Sujet n°1 Marcel

Question de cours Système déformable : le tabouret d'inertie

Une personne est assise sur un tabouret dont le siège peut tourner quasiment sans frottement autour d'un axe vertical Δ.
La personne se met en rotation, les bras repliés sur elle-même (état 1), à la vitesse angulaire ω_1.
Ensuite elle détend les bras (état 2) et sa rotation se fait à une vitesse angulaire différente ω_2.

1 - Comparer les moments d'inertie dans les deux états (bras écartés / bras resserrés).

2 - Justifier la conservation du moment cinétique.

3 - En déduire l'évolution de la vitesse de rotation.

4 - Effectuer un bilan d'énergie et déterminer le travail des actions mécaniques intérieures.

Exercice n°1 Roue de vélo

On considère une roue de bicyclette de rayon R et de masse m dont on étudie l'arrêt de la rotation par un frein à étrier. Le frein exerce sur la jante une force de direction horizontale et d'intensité F, que l'on considèrera constante tant que la roue tourne. Le vélo étant retourné sur sa selle, la roue est en rotation autour de son moyeu, fixe, noté (Δ). On suppose que la liaison pivot est parfaite.

1 - On donne les moments d'inertie associés aux deux modèles d'un cylindre plein et creux : $J_\Delta = mR^2/2$ et $J_\Delta = mR^2$. Attribuer l'expression à chaque modèle.

2 - Déterminer l'intensité F de la force nécessaire pour arrêter la roue en un seul tour.
On donne, pour l'application numérique, $R = 33$ cm, $m = 1.6$ kg et $\omega_0 = 17 \text{rad.s}^{-1}$.

Exercice n°2 Diesel à double combustion

Dans les moteurs Diesel à double combustion, le cycle décrit par le mélange air-carburant est modélisable par le cycle suivant :

Après la phase d'admission $1' \rightarrow 1$ qui amène le mélange au point 1 du cycle, celui-ci subit une compression adiabatique supposée réversible jusqu'au point 2. Après injection du carburant en 2, la combustion s'effectue d'abord de façon isochore de 2 à 3 puis se poursuit de façon isobare de 3 à 4. La phase de combustion est suivie d'une détente adiabatique à nouveau réversible de 4 à 5 , puis d'une phase d'échappement isochore $5 \rightarrow 1$ puis isobare $1 \rightarrow 1'$.

Au point 1 du cycle, la pression $p_\mathrm{m} = 1,0$ bar et la température $T_\mathrm{m} = 293$ K sont minimales. La pression maximale, aux points 3 et 4 , est $p_\mathrm{M} = 60$ bar et la température maximale, au point 4 , vaut $T_\mathrm{M} = 2073$ K. Le rapport volumétrique de compression vaut $\beta = V_\mathrm{M}/V_\mathrm{m} = 17$.

On raisonne sur n mol de gaz, et on suppose que le mélange air-carburant se comporte exactement comme l'air, c'est-à-dire comme un gaz parfait diatomique de masse molaire $M = 29\ \mathrm{g \cdot mol^{-1}}$, et de capacités thermiques respectives C_P et C_V, et on note $\gamma = C_P/C_V = 1,4$.

1 - Exprimer les températures T_2, T_3 et T_5 en fonction de $p_\mathrm{m}, p_\mathrm{M}, T_\mathrm{m}, T_\mathrm{M}$ et β. Calculer les valeurs numériques.

2 - Exprimer le transfert thermique Q_c reçu par l'air au cours de la phase de combustion $2 \rightarrow 4$.

3 - Exprimer le transfert thermique Q_f échangé avec le milieu extérieur entre les points 5 et 1 .

4 - En déduire le travail W échangé au cours d'un cycle.

5 - Définir et calculer le rendement de ce moteur.

Sujet n°2 Kenny

Question de cours : Pendule pesant

On note (Oz) l'axe de rotation du solide et $J_{(Oz)}$ le moment d'inertie du solide par rapport à l'axe (Oz).
On néglige tous les frottements.
On repère la position du solide par l'angle θ que fait la droite (OG) avec la verticale descendante (Ox).
On note d la distance OG.

1 - Faire un schéma.

