

Exercice 1 : Analyse dimensionnelle



1. Quelle est la dimension d'un angle ?
2. Quelle est la dimension d'une énergie ? En déduire la dimension d'une puissance.
3. En déduire la dimension d'une résistance électrique (on pensera à la puissance dissipée par effet Joule).
4. Finalement quelle est la dimension d'une tension électrique ?
5. Lors d'un calcul apparaît l'expression $x = \frac{\pi}{5} \times 25^3$: quelle est la dimension de x ?
6. Déterminer la dimension de α et celle de β qui apparaissent dans la loi : $F = \alpha mv + \beta v^2$ avec m la masse, v la vitesse et F une force.
7. Simplifier l'unité suivante : $\frac{\text{J} \cdot \text{N}}{\text{W} \cdot \text{kg}}$. Le résultat doit être exprimé en fonction des unités du système international.
8. L'énergie cinétique d'un solide en rotation est donnée par : $E = \frac{1}{2} J \omega^2$ où ω désigne la pulsation ou fréquence angulaire.
 - (a) Quelle est la dimension du moment d'inertie J ?
 - (b) Un étudiant propose comme expression du moment d'inertie d'une sphère $J = \frac{2}{5} m^2 R$ avec m la masse de la sphère et R son rayon. Est-ce correct ? Justifier.
 - (c) Le même étudiant propose pour l'expression de l'accélération $a = \frac{(M \sin \theta - m) g}{M + m + \frac{J}{R^2}}$ où M et m désignent des masses, R un rayon, g l'accélération de la pesanteur. Est-ce raisonnable du point de vue de l'homogénéité ?

Exercice 2 : Valeur d'une résistance



La résistance d'un fil en cuivre est donnée par la formule $R = \frac{\ell}{\gamma S}$ où $\gamma = 59 \text{ MS/m}$ est la conductivité du cuivre, où $\ell = 1,0 \times 10^3 \text{ cm}$ est la longueur du fil et où $S = 3,1 \text{ mm}^2$ est sa section. L'unité des résistances est l'ohm, notée « Ω ». L'unité notée « S » est le siemens ; on a $1 \Omega = 1 \text{ S}^{-1}$.

1. Calculer R (en Ω).

Exercice 3 : Vitesse d'un électron



La vitesse d'un électron est donnée par $v = \sqrt{\frac{2eU}{m_e}}$, où $e = 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$ est la charge d'un électron, $U = 0,150 \text{ kV}$ est une différence de potentiel et $m_e = 9,1 \times 10^{-28} \text{ g}$ est la masse d'un électron.

1. Calculer la vitesse en m/s.
2. Calculer la vitesse en km/h.

Exercice 4 : Est-ce homogène ?



1. On note R la résistance électrique équivalente à deux résistances R_1 et R_2 en dérivation. La relation $R = \frac{1}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}}$ peut-elle être juste ?
2. En notant u_1 et u des tensions électriques et R_1 et R_2 des résistances électriques, la relation $u_1 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} u$ est-elle homogène ?
3. On note E une tension électrique, R une résistance, i un courant électrique et t une durée. Quelle doit-être la dimension de la constante τ pour que la relation suivante soit homogène ?

$$i(t) = \frac{E}{R} (1 - e^{-t/\tau}).$$

Exercice 5 : Équations aux dimensions

1. La fréquence de vibration f d'une goutte d'eau dépend de plusieurs paramètres. Par conséquent, les facteurs intervenant dans l'expression de la fréquence de vibration f sont :

- R , le rayon de la goutte ;
- ρ , la masse volumique de l'eau ;
- A , la tension superficielle. La tension superficielle est la **force qu'il faut appliquer par unité de longueur** pour provoquer l'extension de la surface de la goutte.

On écrira donc : $f = R^\alpha \rho^\beta A^\gamma$.

Par analyse dimensionnelle, déterminer les exposants α , β et γ . En déduire f sous la forme d'une racine carrée.

2. L'élasticité d'un liquide est décrite par son coefficient de compressibilité $\chi = \frac{-1}{V} \frac{dV}{dP}$. Une variation de pression conduit à une certaine variation relative de volume. Par analyse dimensionnelle, déterminer la vitesse des ondes sonores dans un liquide de masse volumique ρ et de coefficient de compressibilité χ .
3. La légende raconte que le physicien britannique Geoffrey Ingram Taylor aurait pu en 1950, à l'aide d'un film et en utilisant l'analyse dimensionnelle, estimer l'énergie E dégagée par une explosion nucléaire. Raisonnement : le film permet d'avoir accès à l'évolution du rayon $R(t)$ du nuage formé par l'explosion au cours du temps. Les quantités physiques influant sur le rayon sont le temps t , l'énergie E de l'explosion et la masse volumique ρ de l'air.

Déterminer l'équation aux dimensions de chacune de ces quantités, et en déduire l'expression de E en fonction de R , t et ρ .