mutuelle M .

Données numériques :

- Fréquence d'alimentation : $f = 125\text{kHz}$ (typique pour les RFID basses fréquences).
- $U_1 = 10\text{ V}$; $R_1 = 1,0\ \Omega$ (résistance de l'antenne lectrice) ; $L_1 = 100\ \mu\text{H}$ (inductance propre de l'antenne).
- $R_2 = 50\ \Omega$ (résistance de l'étiquette) ; $L_2 = 1,0\ \mu\text{H}$ (inductance propre de l'étiquette).
- $M = 5,0\ \mu\text{H}$ (inductance mutuelle)



- Q1. Rappeler les définitions de l'inductance propre et de l'inductance mutuelle.
- Q2. Exprimer les forces électromotrices induites (incluant tous les phénomènes d'induction) dans chaque circuit.
- Q3. Représenter les circuits électriques équivalents et établir les deux équations différentielles couplées vérifiées par i_1 et i_2 .

L'alimentation u_1 étant sinusoïdale, et le phénomène étant linéaire, toutes les grandeurs électriques sont sinusoïdales à la même pulsation ω : $i_1(t) = I_1 \cos(\omega t + \psi_1)$ et $i_2(t) = I_2 \cos(\omega t + \psi_2)$.

- Q4. Donner les représentations complexes de i_1 et i_2 et introduire les amplitudes complexes \underline{I}_1 et \underline{I}_2 .
- Q5. À partir des deux équations différentielles couplées, obtenir un système de deux équations vérifiées par \underline{I}_1 et \underline{I}_2 .
- Q6. En déduire les expressions suivantes :

$$\underline{I}_1 = \frac{(R_2 + L_2 j \omega) E}{R_1 R_2 + (M^2 - L_1 L_2) \omega^2 + (R_1 L_2 + R_2 L_1) j \omega}$$

$$\underline{I}_2 = \frac{-j \omega M E}{R_1 R_2 + (M^2 - L_1 L_2) \omega^2 + (R_1 L_2 + R_2 L_1) j \omega}$$

- Q7. En déduire les expressions des amplitudes I_1 et I_2 .
- Q8. Calculer numériquement le rapport $x = \frac{I_2}{I_1}$.
- Q9. À partir des équations différentielles obtenues Q3, établir le bilan de puissance global, puis l'écrire sous la forme $\mathcal{P}_1 = \frac{d\mathcal{E}_{\text{mag}}}{dt} + \mathcal{P}_J$. Identifier les différents termes.

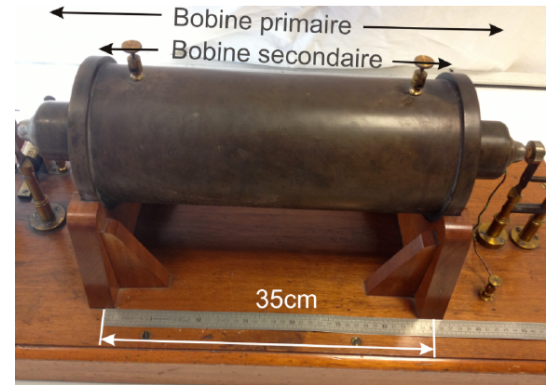
Pour un signal y T -périodique, $\left\langle \frac{dy}{dt} \right\rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{dy}{dt} dt = 0$ et $\langle A_m^2 \cos^2(\omega t + \psi) \rangle = \frac{A_m^2}{2}$

- Q10. Montrer que le bilan de puissance en moyenne sur une période s'écrit : $\langle \mathcal{P}_f \rangle = \langle R_1 i_1^2 \rangle + \langle R_2 i_2^2 \rangle$
- Q11. En déduire le rendement du transfert défini comme le rapport de la puissance électrique moyenne reçue par la puce sur la puissance moyenne fournie par le générateur, en fonction de R_1 , R_2 et x .
Faire l'application numérique.

Exercice n°3 Bobines de Ruhmkorff

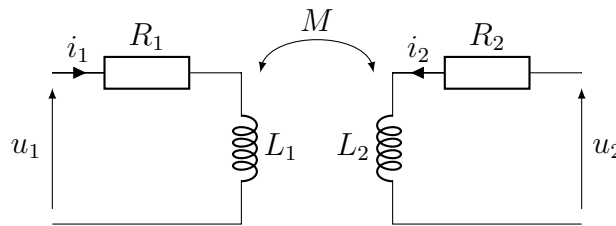
Jules Verne utilise dans ses romans les dernières innovations technologiques de son temps. Ainsi, dans « Vingt mille lieues sous les mers », les explorateurs utilisent des lampes à décharge alimentées par des appareils de RUHKORFF, conçus par Heinrich RUHKORFF vers 1850 pour s'éclairer une fois hors du Nautilus*.