2 - Donner l'expression du moment cinétique du solide par rapport à (Oz).

3 - Effectuer le bilan des actions mécaniques et exprimer leurs moments par rapport à (Oz).

4 - Établir l'équation du mouvement.

5 - Établir l'intégrale première du mouvement.
Interpréter les différents termes et la signification de l'équation.

Exercice n°1 Toupie

Pour lancer une toupie, on tire sur un fil inextensible enroulé autour de cette dernière. On la modélise par un cylindre de masse m et de rayon R de moment d'inertie $J = \dfrac{mR^2}{2}$ par rapport à (Oz). Le fil est tiré avec une force constante $\vec{F}$ et la toupie est initialement au repos.

1 - Exprimer la puissance de la force $\vec{F}$.

2 - Déterminer l'accélération angulaire de la toupie en fonction de $F = \|\vec{F}\|, m$ et R.

3 - Quelles est la vitesse angulaire lorsque la totalité du fil est déroulée (4 tours) ?

Exercice n°2 Moteur de Stirling

Soit $n = 40$mmol d'hélium assimilable à un gaz parfait dont le rapport des capacités thermiques à pression et à volume constants est $\gamma = 1,66$. Ce système subit le cycle composé des transformations quasi statiques suivantes :

- compression isotherme AB lors du contact thermique avec une source froide maintenue à la température $T_f = 330$ K par le retour d'eau froide des circuits de chauffage,
- échauffement isochore BC au contact thermique avec une source chaude maintenue à la température $T_c = 930$ K par un bruleur alimenté au méthane et en air,
- détente isotherme CD au contact thermique avec la source chaude,
- refroidissement isochore DA au contact thermique avec la source froide.

On donne $V_\mathrm{A} = V_\mathrm{D} = 1,00$ L et $V_\mathrm{B} = \dfrac{V_\mathrm{A}}{4}$ ainsi que $R = 8,31$ J $\cdot$ K^{-1} $\cdot$ mol^{-1}.

1 - Représenter l'allure du cycle en coordonnées de Watt (P, V) en justifiant la réponse. Le cycle est-il moteur ou récepteur ?

2 - Exprimer le travail W_AB et le transfert thermique Q_AB reçus par le fluide au cours de la transformation AB en fonction de $n, R, T_f,$ V$_\mathrm{A}$ et V_B. Commenter le signe de W_AB.

3 - Déterminer le travail W_BC et le transfert thermique Q_BC reçus par le fluide au cours de la transformation BC en fonction de n, R, γ, T_c et T_f. Commenter le signe de Q_{BC}

4 - Déterminer le travail W_CD et le transfert thermique Q_CD reçus par le fluide au cours de la transformation CD. Même question pour la transformation DA.

5 - Exprimer le travail total W_t fourni par le moteur au cours d'un cycle en fonction de $n, R, T_c,$ T$_f$, V$_\mathrm{A}$ et V_B.

6 - Définir le rendement du moteur et l'exprimer en fonction de T$_c$ et T$_f$. Calculer sa valeur.

7 - Combien de cycles par seconde doit effectuer le moteur pour fournir une puissance $\mathscr{P}$ de 2,00 kW ?

8 - Établir le rendement de Carnot du moteur. Commenter.

Sujet n°3 Raphaël

Question de cours Pendule de torsion

Le pendule de torsion est constitué d'une barre homogène de longueur L, de masse m et fixée en un point O (confondu avec le centre d'inertie de la barre) à un fil.

On fait tourner le fil sur lui-même de manière à le « tordre » et on lâche sans vitesse initiale et la barre se met à tourner autour de l'axe (Oz).

1 - On note C la constante de torsion. Donner l'expression du moment du couple de torsion exercé par le fil.

2 - Établir l'équation différentielle du mouvement.

3 - Établir l'intégrale première du mouvement.
Interpréter les différents termes et la signification de l'équation.

Exercice n°1 Chute d'un arbre

On assimile un arbre à une tige longue et homogène de longueur L et de masse m. On le scie à sa base et l'arbre bascule en tournant autour de son point d'appui au sol. On suppose que le point d'appui reste fixe et ne glisse pas et on repère la position de l'arbre par l'angle θ qu'il fait avec la verticale. À $t = 0$, l'arbre fait un angle $\theta_0 = 5°$ avec la verticale et est immobile. On donne le moment d'inertie de l'arbre par rapport à un axe horizontal passant par son extrémité et perpendiculaire à l'arbre $J = \frac{1}{3}mL^2$.

