

CHAPITRE 3

CIRCUITS ÉLECTRIQUES DANS L'ARQS

Sommaire

I . Intensité du courant électrique.....	1
1 . Nature du courant électrique.....	1
2 . Débit de charge.....	2
3 . Conservation de la charge.....	3
4 . Loi des noeuds.....	4
II . Différence de potentiel.....	5
1 . Potentiel électrique.....	5
2 . Loi des mailles.....	7
III . Validité de l'électrocinétique : l'Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires.....	7
1 . Hypothèses de l'électrocinétique.....	7
2 . Domaine de validité de l'hypothèse.....	8
3 . Approximation des régimes quasi-permanents.....	8
IV . Dipôles électriques.....	9
1 . Caractéristiques d'un dipôle et puissance.....	9
2 . Dipôles linéaires idéaux.....	10
3 . Dipôles linéaires non-idéaux.....	14
4 . Association de dipôles.....	15
5 . Résistance d'entrée, résistance de sortie.....	17
6 . Caractéristiques et point de fonctionnement.....	18

I. Intensité du courant électrique

Compétences

Charge électrique, intensité du courant.

***Capacité : Justifier que l'utilisation de grandeurs électriques continues est compatible avec la quantification de la charge électrique.

I.1. Nature du courant électrique

Les **conducteurs** sont des matériaux à l'intérieur desquels il existe des particules microscopiques chargées pouvant se déplacer librement. Ces particules sont appelées porteurs de charge. Il se distinguent des **isolants** qui sont dépourvus de porteurs de charges libres.

Définition

La **charge électrique** est une propriété de la matière s'exprimant par une grandeur scalaire notée q dont l'unité est le coulomb (symbole C) et qui vérifie :

- q est une **grandeur algébrique**, pouvant être positive ou négative :
- la charge électrique est **additive** : la charge d'un système constitué de N parties de charges respectives $q_1, q_2, \dots, q_N$ est $q = \sum_{i=1}^N q_i$;
- elle est quantifiée : q ne peut prendre que des valeurs qui sont des multiples entiers de la **charge élémentaire** notée e et dont la valeur est $e = 1,6 \times 10^{-19}$ C.

I.1.a. Conduction par des électrons

Dans les circuits artificiels, les électrons sont le plus souvent responsables de la conduction électrique.

Définition

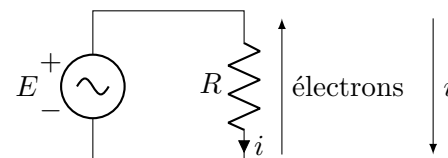
Par exemple dans un métal, chaque atome constituant le milieu libère un ou plusieurs électrons pouvant se déplacer librement. Ce sont les **électrons** dits « **libres** » qui sont responsables de la conduction électrique. Les cations sont supposés fixes.

Dans une ampoule à décharge (ampoule de lampe spectrale), les électrons assurent la conduction sous forme de faisceaux appelés décharges électriques.

Observation :

- circuit ouvert : mouvement désordonné ;
- circuit fermé : mouvement ordonné = électrocinétique.

Les électrons se déplacent du - vers le + du générateur, le courant symbolisée par la flèche **conventionnellement** du + vers le -.



Distinction entre agitation et migration Prenons un fil de cuivre connecté à aucun circuit : l'absence de courant n'est pas dû à une absence de porteurs de charge. En outre ces porteurs ne sont pas immobiles car chacun est animé d'un mouvement d'agitation désordonné que l'on appelle agitation thermique (dépend de T). C'est l'absence de mouvement d'ensemble, donc de migration qui explique l'inexistence de courant électrique : les vitesses de différentes particules sont réparties dans toutes les directions. En effectuant la moyenne sur un grand nombre de particules, on aboutit à une absence de migration dans une direction.

I.1.b. Conduction par des ions

Dans les solutions appelées électrolytiques, les ions sont responsables de la conduction électrique. On observe un phénomène de migration des ions :

Cations $\Rightarrow$ cathode (- ici)
Anions $\Rightarrow$ anode (+ ici)

Remarque

Comment expliquer cette migration ? Il faut appliquer la force électrique de Lorentz $\vec{F}_e = q\vec{E}$ sur chaque type d'ions ($q = \pm 1$). Le champ électrique est orienté du + vers le - soit depuis l'anode vers la cathode ici.

- La force $\vec{F}_e$ exercée sur les cations est donc de même sens que le champ électrique ;
- La force $\vec{F}_e$ exercée sur les anions est donc de sens opposé au champ électrique.

I.1.c. Semi-conducteurs

Ce sont les **électrons libres** et les trous qui sont responsables de la conduction électrique.

Définition

Trous (ou lacunes électroniques) : atome auquel il manque un ou plusieurs électrons, puisqu'il a fourni des électrons libres. Cet atome ne peut pas se déplacer, mais il peut emprunter un électron à l'atome voisin, et ainsi propager la lacune électronique.

Exemple

Si, Ge. On peut doper les semi-conducteurs en ajoutant des atomes ayant déjà des lacunes électroniques (B, P).

Synthèse

Quel que soit le matériau dans lequel il circule, un courant électrique est lié à un déplacement d'ensemble (donc ordonné) de particules chargées. La charge électrique portée par les particules est quantifiée. C'est un multiple de la charge élémentaire portée par l'électron $e = 1,602 \times 10^{-19} \text{ C}$.

