# Sujet n°1 Manon

## Question de cours

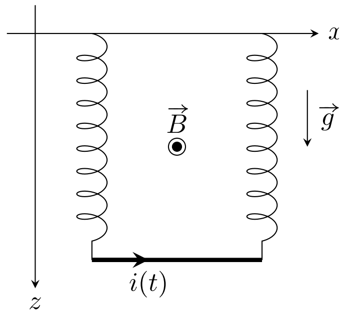
Équation de la statique des fluides :

1 - Donner l'équivalent volumique des forces de pression.

2 - Établir l'équation de la statique des fluides dans le cas général.

3 - En déduire l'équation de la statique des fluides dans le champ de pesanteur en projection selon $\overrightarrow{u_z}$.

## Exercice n°1 Oscillateur amorti par induction




Considérons une barre de masse $m$ et de longueur $a$, suspendue à deux ressorts conducteurs identiques de raideur $k$ et longueur à vide $\ell_0$. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\vec{B} = B_0\vec{e}_y$. La barre, les ressorts et le support forment un circuit fermé.

1 - Analyser physiquement le dispositif.

2 - Exprimer la force de Laplace qui s'exerce sur la barre.

3 - Établir l'équation mécanique.

4 - Exprimer le flux du champ magnétique à travers le circuit délimité par la barre et les ressorts. En déduire la fem induite et l'équation électrique.

5 - Établir l'équation du mouvement sur la position $z(t)$ de la barre (sans $i$).

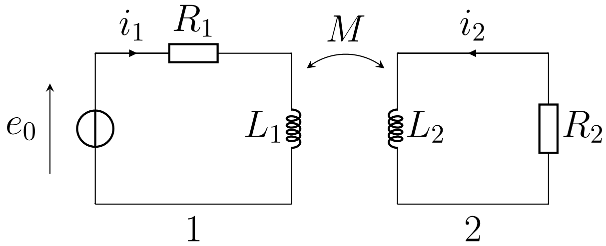
6 - Réaliser et interpréter le bilan de puissance.

7 - À l'instant $t = 0$ on écarte la barre de sa position initiale d'une distance $b$. Déterminer $z(t)$ et $i(t)$.

## Exercice n°2 Détecteurs de métaux


Un détecteur de métaux utilise un bobinage placé au bout du détecteur, et alimenté par une tension sinusoïdale du type $e_0 = E_0 \cos(\omega t)$. Ce bobinage possède une certaine inductance propre $L_1$, et une résistance totale $R_1$.

En présence d'un objet métallique dans le sol, il y a couplage magnétique entre le bobinage du détecteur et l'objet. Le champ variable du détecteur va induire un courant dans l'objet métallique, qui a son tour va induire un courant dans le bobinage, ce qui peut être détecté.




Pour modéliser ceci, nous considérons que l'objet métallique agit comme un circuit d'inductance propre $L_2$, de résistance totale $R_2$, et nous notons $M$ le coefficient d'inductance mutuelle entre l'objet et le détecteur.

1 - Établir le système de deux équations différentielles couplées vérifié par les intensités $i_1$ et $i_2$

2 - En déduire le système d'équations vérifié par les intensités complexes $\underline{i_1}$ et $\underline{i_2}$.

3 - Établir l'impédance complexe du circuit 1 : $\underline{Z_1} = \dfrac{\underline{e_0}}{\underline{i_1}}$

4 - Comment peut-on détecter la présence d'un objet ?

# Sujet n°2 Nathan

## Question de cours

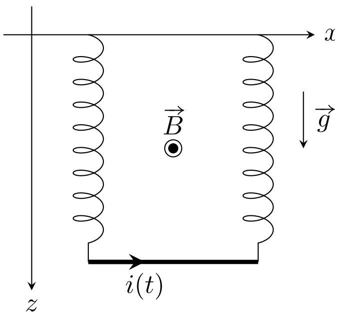
1 - Donner l'expression de la force de pression qui s'exerce sur une surface élémentaire.

2 - Donner l'expression de la résultante de la force de pression qui s'exerce sur une particule fluide sous la forme de l'équivalent volumique*.

