

chap 2 : Puissances et polynômes de degré 2**IV) Polynômes de degré 2**

- Mise sous forme canonique d'un polynôme de degré 2.
- Th : Rappel des solutions dans le cas où le polynôme est à coefficient réel.
- Etude du signe du polynôme
- Définition des racines carrées d'un nombre complexe. SAVOIR LES TROUVER en pratique. CONNAITRE LA METHODE (les 3 équations, d'où elles viennent et savoir les utiliser)
- Racine d'un polynôme à coefficient complexe.
- ATTENTION : La distinction ne se fait plus suivant le cas $\Delta > 0, = 0$ ou < 0 , mais suivant s'il est nul ou pas.
- Un polynôme de degré 2 a toujours des solutions sur $\mathbb{C}$ (une double ou deux distinctes).
- Somme et produit des racines d'un polynôme P .
- Réciproquement : Si on connaît la somme et le produit de deux nombres, on peut les retrouver en cherchant les racines d'un polynôme de degré 2.

chap 3 : Fonctions - Généralités**I) Quelques rappels sur $\mathbb{R}$**

- SAVOIR MAJORER/MINORER BRUTALEMENT un quotient de termes positifs.
- Cet encadrement est brutal, si on veut un encadrement plus fin, on utilise un tableau de variations.
- Intervalles de $\mathbb{R}$.
- Définition de la valeur absolue, encadrement, IT et son corollaire.
- Traduction géométrique de $|x|$, $|x - a|$ et $|x + a|$.
- Savoir résoudre, les égalités (ou inégalités) du type : $|x| =$ (resp $\leq$ ou $\geq$) ε avec $\varepsilon > 0$.
- SAVOIR PROUVER UNE INEGALITE du type : $f(x) \leq g(x)$ en posant une fonction auxiliaire $h(x) = f(x) - g(x)$ et en dressant son tableau de variations.

II) Généralités

- Définition d'une fonction.
- Définition image/antécédent.
ATTENTION : Tout point a une unique image. Mais un $y \in J$ peut avoir un, plusieurs ou aucun antécédent.
Savoir le lire sur un graphe ou un tableau de variation.
- Définition de l'ensemble de définition.
- Définition de l'image d'une fonction. Savoir la déterminer à l'aide d'un tableau de variation.
- Définition de $g \circ f$.
ATTENTION à l'ordre lorsqu'on décompose une fonction sous la forme $g \circ f$.
- ATTENTION : $g \circ f \neq f \circ g$
- Exercices sur l'ensemble de définition de $g \circ f$.
- Fonctions bornées
- Définition fonctions paires, impaires.
- Propriétés graphiques (axe de symétrie, centre de symétrie).
- Définition des fonctions T -périodique. Propriété graphique.

III) Limites

- Rappel des formes indéterminées et savoir les résoudre via les deux méthodes ci-après.
Méthode 1 : Mise en facteur du terme dominant.
Méthode 2 : Changement de variable
ATTENTION : On commencera toujours par vérifier si la limite n'est pas facile à calculer.
- Nouvelles limites à connaître : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$, $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$
- Interprétation géométrique de certaines limites
Asymptote horizontale si la limite en $\pm\infty$ est finie.
Asymptote verticale si la limite est infinie en $a \in \mathbb{R}$.
ATTENTION : Pour l'instant quand on a une limite infinie en $\pm\infty$, on ne sait rien en dire pour l'instant.

V) Dérivation

- TOUJOURS JUSTIFIER qu'une fonction est dérivable avant de la dériver.
- Équation de la tangente au point $x = a$: $Y = f'(a)(X - a) + f(a)$.
ATTENTION : Ne pas écrire l'équation de la tangente est : $f'(a)(X - a) + f(a)$ ou $D = f'(a)(X - a) + f(a)$ cela n'a pas de sens!!!!!! Ce n'est pas l'équation d'une droite.

- Liste de dérivées usuelles
- Opérations algébriques sur les dérivées : $(f + g)', (fg)', \left(\frac{1}{g}\right)', \left(\frac{f}{g}\right)'$.
- Méthode de calculer pour la dérivée à trois termes ou plus.
 $(fgh)' = f'gh + fg'h + fgh'$. La dérivée est tournante
- Méthode pour la dérivée de trois composées ou plus.
 $(h \circ g \circ f)'(x) = f'(x)g'(y)h'(z)$ avec $y = f(x)$ et $z = g(y) = g(f(x))$.
- SAVOIR DERIVER!!!!
- Définition d'une fonction (strictement) croissante, (strictement) décroissante et (strictement) monotone.
- Caractérisation à l'aide de la dérivée.
ATTENTION : On n'a pas défini une fonction croissante à l'aide de sa dérivée mais juste sa caractérisation.
- Définition d'une fonction majorée, minorée et bornée.
- Dérivées d'ordre supérieure.
- Notation : $f'', \dots, f^{(n)}$ et $\mathcal{C}^\infty$ (juste la définition).