Par convention, le sens du courant est le sens de déplacement des charges **positives**.

I.2. Débit de charge**Compétences**

*** Capacité : Exprimer l'intensité du courant électrique en termes de débit de charge ***

L'électrocinétique est un domaine de science appliquée dans le prolongement de l'électromagnétisme. Les effets électromagnétiques sont associés à une grandeur scalaire algébrique : la charge électrique. Mesurée en Coulomb, de symbole C, elle caractérise la sensibilité d'une particule à l'interaction électromagnétique. On peut considérer le courant électrique comme un **débit de charge électrique**.

Le courant électrique est la quantité de charge électrique ΔQ qui traverse une section S du fil pendant la durée Δt du décompte.

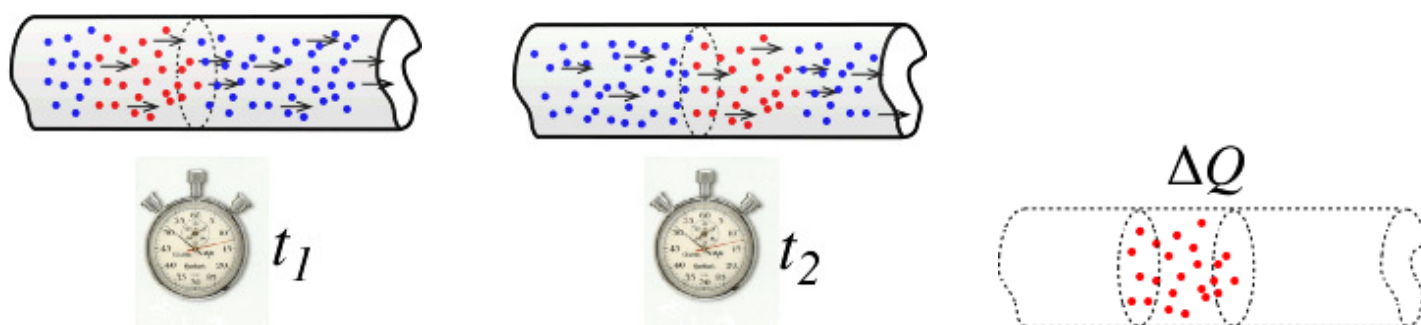


Fig. 1 Débit de charge

D'une façon simplifiée, on compte le nombre d'électrons qui passent à un endroit donné du fil en un temps donné. Le nombre d'électrons représente une quantité de charge ΔQ . On divise cette quantité par l'intervalle de temps $\Delta t = t_2 - t_1$.

On note n le nombre de porteurs de charges q par unité de volume.

Pendant Δt les charges traversant une surface de S sont celles contenues dans un cylindre de longueur $v\Delta t$ avec v la vitesse des charges. Le volume de ce cylindre est $Sv\Delta t$, le nombre de charges dans le cylindre est donc : $nSv\Delta t$

D'où une charge totale : $\Delta Q = n \times Sv\Delta t q$ et un courant d'intensité : $I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = nSvq$.

En pratique l'intensité n'est pas nécessairement indépendante du temps. Pour l'évaluer précisément à un instant donné, nous devons choisir Δt aussi petit que possible, soit $\Delta t \rightarrow 0$.

On a finalement

$$I = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{dQ}{dt}.$$

Dimension et unité : $[I] = \frac{[Q]}{[t]} = \text{C} \cdot \text{s}^{-1} \equiv \text{A}.$

Sens du courant Il faut être attentif au **sens de parcours des particules** et au **signe des porteurs de charge**. Il faut orienter le conducteur avec un sens conventionnel du courant (précisé par une flèche) : les particules qui traversent la section dans le sens retenu voient leur charge électrique comptée avec leur signe (+ pour un cation, - pour un anion).

Exemple

Soit un milieu conducteur dans lequel 3 types de particules chargées :

- des cations de charge $+2e$ traversant la section dans le sens choisi, à raison de D_c cations par seconde ;
- des anions de charge $-e$ se déplaçant dans le sens inverse de l'orientation, D_a étant le nombre d'anions traversant la section par seconde ;
- des ions fixes.

Exprimer l'intensité traversant le conducteur.

L'intensité peut être écrite :

$$I = (+2e) D_c - (-e) D_a = e (2D_c + D_a)$$

On peut généraliser cette expression par

$$I = \sum_{k=1}^N \varepsilon_k q_k D_k$$

avec $\varepsilon_k = +1$ si circulation dans le sens du courant, et $\varepsilon_k = -1$ si

circulation dans le sens opposé.

I.3. Conservation de la charge

Compétences

*** Capacité : Citer les ordres de grandeur des intensités et des tensions dans différents domaines d'application

La charge électrique possède la propriété très importante d'être conservative. Ceci signifie que quelles que soient les évolutions que subit une assemblée de particules chargées, la quantité de charge totale reste identique au cours du temps.

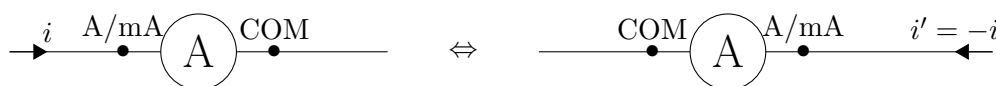
Considérons un fil conducteur ne présentant pas de bifurcations le long de son parcours entre les points A et B . On raisonne en régime stationnaire (ne dépendant pas du temps) donc la quantité de charge située entre A et B ne varie pas au cours du temps. La charge est une grandeur qui se conserve, on en déduit que l'apport de charge en A pendant une durée τ est strictement compensée par la perte en B sur la même durée. $I_A \tau - I_B \tau = 0$, si bien que $I_A = I_B$.