3 - Établir l'expression précédente.

4 - Que peut-on dire du vecteur gradient par rapport aux surfaces isobare ? Comment évolue la pression par rapport au vecteur gradient ?

## Exercice n°1 Oscillateur amorti par induction




Considérons une barre de masse $m$ et de longueur $a$, suspendue à deux ressorts conducteurs identiques de raideur $k$ et longueur à vide $\ell_0$. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique $\vec{B} = B_0\vec{e}_y$. La barre, les ressorts et le support forment un circuit fermé.

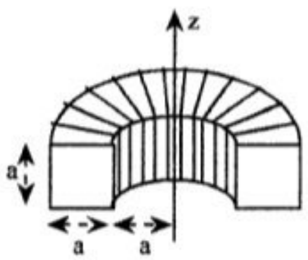
1 - Analyser physiquement le dispositif.

2 - Établir l'équation du mouvement sur la position $z(t)$ de la barre.

3 - Réaliser et interpréter le bilan de puissance.

4 - À l'instant $t = 0$ on écarte la barre de sa position initiale d'une distance $b$. Déterminer $z(t)$ et $i(t)$.

## Exercice n°2 Pince ampèremétrique




Une pince ampèremétrique est constituée d'un tore de section carrée, de coté $a = 5$cm, d'axe $Oz$ et de rayon moyen $3a/2$ (voir figure) sur lequel sont bobinées régulièrement un grand nombre ($N = 10^4$) de spires carrées de cotés $a$ en série. Ce circuit, de résistance $R = 0,2\,\Omega$ est fermé sur un ampèremètre de résistance $R_A = 0,3\,\Omega$. D'autre part, un fil infini, confondu avec l'axe $Oz$ est parcouru par un courant d'intensité $I(t) = I_M\cos(\omega t)$ de fréquence $f = 50$ Hz. On appellera $\vec{B}$ le champ champ magnétique total crée par le fil et la pince. On appellera $i(t) = i_m\cos(\omega t)$ le courant circulant dans la pince en régime sinusoïdal forcé.

1 - Justifier que le champ magnétique engendré par le courant parcourant le fil peut se mettre sous la forme $\overrightarrow{B_{\text{fil}}} = B_\theta(r)\overrightarrow{u_\theta}$.

Le champ créé par le fil s'écrit $\overrightarrow{B_{\text{fil}}} = \dfrac{\mu_0 I(t)}{2\pi r}\overrightarrow{u_\theta}$ et le champ créé par la bobine torique $\overrightarrow{B_t} = \dfrac{\mu_0 N i(t)}{2\pi r}\overrightarrow{u_\theta}$

2 - Exprimer le flux du champ créé par le fil à travers la bobine torique. En déduire l'expression de l'inductance mutuelle.

3 - En étudiant la pince (c'est-à-dire la bobine torique), établir l'équation différentielle reliant $I(t)$ et $i(t)$.

4 - En utilisant la représentation complexe, en déduire le rapport des amplitudes $\dfrac{i_m}{I_M}$.

5 - Expliquer comment la pince peut être utilisée pour mesurer l'intensité parcourant le fil.

6 - Que devient $\dfrac{i_m}{I_M}$ si les effets résistifs sont négligeables devant les effets inductifs ?

*. avec le gradient

# Sujet n°3 Adèle

## Question de cours

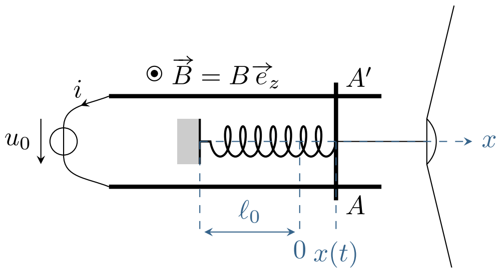
Pression dans une liquide incompressible et homogène.

1 - Donner l'équation de la statique des fluides dans le champ de pesanteur dans le cas où $(Oz)$ est décroissant.

2 - L'intégrer pour en déduire la pression.

3 - Comment évolue la pression dans l'océan ?