1 - Établir l'équation du mouvement de la chute de l'arbre.

2 - Établir l'intégrale première du mouvement.

3 - Montrer que, lorsque l'arbre fait un angle θ avec la verticale, sa vitesse angulaire vaut :

$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{3g}{L}\left(\cos\theta_0 - \cos\theta\right)}$$

4 - En déduire le temps de chute d'un arbre de 30 m.

Données : $g = 10\ \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$. On donne pour $\theta_0 = 5°$: $\displaystyle\int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{d}\theta}{\sqrt{\cos\theta_0 - \cos\theta}} = 5,1$.

Exercice n°2 Moteur de Stirling

Soit $n = 40$mmol d'hélium assimilable à un gaz parfait dont le rapport des capacités thermiques à pression et à volume constants est $\gamma = 1,66$. Ce système subit le cycle composé des transformations quasi statiques suivantes :

— compression isotherme AB lors du contact thermique avec une source froide maintenue à la température $T_f = 330$ K par le retour d'eau froide des circuits de chauffage,

— échauffement isochore BC au contact thermique avec une source chaude maintenue à la température $T_c = 930$ K par un bruleur alimenté au méthane et en air,

— détente isotherme CD au contact thermique avec la source chaude,

— refroidissement isochore DA au contact thermique avec la source froide.

On donne $V_\text{A} = V_\text{D} = 1,00$ L et $V_\text{B} = \frac{V_\text{A}}{4}$ ainsi que $R = 8,31\ \text{J} \cdot \text{K}^{-1} \cdot \text{mol}^{-1}$.

1 - Représenter l'allure du cycle en coordonnées de Watt (P, V) en justifiant la réponse. Le cycle est-il moteur ou récepteur ?

2 - Exprimer le travail W_AB et le transfert thermique Q_AB reçus par le fluide au cours de la transformation AB en fonction de n, R, T_f, V_A et V_B. Commenter le signe de W_AB.

3 - Déterminer le travail W_BC et le transfert thermique Q_BC reçus par le fluide au cours de la transformation BC en fonction de n, R, γ, T_c et T_f. Commenter le signe de Q_{BC}

4 - Déterminer le travail W_CD et le transfert thermique Q_CD reçus par le fluide au cours de la transformation CD. Même question pour la transformation DA.

5 - Exprimer le travail total W_t fourni par le moteur au cours d'un cycle en fonction de n, R, T_c, T_f, V_A et V_B.

6 - Définir le rendement du moteur et l'exprimer en fonction de T_c et T_f. Calculer sa valeur.

7 - Combien de cycles par seconde doit effectuer le moteur pour fournir une puissance $\mathscr{P}$ de 2,00 kW ?

8 - Établir le rendement de Carnot du moteur. Commenter.

Sujet n°4 Mathéo

Question de cours Symétrie et invariance

On étudie un fil infini parcouru par un courant permanent :

1 - Quel est le système de coordonnées approprié ? Représenter le schéma du fil infini, avec les coordonnées et la base correspondante.

2 - Écrire la forme la plus générale du champ magnétique.

3 - Déterminer un plan d'antisymtrie de la distribution de courant : $(M, \overrightarrow{u_{...}}, \overrightarrow{u_{...}})$.
Comment est $\overrightarrow{B}$ par rapport à ce plan ?

4 - Déterminer un plan de symétrie de la distribution de courant : $(M, \overrightarrow{u_{...}}, \overrightarrow{u_{...}})$.
Comment est $\overrightarrow{B}$ par rapport à ce plan ?

5 - Conclure que $\overrightarrow{B} = B_{...}(..., ..., ...)\overrightarrow{u_{...}}$

6 - Déterminer les invariances de la distribution de courant. Conclure sur les variables dont ne dépendent pas la composante.