$A \text{ ————— } B$

L'intensité le long d'un conducteur sans bifurcation est identique en tout point, en régime stationnaire, c'est-à-dire indépendant du temps.

À retenir Branchement d'un ampèremètre

L'intensité du courant électrique se mesure avec un **ampèremètre** que l'on branche en série avec le dipôle à travers lequel on souhaite mesurer l'intensité du courant.



L'ampèremètre mesure l'intensité du courant qui entre par la borne A/mA. Dans la situation présentée, si i mesurée est positive, alors i' est négative et de valeur opposée à celle de i .

Ordres de grandeur : Intensité électrique

- circuit électrique 1 mA ;
- ligne TGV 1000 A ;
- éclair 5×10^4 A.

Définition

- **noeud** : point de connection entre au moins trois dipôles ;
- **maille** : boucle fermée orientée arbitrairement par une flèche sur le schéma ;
- **branche** : portion du circuit électrique compris entre deux noeuds.

I.4. Loi des noeuds
Compétences

*** Capacité : Relier la loi des noeuds au postulat de la conservation de la charge ***

Une seconde conséquence peut être examinée lorsqu'un conducteur est connecté à d'autres en ce qu'on appelle un **noeud**.

Soit un noeud N où viennent se brancher plusieurs fils conducteurs : notons n le nombre de branches et $I_1, I_2, \dots$ l'intensité du courant électrique dans chacune. On définit la convention suivante :

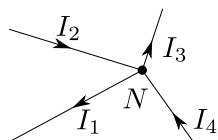
- $\varepsilon_k = +1$ si le conducteur est orienté vers le noeud ;
- $\varepsilon_k = -1$ si le conducteur est orienté en s'éloignant de N .

Il ne peut y avoir accumulation de charges en un noeud N : le débit total de charge arrivant en N est en permanence compensé par celui quittant ce noeud.

À retenir **Loi des noeuds ou 1ère loi de Kirchhoff**

La loi des noeuds s'écrit : *La somme des intensités entrantes est égale à la somme des intensités sortantes.*

Soit mathématiquement :
$$0 = \sum_{k=1}^N \varepsilon_k I_k$$

Exemple


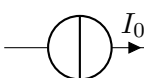
La loi des noeuds s'écrit : $0 = -I_1 + I_2 - I_3 + I_4$.

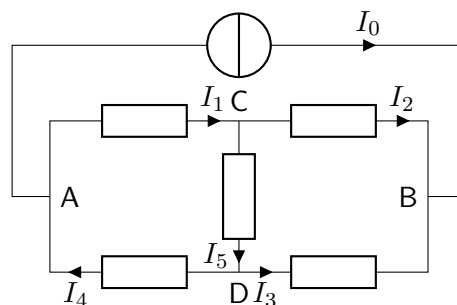
✕ Méthode Application de la loi des noeuds ✕

1. Sur le schéma du circuit, placer une intensité dans chaque branche reliée au noeud étudié et les nommer ($i_1, i_2, \dots$).
2. Appliquer la loi des noeuds en mettant :
 - un « + » devant les noms des intensités des courant arrivant au noeud ;
 - un « - » devant les noms des intensités des courant partant du noeud.

Application 1 : Loi des noeuds

On considère le circuit ci-contre constitué de dipôles inconnus.

Le symbole  est celui d'un générateur idéal de courant, qui délivre un courant d'intensité I_0 .
On donne $I_0 = 4,0 \text{ A}$; $I_1 = 1,0 \text{ A}$ et $I_3 = 2,0 \text{ A}$.



1. Écrire la loi des noeuds en chacun des noeuds du circuit.

Loi des nœuds en A : $+I_4 - I_1 - I_0 = 0$ (1)

Loi des nœuds en B : $I_0 + I_2 + I_3 = 0$ (2)

Loi des nœuds en C : $+I_1 - I_2 - I_5 = 0$ (3)

Loi des nœuds en D : $-I_3 - I_4 + I_5 = 0$ (4)

2. En déduire la valeur de toutes les intensités inconnues.

(1) donne $I_4 = 5,0 \text{ A}$;

(2) donne $I_2 = -6,0 \text{ A}$;

(3) donne $I_5 = 7,0 \text{ A}$

On vérifie grâce à (4) : $I_3 = 2,0 \text{ A}$ ouf !!

II. Différence de potentiel

II.1. Potentiel électrique

Compétences

Potentiel, référence de potentiel, tension.

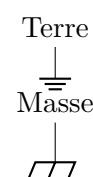
Nous n'avons pas donné de causes au phénomène de conduction électrique. On peut s'appuyer sur une analogie avec l'écoulement de l'eau dans les rivières et fleuves. De la source vers l'embouchure des fleuves, l'écoulement s'effectue avec une diminution de l'altitude. Ainsi de même que l'on peut définir une altitude en tout point du parcours d'une rivière, on admet que l'on peut définir un potentiel électrique V en tout point d'un circuit. On parle alors de différence de potentiel appelé tension électrique, comme on parle de dénivelé, entre deux points d'un cours d'eau.

La différence de potentiel $V_B - V_A$ entre des points A et B est appelée tension U_{BA} . Elle est notée par une flèche allant de A vers B par convention.