## Exercice n°1 Haut-Parleur




On s'intéresse dans cet exercice à un modèle très simplifié de haut-parleur, dans une configuration proche des rails de Laplace où la membrane du haut parleur est fixée solidairement à la tige mobile, qui est également reliée élastiquement à un bâti. La tige mobile a pour longueur $AA' = a$, et sa position est repérée par son abscisse $x$, dont l'origine correspond à la position de repos. Les frottements de l'air sur la membrane se traduisent par une force de frottement linéaire $\overrightarrow{f} = -\alpha\overrightarrow{v} = -\alpha\dot{x}\overrightarrow{e}_x$. Le système est forcé électriquement par la tension de commande $u_0$. On note $R$ la résistance électrique de l'ensemble,

1 - Analyser physiquement le dispositif.

2 - Écrire les équations électrique et mécanique.

3 - Découpler ces équations pour aboutir à une unique équation différentielle portant sur la position $x$ de la tige mobile. Quel type d'équation obtient-on ? L'analyser physiquement : comment se traduisent les phénomènes d'induction ? Commenter leur signe.

4 - Passer en complexe et exprimer $\underline{X_m}$ en fonction de l'amplitude de $u_0$ et des paramètres du problème.

## Exercice n°2 Mesure de $M$

On considère deux circuits couplés par induction mutuelle. Le premier est alimenté par un générateur de force électromotrice $E(t)$. Il est parcouru par un courant $i_1$. Il est constitué d'une bobine d'inductance propre $L_1$ et de résistance interne $r_1$. Le deuxième circuit est constitué d'une bobine d'inductance propre $L_1$ et de résistance interne $r_1$. Il n'est pas alimenté.

1 - Pourquoi est-il susceptible d'exister un courant dans le deuxième circuit ?

2 - Exprimer la force électromotrice induite dans chaque circuit.

3 - Établir, en utilisant la loi des mailles, le système d'équations différentielles couplées vérifié par $i_1$ et $i_2$.

4 - Le deuxième circuit est ouvert, et le générateur $E(t)$ délivre un échelon de tension passant de 0 à $E = 5$ V constante.

5 - En déduire l'équation différentielle vérifiée par $i_1$. La résoudre. Comment pourrait-on l'exploiter pour obtenir $L_1$ ?

6 - Exprimer la tension aux bornes de la bobine du circuit 2.

7 - Comment pourrait-on en déduire la valeur de $M$ ?

# Sujet n°4 Chiara

## Question de cours

Pression dans l'atmosphère :

1 - Donner l'équation de la statique des fluides dans le champ de pesanteur dans le cas où $(Oz)$ est croissant.

2 - Donner les hypothèses du modèle de l'atmosphère isotherme.

3 - Déterminer l'expression de la masse volumique en fonction de la pression grâce à la loi des gaz parfaits.

4 - En déduire l'équation différentielle vérifiée par $P$.

5 - La résoudre complètement.

## Exercice n°1 Rail de Laplace vertical et condensateur

Considérons deux rails verticaux distants de $L$ reliés à une résistance et un condensateur. Une barre de masse $m$ tombe sans frottement au contact des rails. Le tout est plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{\mathrm{B}} = \mathrm{B}_0\vec{e}_y$. On notera $\vec{g} = g\vec{e}_z$ l'accélération de la pesanteur. À l'instant initial, le condensateur n'est pas chargé.

1 - Faire un schéma.

2 - Exprimer le flux du champ magnétique à travers le circuit. En déduire la force électromotrice induite.

3 - Après avoir rappelé la loi du condensateur, établir l'équation électrique, qui fera apparaître $i$ et l'accélération $\ddot{z}$ de la tige.

4 - Exprimer la force de Laplace qui s'exerce sur la tige.

5 - Établir l'équation mécanique.

