

TD 4 : CIRCUITS LINÉAIRES DU PREMIER ORDRE

À préparer : Exercices 2, 3, 5 et 6

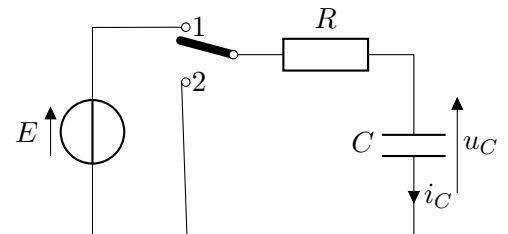
Compétences	Capacités
Régime libre, réponse à un échelon de tension.	Établir l'équation différentielle du premier ordre vérifiée par une grandeur électrique dans un circuit comportant une ou deux mailles. Interpréter et utiliser les continuités de la tension aux bornes d'un condensateur ou de l'intensité dans une bobine. Déterminer la réponse temporelle dans le cas d'un régime libre ou d'un échelon de tension. Distinguer, sur un relevé expérimental, régime transitoire et régime permanent au cours de l'évolution d'un système du premier ordre soumis à un échelon. Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire.
Stockage et dissipation d'énergie.	Réaliser des bilans énergétiques.

Exercice 1 : Circuit RC



On considère le circuit RC série représenté sur le schéma ci-dessous.

- L'évolution de la position de l'interrupteur K est : pour $t < 0$ en position 2 ; pour $t > 0$ en position 1. On suppose le condensateur initialement déchargé.
 - Déterminer l'équation différentielle (sous forme canonique) vérifiée par la tension u aux bornes du condensateur. Que vaut la constante de temps ?
 - Déterminer l'expression de $u(t)$ pour $t > 0$ et représenter son allure.
 - En déduire l'expression du courant $i(t)$ qui parcourt le circuit et tracer son allure.
 - Faire un bilan de puissance pour identifier ce que devient la puissance fournie par le générateur.
- On suppose que le circuit est en régime permanent. On considère alors une nouvelle évolution de la position de l'interrupteur K . Pour $t < 0$ en position 1, pour $t > 0$ en position 2.
 - En se servant du résultat précédent, donner l'équation différentielle sous forme canonique vérifiée par la tension u aux bornes du condensateur.
 - Déterminer l'expression de $u(t)$ pour $t > 0$ et représenter son allure.
 - En déduire l'expression du courant $i(t)$ qui parcourt le circuit.
 - Faire un bilan d'énergie et déterminer la valeur de l'énergie dissipée par effet Joule.



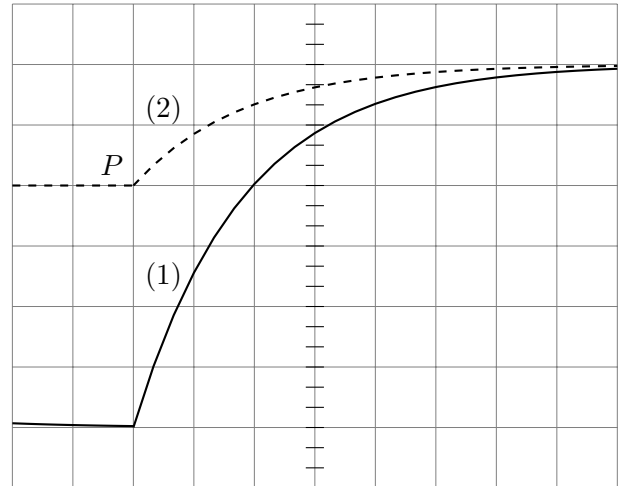
Exercice 2 : Détermination graphique



Un dipôle comporte entre ses bornes un résistor de résistance R et un condensateur de capacité C placés en série. On le relie aux bornes d'un générateur de force électromotrice E et de résistance interne R_g en série avec un interrupteur K . Initialement, le circuit est ouvert et le condensateur déchargé. Soit u_c la tension aux bornes du condensateur. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K .

- Schématiser le circuit électrique.
- Déterminer $u_c(0^+)$ et $i(0^+)$ en les justifiant.
- Établir l'équation différentielle à laquelle obéit $u_c(t)$.

4. Déterminer la constante de temps τ du circuit, et donner son interprétation physique.
5. Établir l'expression de $u_c(t)$.
6. Déterminer l'expression de t_1 pour que $u_c(t_1) = 0.9E$.
Dans l'étude expérimentale du circuit RC, on observe l'oscillogramme ci-contre, en utilisant un générateur délivrant des signaux en créneaux. Les sensibilités sont : 1 V/carreau pour la verticale ; 0,1 ms/carreau pour l'horizontale.
7. Identifier les courbes (1) et (2) aux voies liées respectivement à l'un (ou une association série) des dipôles.
8. Déterminer graphiquement la valeur de la tension U_P au point P et de E . Préciser l'expression de la tension au point P . Sachant que $R = 100 \Omega$, déterminer R_g .
9. En déduire la valeur de C .
10. Estimer une majoration de la fréquence du signal utilisé.

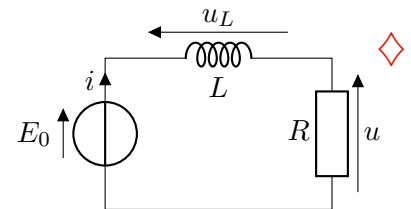


Exercice 3 : Circuit RL

On considère le circuit RL série ci-contre avec les conditions initiales suivantes :

- à $t = 0$, on allume le générateur tel que $E(t > 0) = E_0$ (constante),
- la bobine n'avait initialement pas emmagasiné d'énergie.