Cette analogie s'appuie sur la notion d'énergie potentielle. Pour l'eau c'est l'énergie potentielle de pesanteur, liée à l'altitude, c'est-à-dire la différence de hauteur. Pour le circuit c'est l'énergie potentielle électrique $E = qV$, liée à la tension, c'est-à-dire la différence de potentiel. De même que l'on fixe les altitudes à partir d'une référence, on peut fixer la valeur du potentiel électrique en un point du circuit : par exemple 0 à la **masse** du circuit.

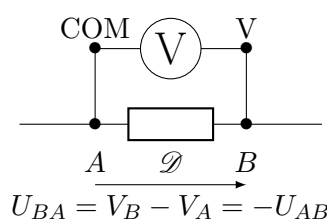
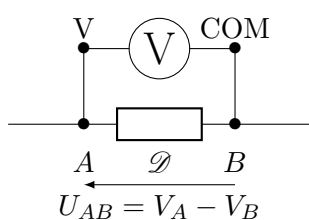
Remarque

Il n'est pas possible de mesurer un potentiel électrique, aussi nous avons besoin d'une référence pour mesurer une différence de potentiel (c'est-à-dire une tension) entre le point d'intérêt et ce **potentiel de référence** appelé **masse** et $V_{masse} = 0 \text{ V}$. En pratique, ce point est relié par un fil dans la terre. Tous les appareils électriques sont reliés à la terre pour des raisons de sécurité.



À retenir ♥ Mesure d'une tension

Une tension électrique se mesure à l'aide d'un **voltmètre** que l'on branche en dérivation (en parallèle) du dipôle dont on mesure la tension à ses bornes.



La tension mesurée à l'aide du voltmètre est la tension dont la pointe de la flèche est au niveau de la borne V et le bout de la flèche au niveau de la borne COM.

Compétences

*** Capacité : Citer les ordres de grandeur des intensités et des tensions dans différents domaines d'application ***

Ordres de grandeur :

- circuit électrique
mV–V ;
- tension secteur
230 V ;
- ligne TGV
25 kV ;
- lignes haute tension
500 kV ;
- foudre
500 MV.

II.2. Loi des mailles

Compétences

*** Capacité : Utiliser la loi des mailles ***

La définition de la tension électrique comme une différence de potentiel impose une loi d'additivité : en effet, considérons trois points : A , B et C :

$$V_C - V_A = (V_C - V_B) + (V_B - V_A) \quad \text{soit} \quad U_{CA} = U_{CB} + U_{BA}$$

Les sens d'orientation sont importants.

Considérons une maille orientée arbitrairement. Associons à chaque tension U_k le long de la maille un coefficient ε_k égal à 1 si la tension est orientée comme la maille, -1 sinon.

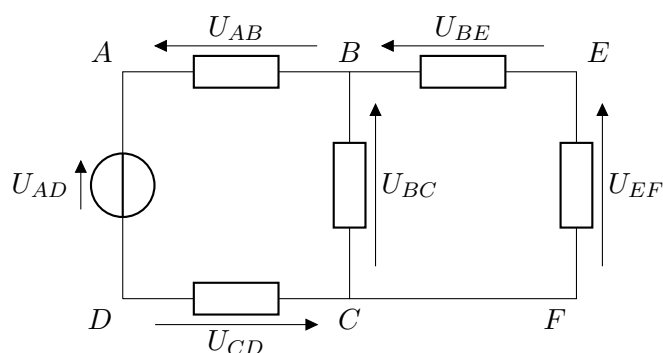
À retenir **Loi des mailles ou 2e loi de Kirchhoff**

La loi d'additivité des tensions est la loi des mailles, qui se met sous la forme : $0 = \sum_{k=1}^N \varepsilon_k U_k$. Dans une maille, la somme des tensions est nulle.

✕ Méthode Loi des mailles ✕

1. Sur le schéma du circuit, mettre une flèche orientée aux bornes de TOUS les dipôles présents et nommer les tensions.
2. Orienter la maille dans un sens positif choisi et l'indiquer sur la maille étudiée.
3. Appliquer la loi des mailles en mettant :
 - un « + » devant les noms des tensions situées dans le sens positif choisi ;
 - un « - » devant les noms des tensions situées dans le sens opposé au sens positif choisi.

Application 2 : Loi des mailles



On sait que $U_{AD} = 5,0 \text{ V}$, $U_{AB} = 2,0 \text{ V}$, $U_{CD} = -1 \text{ V}$, $U_{EF} = 2 \text{ V}$.

1. Déterminer deux lois des mailles indépendantes.

Lois des mailles dans la maille de gauche : $U_{AD} - U_{AB} - U_{BC} - U_{CD} = 0$. **Dans la maille de droite, nous avons** $U_{BC} = U_{EF} + U_{BE}$.

2. En déduire les valeurs des deux tensions inconnues.

On en déduit que $U_{BC} = U_{AD} - U_{AB} - U_{CD} = 4 \text{ V}$, **et que** $U_{BE} = U_{BC} - U_{EF} = 2 \text{ V}$.