6 - Établir l'équation vérifiée par $i$ (sans $z$= et la mettre sous forme canonique :

$$\frac{\mathrm{d}i}{\mathrm{d}t} + \frac{i}{\tau} = \frac{i_{\mathrm{lim}}}{\tau}$$

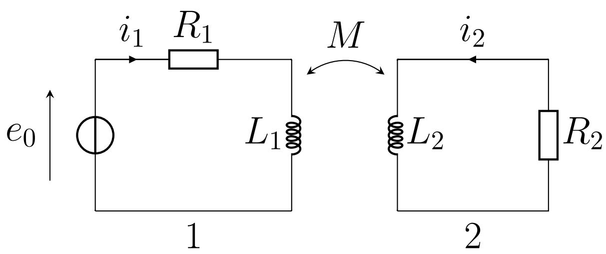
Identifier $i_{\mathrm{lim}}$ et $\tau$.

7 - Résoudre l'équation différentielle.

## Exercice n°2 Détecteurs de métaux


Un détecteur de métaux utilise un bobinage placé au bout du détecteur, et alimenté par une tension sinusoïdale du type $e_0 = E_0\cos(\omega t)$. Ce bobinage possède une certaine inductance propre $L_1$, et une résistance totale $R_1$.

En présence d'un objet métallique dans le sol, il y a couplage magnétique entre le bobinage du détecteur et l'objet. Le champ variable du détecteur va induire un courant dans l'objet métallique, qui a son tour va induire un courant dans le bobinage, ce qui peut être détecté.




Pour modéliser ceci, nous considérons que l'objet métallique agit comme un circuit d'inductance propre $L_2$, de résistance totale $R_2$, et nous notons $M$ le coefficient d'inductance mutuelle entre l'objet et le détecteur.

1 - Établir le système de deux équations différentielles couplées vérifié par les intensités $i_1$ et $i_2$

2 - En déduire le système d'équations vérifié par les intensités complexes $\underline{i_1}$ et $\underline{i_2}$.

3 - Établir l'impédance complexe du circuit 1 : $\underline{Z_1} = \dfrac{\underline{e_0}}{\underline{i_1}}$

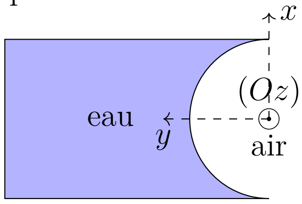
4 - Comment peut-on détecter la présence d'un objet ?

# Sujet n°5 Julia

## Question de cours

La vitre d'un aquarium a la forme d'un demi-cylindre d'axe vertical, de hauteur $h$ et de rayon $R$. L'eau affleure au sommet de la vitre.
On note $\rho$ la masse volumique constante de l'eau liquide, $g$ le champ de pesanteur et $P_0$ la pression atmosphérique à la surface de l'eau.
On donne la pression dans l'eau : $P_{\text{eau}} = P_0 + \rho g(h - z)$

Aquarium vu de dessus




1 - Exprimer la force élémentaire de pression exercée sur l'élément de surface $\mathrm{d}S_M$ par l'eau et l'air. On n'oubliera pas de préciser le vecteur unitaire.

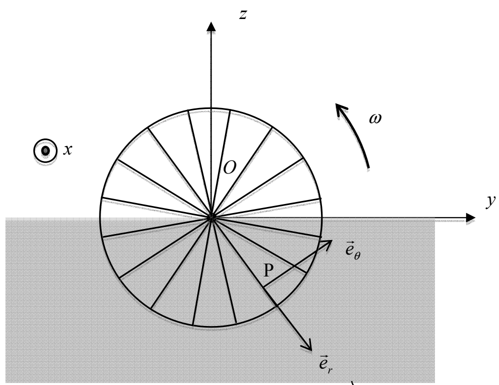
2 - En déduire l'expression de la résultante des forces de pression s'exerçant sur la paroi à l'aide d'une intégrale double.

3 - Déterminer un plan de symétrie du problème. En déduire la direction de la résultante des forces de pression.

4 - Calculer l'intégrale.