Exercice n°1 Volant d'inertie

On s'intéresse dans cet exercice à la régulation de la vitesse de rotation d'une machine tournante par un volant d'inertie, qui est un anneau lié au rotor de masse élevée et d'assez grand rayon. La machine tournante en question peut aussi bien être un moulin à blé qu'un broyeur de cailloux, mais les volants d'inertie sont également utilisés en Formule 1 dans le KERS «Kinetic Energy Recovering System». On modélise ici la machine tournante par un rotor de moment d'inertie J, soumis à un couple moteur Γ_0 constant et à un couple de frottement de type fluide $\Gamma_\mathrm{f} = -\alpha\omega$ où α est une constante et ω la vitesse angulaire du rotor.

1 - Justifier par un argument énergétique que $\alpha > 0$.

2 - Le rotor est initialement immobile. Donner l'évolution de sa vitesse angulaire $\omega(t)$, en introduisant la vitesse finale ω_f et un temps caractéristique τ.

3 - Des vibrations du dispositif se traduisent par un nouveau couple exercé sur le rotor, que l'on prendra harmonique $\Gamma_\mathrm{vib}(t) = \gamma\cos(\Omega t)$. Pourquoi ne perd-on pas en généralité en considérant ce couple harmonique ? Après un régime transitoire, la vitesse angulaire du rotor est elle aussi harmonique de pulsation Ω. Donner le temps caractéristique de la durée du transitoire.

4 - Après la fin du transitoire, on cherche la vitesse angulaire de rotation ω sous la forme $\omega(t) = \omega_\mathrm{f} + A\cos(\Omega t + \varphi)$ Déterminer l'amplitude A. L'équation différentielle étant linéaire, on pourra utiliser le théorème de superposition et traiter la partie harmonique avec la notation complexe.

5 - En déduire l'intérêt et l'inconvénient d'un volant d'inertie.

Exercice n°2 Moteur Diesel

Dans le fonctionnement d'un moteur Diesel, tout se passe comme si un système fermé constitué de n moles de gaz parfait diatomique et de coefficient $\gamma = 1,4$ décrivait le cycle $ABCD$ par une série de transformations quasi statiques :

— une compression adiabatique AB du gaz,
— une détente isobare BC du gaz se produisant lors de la combustion du carburant,
— une détente adiabatique CD du gaz,
— un refroidissement isochore DA du gaz.

On donne les pressions $P_\mathrm{A} = 1,00.10^5$ Pa et $P_\mathrm{B} = 21,7.10^5$ Pa, les températures $T_\mathrm{A} = 300$ K et $T_\mathrm{C} = 2176$ K ainsi que le volume $V_\mathrm{A} = 2,49.10^{-3}$ m^3.

1 - Représenter le cycle dans le diagramme de Watt (P, V).

2 - Déterminer l'expression puis la valeur de la température T_B de l'état B.

3 - Déterminer l'expression puis la valeur de la température T_D au point D du cycle.

4 - Exprimer puis calculer le transfert thermique Q_BC.

5 - Déterminer le transfert thermique Q_DA.

6 - Estimer W le travail fourni lors d'un cycle.

7 - Établir que l'expression du rendement du moteur. Faire l'application numérique

Sujet n°5 Isabelle

Question de cours : Aspect énergétique du solide en rotation

1 - Donner l'énergie cinétique d'un solide en rotation autour d'un axe fixe.

2 - Donner les expressions de la puissance et du travail d'une action mécanique qui s'exerce sur un solide en rotation.

3 - Énoncer le TPC et le TEC pour un solide.

4 - Établir l'équation du mouvement du pendule pesant avec le TPC.

Exercice n°1 Toupie

Pour lancer une toupie, on tire sur un fil inextensible enroulé autour de cette dernière. On la modélise par un cylindre de masse m et de rayon R de moment d'inertie $J = \dfrac{mR^2}{2}$ par rapport à (Oz). Le fil est tiré avec une force constante $\vec{F}$ et la toupie est initialement au repos.

1 - Exprimer la puissance de la force $\vec{F}$.

2 - Déterminer l'accélération angulaire de la toupie en fonction de $F = \|\vec{F}\|, m$ et R.

3 - Quelles est la vitesse angulaire lorsque la totalité du fil est déroulée (4 tours) ?