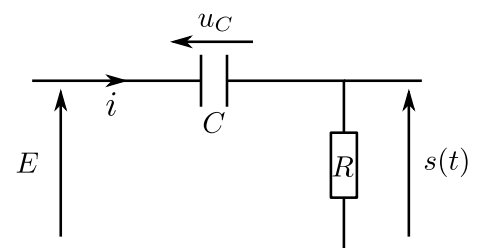
1. Établir l'équation différentielle qui régit l'évolution du courant i . De quel ordre est-elle ?
2. Faire apparaître une constante de temps τ .
3. Prévoir l'évolution du système grâce à un portrait de phase.
4. Résoudre l'équation différentielle trouvée en 1 et donner l'expression finale de $i(t)$ vues les conditions initiales. La représenter en fonction de t .
5. Montrer que l'énergie emmagasinée par la bobine correspond à l'énergie fournie par le générateur à laquelle on a retranché l'énergie dissipée par effet Joule dans le résistor.



Exercice 4 : Circuit CR

Soit le circuit CR ci-contre : On applique un échelon de tension E à la date $t = 0$ s. La grandeur d'intérêt est la tension $s(t)$ aux bornes de la résistance.

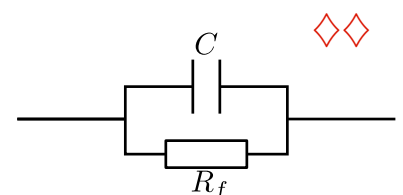
1. Établir l'équation différentielle en $s(t)$ en supposant la forme de $u_c(t)$ inconnue.
2. En supposant maintenant l'expression de $u_c(t)$ connue, vérifier que l'expression de $s(t)$ est cohérente.
3. Interpréter la valeur finale.



Exercice 5 : Condensateur avec résistance de fuite

Un condensateur réel est modélisé par un condensateur parfait de capacité $C = 10 \mu\text{F}$ avec en parallèle une résistance dite «de fuite» R_f .

1. Montrer qu'au bout de 3τ , le condensateur est déchargé d'environ 95 %.



2. Une fois chargé, on observe que le condensateur, laissé seul, se décharge à 95 % en 30 s. Que vaut sa résistance de fuite ?

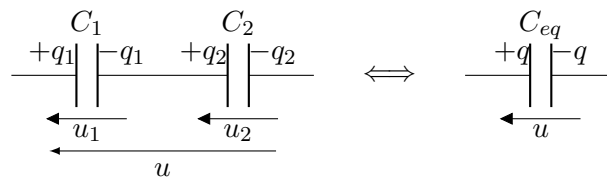
Une fois complètement déchargé, on charge à nouveau le condensateur sous $E = 10 \text{ V}$ à travers une résistance $R = 50 \text{ k}\Omega$ placée en série avec ce condensateur.

3. Sans pour l'instant établir d'équation différentielle, donner la valeur finale U_f de la tension aux bornes du condensateur réel en régime permanent ainsi que la charge finale q_f . (aide : en régime permanent, comment modélise-t-on un condensateur ?)
4. Donner à présent l'évolution de la tension $u(t)$ aux bornes du condensateur. Vu R comparée à R_f , simplifier l'expression obtenue et commenter.
5. Montrer que l'énergie emmagasinée par le condensateur correspond à l'énergie fournie par le générateur à laquelle on a retranché l'énergie dissipée par effet Joule dans le résistor.

Exercice 6 : Association de capacités



1. Soient deux condensateurs C_1 et C_2 associés en parallèle. Soit u la tension appliquée simultanément aux deux condensateurs.
- (a) Écrire q , la charge totale en fonction de u . En déduire C_{eq} la capacité équivalente à deux condensateurs en parallèle.
- (b) En exploitant la relation tension-intensité pour un condensateur, retrouver l'expression de C_{eq} .
2. Soient deux condensateurs C_1 et C_2 , initialement déchargés et associés en série. Lorsqu'on applique une tension u aux bornes de l'association, il apparaît la situation suivante :



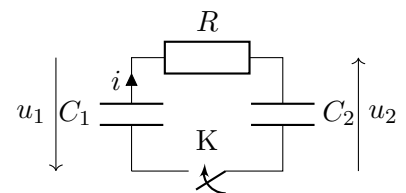
En déduire C_{eq} , la charge du condensateur équivalent sachant que **les lois donnant les inductances équivalentes à des associations série et parallèles ont la même forme que pour les résistances.**

Exercice 7 : Décharge d'un condensateur dans un autre



On étudie le circuit représenté ci-contre. Initialement, le condensateur de capacité C_1 est chargé (tension U_0), tandis que le condensateur de capacité C_2 est déchargé. À l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.

On considère que les deux condensateurs sont de même capacité : $C_1 = C_2$.



1. Montrer que $\forall t, u_2(t) = u_1(t) - U_0$.
2. Déterminer u_1 et u_2 au bout d'un temps long.
3. Montrer que l'équation différentielle vérifiée par u_1 s'écrit

$$\frac{du_1}{dt} + \frac{u_1}{\tau} = \frac{U_0}{2\tau}$$

où τ est une constante dont on identifiera l'expression.

Retrouver la valeur de $u_1(\infty)$.

4. Résoudre l'équation différentielle et en déduire les expressions de $u_1(t)$ et $u_2(t)$.
5. Représenter l'allure de u_1 et u_2 au cours du temps sur le même graphe.
6. Aspect énergétique.
- (a) Déterminer l'énergie initiale stockée dans le circuit.
- (b) Déterminer l'énergie finale stockée dans le circuit.
- (c) Exprimer l'énergie dissipée par effet Joule dans la résistance au cours de la décharge.
- (d) Effectuer un bilan énergétique.