Une bobine de Ruhmkorff est une association de deux bobines cylindriques de même axe de révolution (on peut se référer à la photographie présentée sur la figure ci-contre. L'enroulement primaire est constitué d'un petit nombre de spires de gros fil de cuivre tandis que la bobine secondaire comporte un très grand nombre de spires de fin fil de cuivre.



Les valeurs des résistances des deux enroulements sont très différentes. La résistance de la bobine primaire est mesurée avec un ohmmètre qui indique $R_1 = 1,23 \Omega$. La mesure de la résistance R_2 de la bobine secondaire donne $R_2 = 9,75 \text{ k}\Omega$.

Le couplage inductif entre ces bobines correspond au schéma électrocinétique équivalent donné ci-dessous.



Afin de déterminer les valeurs des coefficients d'auto-inductances L_1 et L_2 et l'inductance mutuelle M , plusieurs expérimentations ont été menées. Des graphes issus de ces différentes expériences sont fournis dans le document réponse (figures A, B et C). Ils peuvent servir de support pour illustrer la démarche et sont à rendre avec la copie.

Expérience 1 La bobine secondaire étant en circuit ouvert, la bobine primaire est montée en série avec un générateur basse fréquence de résistance interne $R_g = 50 \Omega$ et une résistance additionnelle $R_0 = 100 \Omega$. Le signal délivré par le générateur est une tension périodique en créneaux de valeur minimale nulle. Le signal enregistré et représenté sur la figure A est la tension aux bornes de R_0 .

Expérience 2 La bobine primaire étant en circuit ouvert, la bobine secondaire est associée en série à une résistance $R_a = 1,0 \cdot 10^4 \Omega$. L'ensemble des deux dipôles est alimenté en signal sinusoïdal. La figure B indique les graphes donnant les deux tensions sinusoïdales aux bornes de la bobine secondaire et de la résistance R_a .

Expérience 3 Deux voltmètres de très grande impédance interne sont branchés aux bornes de la bobine primaire pour l'un et de la bobine secondaire pour l'autre. La bobine primaire est alimentée par un générateur de tension sinusoïdale. Le graphe de la figure C montre que le rapport des deux valeurs efficaces dépend de la fréquence.

En s'appuyant sur ces expériences, estimer les valeurs de L_1 , L_2 et $|M|$. Comparer aux valeurs rencontrées en travaux pratiques.

Vous êtes invité.e à consigner ses pistes de recherche, à expliciter soigneusement la démarche choisie et en particulier la manière dont sont extraites les informations pertinentes des trois documents.

Cet exercice n'étant pas du tout guidé, et vu que vous êtes en DM : vous pouvez me demander autant de pistes de résolution que vous le voulez. L'important est de réfléchir, d'avancer avec les pistes, afin de répondre au problème posé.

*. Si vous n'avez pas la référence, c'est un peu tard pour l'avoir... »!