III. Validité de l'électrocinétique : l'Approximation des Régimes Quasi-Stationnaires

Compétences

*** Capacité : Exprimer la condition d'application de l'ARQS en fonction de la taille du circuit et de la fréquence ***

III.1. Hypothèses de l'électrocinétique

Les lois de l'électrocinétique sont obtenues en effectuant une approximation dont le principe est d'assimiler le courant électrique à un fluide incompressible, qui s'écoule dans le réseau de canalisation. Cela implique que les charges électriques ne s'accumulent pas et ne disparaissent pas dans le circuit, donc que l'intensité est la même à travers toute section du conducteur.

Si tension et intensité ne dépendent pas du temps, on les note U et I et on dit que l'on est en régime stationnaire ou permanent. Dans ce cas, on a bien conservation de la charge et les lois de l'électrocinétique sont valables.

III.2. Domaine de validité de l'hypothèse

Pour que les lois de l'électrocinétique soient valides, il ne faut pas qu'il y ait d'accumulation de charges. Pour cela **tous les porteurs de charge doivent recevoir l'information en même temps**, de telle sorte que leur mouvement de dérive soit identique. Sur un très grand circuit, cependant la durée de propagation peut ne plus être négligeable, on sort du domaine de validité de l'électrocinétique.

III.3. Approximation des régimes quasi-permanents

Application 3 : Nécessité de l'ARQS

Un opérateur déplace une boule chargée à proximité de l'extrémité d'un conducteur rectiligne de longueur $L = 1 \text{ m}$. On donne la célérité du potentiel dans le conducteur $c = 2,7 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$:

1. Calculer la durée de propagation de l'information le long du conducteur.

La durée de propagation est $\delta t = L/c \stackrel{AN}{=} \frac{1}{2,7 \times 10^8} = 3,70 \times 10^{-9} \text{ s}$.

2. En approchant manuellement la boule chargée d'un conducteur, quelle est l'ordre de grandeur de la fréquence du potentiel envoyée ? En déduire la variation temporelle du potentiel à l'extrémité du conducteur (en $L = 1 \text{ m}$)

Manuellement, la fréquence est de l'ordre de quelques hertz, disons $f = 3 \text{ Hz}$. Donc le potentiel varie en $1/3 = 0,33 \text{ s}$ (vrai en tout point).

3. Quelle devrait-être la longueur du conducteur pour que la durée de propagation soit du même ordre de grandeur que la variation temporelle du potentiel imposée par l'opérateur ?

Pour que les durées soient comparables il faut $d = 0,33 \times 2,7 \times 10^8 = 9 \times 10^7$ m. En utilisant des moyens mécaniques, nous ne pouvons pas modifier le potentiel à l'extrémité suffisamment rapidement pour observer l'effet de la propagation, sauf à disposer d'un circuit de plusieurs millions de km.

4. Soit un GBF, délivrant une tension de fréquence $f = 100$ MHz, quelle devrait-être la longueur du conducteur pour que la durée de propagation soit du même ordre de grandeur que la variation temporelle du potentiel ?

Mais avec un GBF délivrant une tension de $f = 100$ MHz, $d = 2,7 \times 10^8 \times \frac{1}{100 \times 10^6} = 2,7$ m.

La notion d'intensité ou de tension peuvent être étendues à des courants/tensions variables dans le temps à condition que leurs temps caractéristiques de variation ne soient pas trop « petits ». Précisons ici le sens de l'expression « petit ».

Les électrons sont mis en mouvement par le champ électrique. Pour que l'intensité électrique soit la même en tous points d'un conducteur, il faut que le champ électrique soit également identique en tous points. On montre en 2e année qu'un champ électromagnétique variable se propage à la vitesse de la lumière $c = 3 \times 10^8$ m.s⁻¹.

Dès lors, s'il varie périodiquement avec la période T , ce champ varie périodiquement dans l'espace avec la période $\lambda = cT$. On peut alors considérer qu'il est identique en tous points du fil uniquement *si la longueur du fil est très inférieure à la longueur d'onde $\lambda = cT$* .

À retenir L'approximation des régimes quasi-stationnaires

L'approximation des régimes quasi-stationnaires (ARQS) est applicable pour l'étude d'un courant électrique si la longueur L des fils et le temps caractéristique de variation T sont tels que

$$L \ll cT \quad \Leftrightarrow \quad T \gg \frac{L}{c},$$

avec $c = 3 \times 10^8$ m.s⁻¹ la vitesse de la lumière.

Remarque

- L'étude de l'électrocinétique se place dans le cadre de l'ARQS (régime lentement variable) ;
- **Régime lentement variable** : la tension appliquée varie sur une durée beaucoup plus longue que la durée de propagation du potentiel. Chaque variation du potentiel est répercutée de façon quasi-instantanée, on peut alors continuer à adopter les lois de l'électrocinétique des régimes stationnaires, les grandeurs étant seulement des fonctions du temps.
- L'ARQS revient à négliger les temps de propagation des signaux électriques.
- Si on est en régime rapidement variable, on doit abandonner la théorie électrocinétique reposant sur les seules lois de Kirchhoff et adopter un formalisme d'électromagnétisme, raisonnant en termes d'onde.

Ordres de grandeur :

- Sur le réseau d'énergie électrique : $f = 50$ Hz soit $T = 20$ ms donc $cT = 6 \times 10^6$ m : ainsi tout circuit dont la dimension est petite devant 6000 km peut être étudié dans le cas des régimes lentement variables.
- Téléphonie : $f = 1 \times 10^9$ Hz, soit $T = 1$ ns donc $cT = 30$ cm.  **Attention !**

Remarque

On notera par des minuscules les grandeurs électriques en régime variable : la tension $u(t)$ et l'intensité $i(t)$. Les lois de Kirchhoff restent valables en régime variable tant qu'on est sous l'ARQS.