## Exercice n°1 Freinage électromagnétique

Une roue est constituée par $N$ rayons conducteurs identiques. Les extrémités des rayons sont en contact électrique avec la circonférence d'un cercle de résistance nulle et avec le centre $O$ de la roue. Ils sont régulièrement répartis sur la circonférence du cercle. Chaque rayon a une longueur $L$ et une résistance $R$. L'espace est rapporté au repère orthonormé $(Oxyz)$ muni des vecteurs unitaires $\overrightarrow{e_x}, \overrightarrow{e_y}$ et $\overrightarrow{e_z}$.
Un champ magnétique uniforme et permanent $\overrightarrow{B} = B\overrightarrow{e_x}$ est créé dans la portion d'espace telle que $z < 0$. Le champ magnétique est nul dans la portion d'espace telle que $z > 0$.




La roue ainsi constituée et disposée tourne autour de son axe $Ox$ avec une vitesse angulaire $\overrightarrow{\omega}$ telle que $\overrightarrow{\omega} = \omega\overrightarrow{e_x}$. On note $J$ le moment d'inertie de la roue par rapport à l'axe $Ox$. Les frottements mécaniques sont négligés.

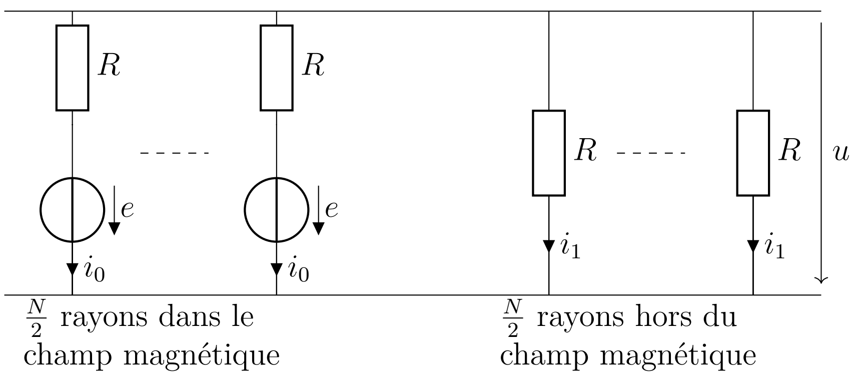
Q1. Justifier l'apparition du phénomène d'induction dans les rayons. Quel sera l'effet de ce phénomène sur le mouvement de la roue ?

Q2. Déterminer le couple total de Laplace s'exerçant sur les rayons immergés dans $\overrightarrow{B}$.

Q3. En utilisant la conservation de la puissance, déterminer l'expression de la fem induite dans les rayons immergés.

Tous les rayons étant en contact électrique d'une part avec la circonférence de la roue (de résistance nulle) et d'autre part avec le moyeu $O$ de la roue et compte-tenu de la symétrie de rotation de la roue, on admet que :

- chaque rayon immergé dans le champ magnétique est parcouru par le même courant d'intensité $i_0$ ;
- chaque rayon non soumis au champ magnétique est parcouru par un courant d'intensité $i_1$.




Q4. Déterminer l'expression de l'intensité $i_0$ en fonction de $u, e$ et $R$.
Déterminer l'expression de l'intensité $i_1$ en fonction de $u$ et $R$.

Q5. En appliquant la loi des nœuds au centre $O$ de la roue, déterminer la relation entre $i_0$ et $i_1$. En déduire les expressions de $i_0$ et $i_1$ en fonction de $e$ et $R$ puis en fonction de $B, L, R$ et $\omega$.

Q6. Établir l'équation différentielle vérifiée par $\omega$ et la résoudre. Introduire une constante de temps caractéristique.

## Exercice n°2 Circuits couplés

Un circuit $LC$ série oscille naturellement à la pulsation $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Cette pulsation est modifiée lorsqu'on approche un autre circuit $LC$, identique au premier, mais dans une configuration telle que les deux circuits deviennent couplés par mutuelle induction.

On considère deux circuits $LC$ couplés par induction mutuelle. Le condensateur du premier circuit est chargé sous la tension $u_0$ à la date $t = 0$ où l'on ferme l'interrupteur $K$

1 - Etablir deux équations différentielles couplées sur les tensions $u_{C1}$ et $u_{C2}$ aux bornes des condensateurs.