V) Bijection

- Définition d'une bijection.
Comprendre les graphiques.
- prop : f est bijective de I sur J seulement s'il existe $g : J \rightarrow I$ telle que $f \circ g = id$ et $g \circ f = id$.
On la note f^{-1}
- ATTENTION : Il faut ABSOLUMENT vérifier les deux.
- ATTENTION : Pour utiliser f^{-1} , il faut absolument commencer par montrer que f est bijective.
- prop : On obtient le graphe de f^{-1} en effectuant la symétrie du graphe de f par rapport à la droite $Y = X$.
- prop : Soit $f \in \mathcal{F}(I, J)$ et $g \in \mathcal{F}(J, I)$.
On suppose f et g bijectives, alors :
 - * f^{-1} est bijective avec $(f^{-1})^{-1} = f$.
 - * $(g \circ f)^{-1} = f^{-1} \circ g^{-1}$.
- On note que lorsque l'on passe à l'inverse, l'ordre des fonctions "s'inversent".
- Th de la bijection : Soit $f \in \mathcal{F}(I, \mathbb{R})$. On suppose que f est continue et strictement monotone alors f réalise une bijection de I sur $J = f(I)$. De plus f^{-1} est continue et de même monotonie que f .
- Th de la bijection ou son corollaire : Soit $f \in \mathcal{F}(I, \mathbb{R})$ dérivable sur I .
On suppose que pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ (ou bien pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$) alors
 1. f réalise une bijection de I sur $J = f(I)$
 2. f^{-1} est dérivable
 3. On a : $\forall y \in J = f(I), (f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$.
- SAVOIR si c'est demandé dans l'énoncé : trouver une expression de f^{-1} .
On fixe $y \in J$ et on résout $f(x) = y$... Le but est d'exprimer x en fonction de y car $y = f(x) \iff x = f^{-1}(y)$.

chap 4 : Fonctions usuelles

I) Valeur absolue

- Définition de la fonction.
- Graphe de la fonction.

II) Logarithme

- Définition du logarithme (Primitive de $x \mapsto \frac{1}{x}$ qui s'annule en 1).
- $\forall x, y \in \mathbb{R}_+^*, \ln(xy) = \ln(x) + \ln(y)$.
- $\forall x \in \mathbb{R}_+^*,$ on a $\ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\ln x$.
- Limites du logarithme aux bornes de son ensemble de définition et graphe de la fonction.
- Résultats à connaître : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$ et $\ln(1+x) \leq x$.
- Logarithme en base a .
- ATTENTION : L'étude de la fonction varie suivant que $a < 1$ ou $a > 1$. C'est normal car $\ln(a)$ sera soit positif, soit négatif.
- Graphe de $\log_a$ en différenciant les cas.

III) Exponentielle

- Définition de l'exponentielle comme étant la bijection réciproque du logarithme.
- Dérivée de l'exponentielle, limites aux bornes de l'intervalle.
- ATTENTION : Quand vous avez $e^{\cdot \ln(\cdot)}$ BIEN TOUT FAIRE RENTRER DANS l'exponentielle $e^{3 \ln x} \neq 3x$!!!!

- Dérivée de $(e^{u(x)})' = u'(x)e^{u(x)}$
- Résultats à connaître : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$ et $1 + x \leq e^x$.
- Définition des fonctions sinus et cosinus hyperboliques.
- Dérivée, parité, limites aux bornes des fonctions ch et sh .
- prop : $\forall x \in \mathbb{R}, ch(x)^2 - sh(x)^2 = 1$

Liste des questions de cours :

- Résoudre dans $\mathbb{C}$: $P(X) = X^2 + (-3 + 2i)X + 5 - i$. (Pour les colleurs : Il s'agit d'un exercice fait en cours. De plus, on pourra rappeler que $15^2 = 225$ et $17^2 = 289$).
- $\forall x \in \mathbb{R}, e^x \geq 1 + x$ (Pour les colleurs : exercice fait en cours : énoncé à redonner).
- Ensemble de définition de $a(x) = \sqrt{1 - \ln(x)}$ (Pour les colleurs : exercice faits en cours, redonner l'énoncé).
- preuve de $(fgh)'$ en admettant le résultat sur la dérivée de (fg) .
- Soit $f \in \mathcal{F}(I, \mathbb{R})$ dérivable sur I .

On suppose que pour tout $x \in I$, $f'(x) > 0$ (ou bien pour tout $x \in I$, $f'(x) < 0$) alors

1. f réalise une bijection de I sur $J = f(I)$
2. f^{-1} est dérivable
3. On a : $\forall y \in J = f(I), (f^{-1})'(y) = \frac{1}{f'(f^{-1}(y))}$.

Énoncé + preuve du 3 seulement

- Étude de la fonction sh (Ensemble de définition, tableau de variation, graphe, ...).