IV. Dipôles électriques

IV.1. Caractéristiques d'un dipôle et puissance

Compétences

Puissance.

*** Capacité : Algébriser les grandeurs électriques et utiliser les conventions récepteur et générateur ***

Dipôles : résistances, condensateurs, bobines, sources décrites par un modèle linéaire.

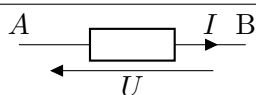
Définition

Dipôle : composant électrique connecté au reste du circuit par deux bornes conductrices A et B .

Convention de fléchage : L'étude d'un circuit électrique quelconque débute généralement sans que le mode de fonctionnement des différents dipôles soit connu. On ne sait pas si le dipôle va céder de l'énergie électrique au circuit (générateur) ou au contraire en prélever (récepteur). On effectue le fléchage de U et de I de façon arbitraire : les grandeurs réelles associées sont alors algébriques et nous renseignent *a posteriori* sur le rôle du dipôle.

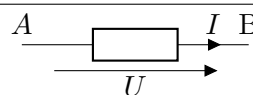
Définition

Convention récepteur



Les flèches de tension et de sens positif du courant sont **opposées**.

Convention générateur



Les flèches de tension et de sens positif du courant sont **de même sens**.

Puissance algébrique

Convention récepteur

$$\mathcal{P}_r = u \times i$$

est la **puissance algébriquement reçue** par le dipôle.

$\mathcal{P}_r$ est algébrique :

- Si $\mathcal{P}_r > 0$, le dipôle reçoit effectivement de la puissance ;
- Si $\mathcal{P}_r < 0$, le dipôle fournit/cède effectivement de la puissance, il fournit/cède la puissance $-\mathcal{P}_r$.

Convention générateur

$$\mathcal{P}_g = u \times i$$

est la **puissance algébriquement fournie / cédée** par le dipôle.

$\mathcal{P}_g$ est algébrique :

- Si $\mathcal{P}_g > 0$, le dipôle cède effectivement de la puissance ;
- Si $\mathcal{P}_g < 0$, le dipôle reçoit effectivement de la puissance, il reçoit réellement la puissance $-\mathcal{P}_g$.

Remarque

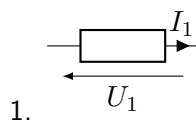
Relation entre la puissance $\mathcal{P}$ et l'énergie E :

$$P = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \left(\frac{\Delta E}{\Delta t} \right) = \frac{dE}{dt} \quad \text{et} \quad E = \int \mathcal{P} dt$$

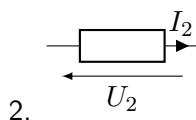
avec P en W, E en J et t en s.

Application 4 : Puissance reçue ou fournie ?

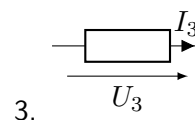
Dans les trois cas suivants, déterminer la puissance reçue ou fournie par les dipôles et commenter le signe. On a $I_1 = 5,0 \text{ mA}$; $I_2 = -1,0 \text{ A}$; $I_3 = 1,0 \text{ mA}$; $U_1 = 5,0 \text{ V}$; $U_2 = 7,0 \text{ V}$; $U_3 = 10 \text{ V}$.



Le dipôle est en convention récepteur, on exprime donc la puissance algébriquement reçue : $\mathcal{P}_1 = U_1 \times I_1 = 25 \text{ mW} > 0$, donc le dipôle reçoit réellement de la puissance électrique.



Le dipôle est en convention récepteur, on exprime donc la puissance algébriquement reçue : $\mathcal{P}_2 = U_2 \times I_2 = -7 \text{ W} < 0$, donc le dipôle fournit réellement de la puissance électrique.



Le dipôle est en convention générateur, on exprime donc la puissance algébriquement fournie : $\mathcal{P}_3 = U_3 \times I_3 = 10 \text{ mW} > 0$, donc le dipôle fournit réellement de la puissance électrique.

IV.2. Dipôles linéaires idéaux

Compétences

Dipôles : résistances, condensateurs, bobines, sources décrites par un modèle linéaire. *** Capacité : Utiliser les relations entre l'intensité et la tension ***

*** Capacité : Citer les ordres de grandeurs des composants R, L, C ***

Définition

- **Caractéristique du dipôle** : relation tension intensité qui décrit son fonctionnement. Tracer la caractéristique consiste à déterminer la courbe $I = f(U)$ à ses bornes. Cette caractéristique définit le comportement du dipôle ;
- **Dipôle actif** : Dipôle susceptible de fonctionner en mode générateur ;
- **Dipôle passif** : sa caractéristique passe par l'origine, il fonctionne toujours en mode récepteur.

IV.2.a. Fil et interrupteur

À retenir Fil et interrupteur

- La tension aux bornes d'un fil ou d'un interrupteur fermé est nulle.
- L'intensité électrique traversant un interrupteur ouvert est nulle.

IV.2.b. Résistor

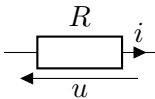
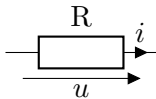
Compétences

*** Capacité : Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans une résistance ***

Un résistor est un dipôle dont la caractéristique $I = f(U)$ est une droite de pente $1/R$ avec R sa **résistance électrique** mesurée en Ohm de symbole Ω .