2 - Découpler ces équations en formant les équations sur les fonctions somme $\sigma = u_{C1} + u_{C2}$ et différence $\delta = u_{C1} - u_{C2}$. Les intégrer et en déduire les expressions des tensions aux bornes des condensateurs.
On pourra poser $\omega_1 = \dfrac{1}{\sqrt{C(L+M)}}$ et $\omega_2 = \dfrac{1}{\sqrt{C(L-M)}}$.

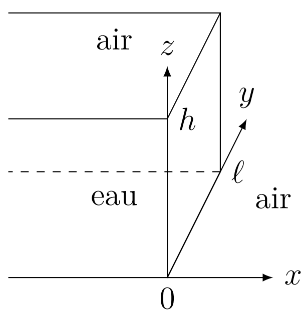
3 - Si $M \ll L$, comparer $\omega_1$ et $\omega_2$. Quelle est alors l'allure du graphe de $u_{C1}$ ? Comment s'appelle le phénomène observé ? Cette question ne requiert aucun calcul.

4 - Dans le cas où $M \ll L$, montrer que $\omega_1$ et $\omega_2$ s'écrivent : $\omega_1 = \omega_0\left(1 - \frac{M}{nL}\right)$ et $\omega_2 = \omega_0\left(1 + \frac{M}{nL}\right)$, où $n$ est un entier à préciser. En déduire l'expression de $u_{C1}(t)$.

# Sujet n°6 Tristan

## Question de cours

On considère la vitre plane d'un aquarium de hauteur $h$ et de largeur $\ell$. L'eau affleure au sommet de la vitre.
On note $\rho$ la masse volumique constante de l'eau liquide, $g$ le champ de pesanteur et $P_0$ la pression atmosphérique à la surface de l'eau.
On donne la pression dans l'eau : $P_{\text{eau}} = P_0 + \rho g(h - z)$




1 - Exprimer la force de pression élémentaire $\delta\overrightarrow{F_P}(M)$ exercée par l'eau et l'air sur la surface $\mathrm{d}S_M$.

2 - Exprimer la résultante des forces de pression exercées par l'air et l'eau sur la vitre à l'aide d'une intégrale double et la calculer.

## Exercice n°1 Rail de Laplace vertical et condensateur

Considérons deux rails verticaux distants de $L$ reliés à une résistance et un condensateur. Une barre de masse $m$ tombe sans frottement au contact des rails. Le tout est plongé dans un champ magnétique $\overrightarrow{\mathrm{B}} = \mathrm{B}_0\vec{e}_y$. On notera $\vec{g} = g\vec{e}_z$ l'accélération de la pesanteur. À l'instant initial, le condensateur n'est pas chargé.

1 - Établir les équations électrique et mécanique.

2 - Établir l'équation vérifiée par $i$ et la mettre sous forme canonique.

3 - Résoudre le problème.

## Exercice n°2 Circuits couplés

On considère deux circuits couplés par mutuelle inductance. Le premier est constitué d'un générateur délivrant la tension continue $E$ pour $t > 0$, d'une résistance $R$, d'une bobine d'autoinductance $L$ et d'un interrupteur $K$ ouvert pour $t < 0$. Le deuxième est constitué d'une résistance $R$ et d'une bobine d'autoinductance $L$. On note $M$ le coefficient d'inductance mutuelle. L'interrupteur est fermé à l'instant $t = 0$. On note $i_1$ l'intensité du courant parcourant le circuit 1 et $i_2$ l'intensité du courant parcourant le circuit 2 .

1 - Que vaut $i_1(t=0)$ ? Et $i_2(t=0)$ ? Justifier.

2 - Écrire le système d'équations différentielles couplées vérifiées par les intensités $i_1(t)$ et $i_2(t)$ ?

3 - On introduit les fonctions $S_t = i_1(t) + i_2(t)$ et $D(t) = i_1(t) - i_2(t)$.
Écrire les équations différentielles vérifiées par $S(t)$ et $D(t)$.

4 - Résoudre les équations différentielles précédentes.

5 - Déterminer alors les expressions des intensités $i_1(t)$ et $i_2(t)$.

6 - Représenter l'allure des courbes de ces intensités.