Exercice n°2 Moteur Diesel

Dans le fonctionnement d'un moteur Diesel, tout se passe comme si un système fermé constitué de n moles de gaz parfait diatomique et de coefficient $\gamma = 1,4$ décrivait le cycle $ABCD$ par une série de transformations quasi statiques :

— une compression adiabatique AB du gaz,

— une détente isobare BC du gaz se produisant lors de la combustion du carburant,

— une détente adiabatique CD du gaz,

— un refroidissement isochore DA du gaz.

On donne les pressions $P_{\text{A}} = 1,00.10^5$ Pa et $P_{\text{B}} = 21,7.10^5$ Pa, les températures $T_{\text{A}} = 300$ K et $T_{\text{C}} = 2176$ K ainsi que le volume $V_{\text{A}} = 2,49.10^{-3}$ m^3.

1 - Représenter le cycle dans le diagramme de Watt (P, V).

2 - Déterminer l'expression puis la valeur de la température T_{B} de l'état B.

3 - Déterminer l'expression puis la valeur de la température T_{D} au point D du cycle.

4 - Exprimer puis calculer le transfert thermique Q_{BC}.

5 - Déterminer le transfert thermique Q_{DA}.

6 - Estimer W le travail fourni lors d'un cycle.

7 - Établir que l'expression du rendement du moteur. Faire l'application numérique

Sujet n°6 Apolline

Question de cours : Goniomètre

1 - Décrire la constitution du goniomètre.

2 - Décrire la procédure de réglage du goniomètre.

3 - Décrire le spectre obtenu avec un réseau.

4 - Décrire la lecture d'un angle sur un vernier angulaire.

Exercice n°1 Chute d'un arbre

On assimile un arbre à une tige longue et homogène de longueur L et de masse m. On le scie à sa base et l'arbre bascule en tournant autour de son point d'appui au sol. On suppose que le point d'appui reste fixe et ne glisse pas et on repère la position de l'arbre par l'angle θ qu'il fait avec la verticale. À $t = 0$, l'arbre fait un angle $\theta_0 = 5°$ avec la verticale et est immobile. On donne le moment d'inertie de l'arbre par rapport à un axe horizontal passant par son extrémité et perpendiculaire à l'arbre $J = \dfrac{1}{3}mL^2$.

1 - Établir l'équation du mouvement de la chute de l'arbre.

2 - Montrer que, lorsque l'arbre fait un angle θ avec la verticale, sa vitesse angulaire vaut :

$$\dot{\theta} = \sqrt{\frac{3g}{L}\left(\cos\theta_0 - \cos\theta\right)}$$

3 - En déduire le temps de chute d'un arbre de 30 m.

Données : $g = 10 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$. On donne pour $\theta_0 = 5°$: $\displaystyle\int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{2}} \frac{\mathrm{d}\theta}{\sqrt{\cos\theta_0 - \cos\theta}} = 5,1$.

Exercice n°2 Cycle de Lenoir

Une mole de gaz parfait, caractérisé par le coefficient $\gamma = \dfrac{C_P}{C_V}$ constant, subit les transformations suivantes :

— une détente isobare de l'état $E_0\,(P_0, V_0, T_0)$ à l'état $E_1\,(P_1, V_1 = 2V_0, T_1)$.

— une compression isotherme de l'état E_1 à l'état $E_2\,(P_2, V_2 = V_0, T_2)$

— un refroidissement isochore de l'état E_2 à l'état E_0.

On supposera que ce cycle, appelé cycle de Lenoir, est décrit de manière réversible.

1 - Exprimer les températures T_1 et T_2 en fonction de T_0 et les pressions P_1 et P_2 en fonction de P_0.

2 - Représenter le cycle dans un diagramme de Watt (P, V). En déduire la nature de la machine thermique ainsi réalisée.

3 - Exprimer les transferts thermiques reçus par le gaz au cours d'un cycle.

4 - En déduire le travail reçu par le gaz au cours d'un cycle et vérifier son signe.

5 - Le cycle est utilisé pour réaliser une pompe à chaleur. Calculer son efficacité.

6 - Le cycle est utilisé pour réaliser une machine frigorifique. Calculer son efficacité.