À retenir Loi d'Ohm

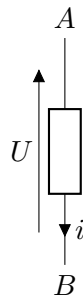
En notant R la résistance (en Ohm, Ω), et la conductance $G = \frac{1}{R}$ (en siemens $S = \Omega^{-1}$),

En convention récepteur	En convention générateur
 $u = +Ri$ $i = +Gu$	 $u = -Ri$ $i = -Gu$

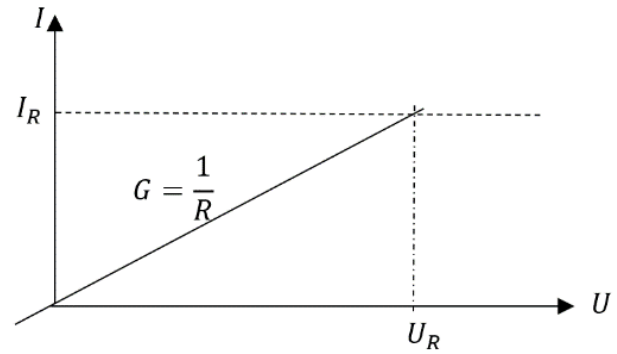
Nous appellerons **puissance électrique reçue par le résistor** la quantité :

$$P = ui = Ri^2 = \frac{u^2}{R}$$

Cette puissance est absorbée par le résistor et dissipée dans celui-ci sous forme thermique, appelé **effet Joule**.



(a) Convention récepteur pour un résistor.

(b) Caractéristique $I = f(U)$ d'un résistor.**Fig. 2** Propriétés d'un résistor.

| **Ordres de grandeur** : Usuellement $R \sim 1\ \Omega - 1\ \text{M}\Omega$

IV.2.c. Condensateur

Compétences

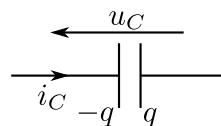
*** Capacité : Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine ***

Définition

Condensateur : dipôle passif constitué de deux armatures métalliques séparées par un isolant électrique.

Quand une tension u_C est appliquée entre les armatures, le phénomène d'influence électrique fait apparaître des charges opposées q et $-q$ proportionnelles à U : $q = C u_C$ en convention récepteur.

avec C : capacité du condensateur (dépend de la géométrie et des propriétés de l'isolant). Unité : F : farad.

**Fig. 3** Convention récepteur pour un condensateur.

Plus C est grand, plus q est élevée sous l'effet de U .

Caractéristique courant-tension Elle découle de la relation

$$i = \frac{dq}{dt} \quad \text{or} \quad q = C u_C \quad \text{donc} \quad i_C = C \frac{du_C}{dt}.$$

En régime continu $u_C = c^{st}$ donc $i_C = 0 = c^{st}$: le condensateur se comporte comme **un interrupteur ouvert**.

Bilan énergétique La puissance reçue par le condensateur s'écrit

$$P = u_C \times i_C = u_C \times C \frac{du_C}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} C u_C^2 \right).$$

Rappelons que $P = \frac{dE}{dt}$ donc par identification,

L'énergie emmagasinée dans un condensateur est $E_C = \frac{1}{2} C u_C^2$.

Remarque

Elle peut aussi s'exprimer, en fonction de la charge q : $E = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$ (analogie avec E_c ou $E_p \dots$).

Comme $P = \frac{dE}{dt}$, E et donc u_C et q ne peuvent pas subir de discontinuités en t sans quoi $P \rightarrow +\infty$.

La tension $u_C(t)$ (ou la charge $q(t)$) aux bornes d'un condensateur est toujours continue.

Ordres de grandeur : Usuellement $C \sim 1 \text{ nF} - 100 \mu\text{F}$. Une capacité de 1 F est une grande capacité.

⚡⚡⚡ **Attention !** Plus la capacité est grande et plus il faut faire attention à la polarité.

Les supercondensateurs ont des capacités de plusieurs centaines de Farad. Ils sont utilisés pour le KERS en F1 ou sur les voitures hybride et électrique.

À retenir ❤ Pour un condensateur

- Relation constitutive $i_C = C \frac{du_C}{dt}$;
- En régime continu, le condensateur se comporte comme un interrupteur ouvert ($i_C = 0$) ;
- $E_C = \frac{1}{2} C u_C^2$;
- La tension u_C aux bornes d'un condensateur est continue.

IV.2.d. Bobine

Compétences

*** Capacité : Exprimer l'énergie stockée dans un condensateur ou une bobine ***

Définition

Bobine : dipôle passif constitué d'un enroulement de spires conductrices. Elle est décrite par : $u_L = L \frac{di_L}{dt}$ avec L son inductance qui se mesure en Henry de symbole H.

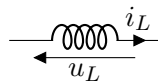


Fig. 4 Convention récepteur pour une bobine.

En régime continu $i_L = C^{st}$ donc $u_L = 0$: la bobine se comporte comme **un interrupteur fermé**.

Bilan énergétique La puissance reçue par la bobine s'écrit

$$P = u_L \times i_L = L \frac{di_L}{dt} \times i_L = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} L i_L^2 \right) = \frac{dE_L}{dt}$$

avec

L'énergie emmagasinée par une bobine s'écrit $E_L = \frac{1}{2} L i_L^2$.

Comme $P = \frac{dE}{dt}$, E et donc i_L ne peuvent pas subir de discontinuités en t sans quoi $P \rightarrow +\infty$.