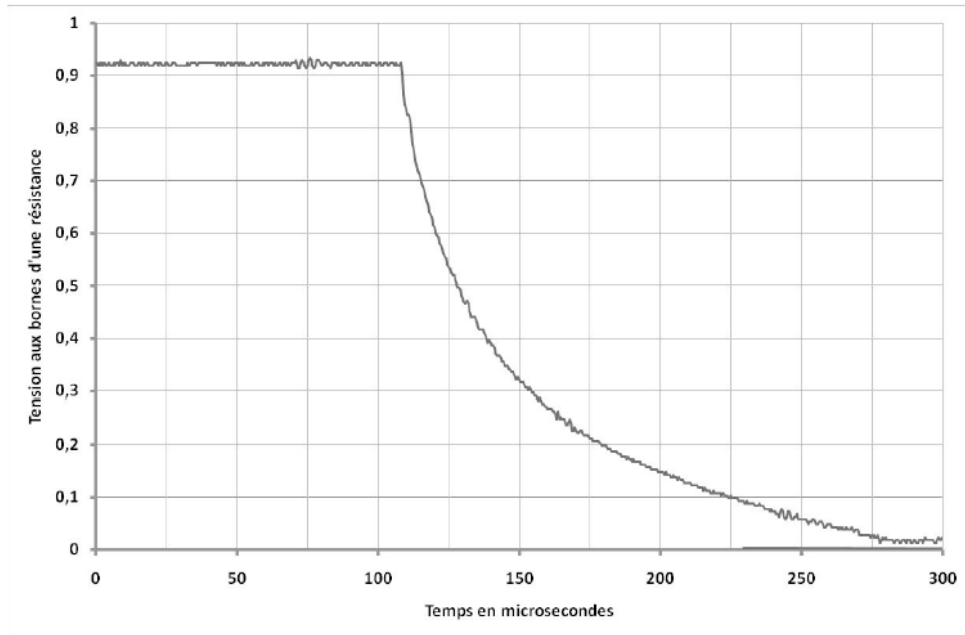


Figure A Expérience 1 : régime transitoire dans le circuit primaire

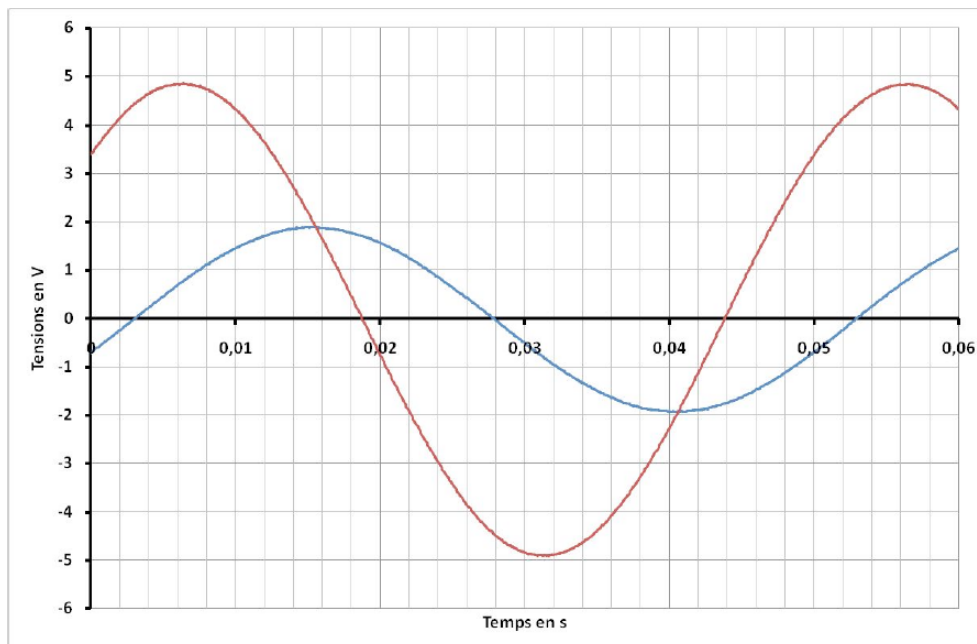


Figure B Expérience 2 : régime sinusoïdal forcé du circuit secondaire

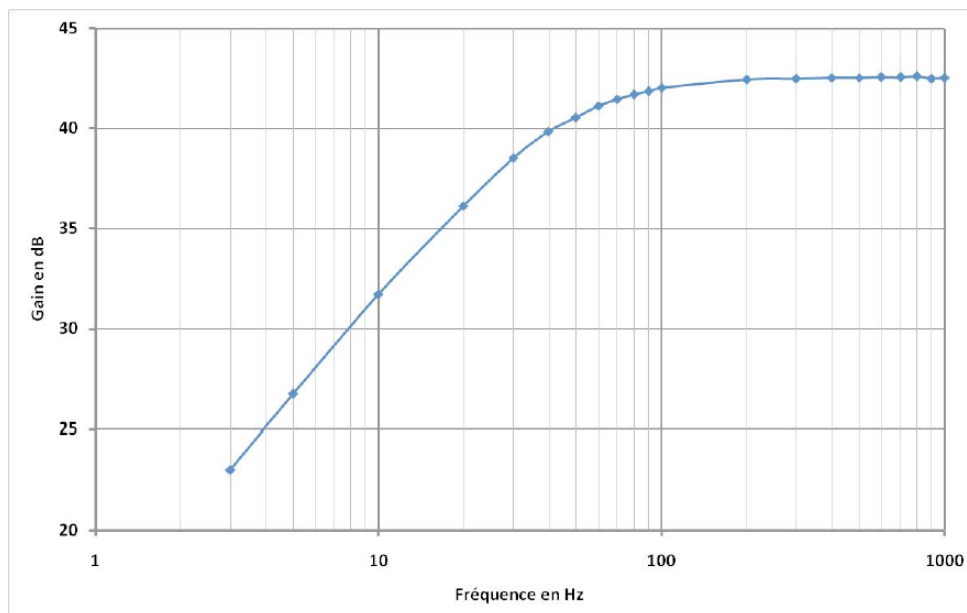


Figure C Expérience 3 : diagramme de Bode du couplage inductif entre les deux bobines coaxiales