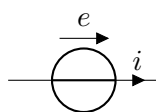
L'intensité $i_L(t)$ traversant une bobine est toujours continue.

| **Ordres de grandeur :** Usuellement $L \sim 50 \text{ mH} - 100 \text{ mH}$. Bobines ATLAS 5 H avec $I = 2000 \text{ A}$.

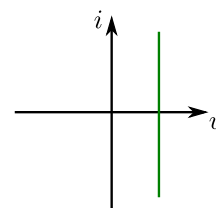
À retenir ♥ Pour une bobine

- Relation constitutive $u_L = L \frac{di_L}{dt}$;
- En régime continu, la bobine se comporte comme un fil ($u_L = 0$) ;
- $E_L = \frac{1}{2} L i_L^2$;
- L'intensité i_L traversant une bobine est continue.

IV.2.e. Source de tension idéale



(a) Convention générateur.

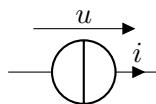


(b) Caractéristique $i = f(u)$.

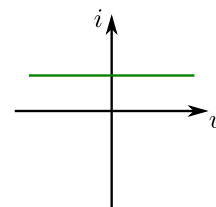
Fig. 5 Générateur idéal de tension.

$$u = E = C^{st} \quad \forall i \text{ avec } E \text{ la force électromotrice (fem).}$$

IV.2.f. Source de courant idéale



(a) Convention générateur.



(b) Caractéristique $i = f(u)$.

Fig. 6 Générateur idéal de courant.

$$i = I_0 = C^{st} \quad \forall u \text{ avec } I_0 \text{ le courant électromoteur.}$$

IV.3. Dipôles linéaires non-idéaux

IV.3.a. Générateur de Thévenin : générateur réel

Compétences

*** Capacité : Modéliser une source non idéale en utilisant la représentation de Thévenin ***

En pratique, la tension délivrée par un générateur de tension dépend de l'intensité fournie.

À retenir ❤️ Générateur réel = générateur de Thévenin

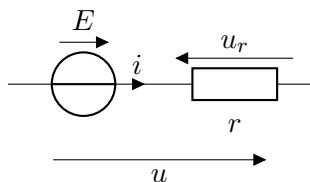


Fig. 7 Convention générateur.

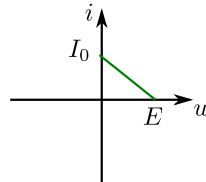


Fig. 8 Caractéristique $i = f(u)$.

$u = E - ri$ avec E la tension de circuit ouvert (tension aux bornes du générateur quand il n'est connecté à aucun circuit), I_0 l'intensité de court-circuit : celle qui traverse le circuit quand la tension est nulle et r la résistance interne.

IV.4. Association de dipôles

Compétences

Association de deux résistances.

*** Capacité : Remplacer une association série ou parallèle de deux résistances par une résistance équivalente ***

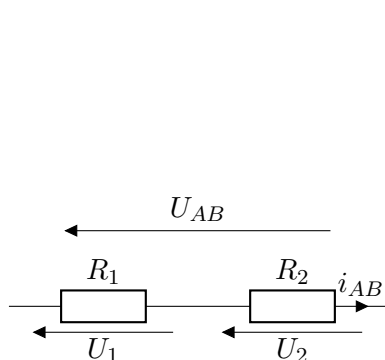
*** Capacité : Établir et exploiter les relations de diviseurs de tension ou de courant ***

Deux dipôles peuvent être associés pour former un nouveau dipôle. On se contentera de deux résistances pour l'instant.

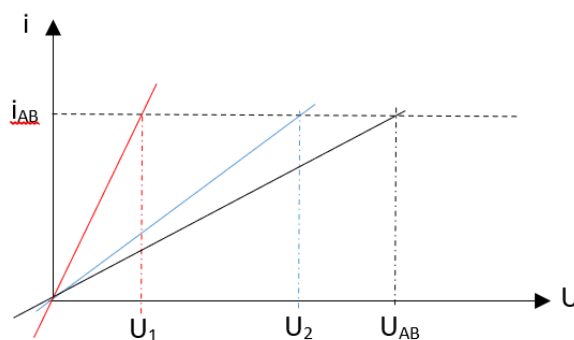
IV.4.a. en série

Définition

Association série : Dipôles parcourus par un même courant i et dont la tension aux bornes de l'ensemble est égale à la somme des tensions aux bornes de chaque dipôle.



(a) Association série.



(b) Caractéristique.

Fig. 9 Association en série de deux résistances.

On peut déterminer la caractéristique du nouveau dipôle : à intensité égale on additionne les tensions U_1 et U_2 afin de déterminer un nouveau point de coordonnées $U_{AB} = U_1 + U_2$ et i_{AB} .

Calcul de la résistance équivalente $U_{AB} = U_1 + U_2 = R_1 i_{AB} + R_2 i_{AB} = (R_1 + R_2) i_{AB} = R_{eq} i_{AB}$.

La résistance R_{eq} équivalente à deux résistances en série R_1 et R_2 est $R_{eq} = R_1 + R_2$.

Associées en série, les résistances s'ajoutent.

Pont diviseur de tension Cette configuration constitue un pont diviseur de tension. On peut en effet exprimer U_1 et U_2 en fonction de U_{AB} :

$$i_{AB} = \frac{U_{AB}}{R_1 + R_2} \quad \text{et} \quad U_k = R_k i_{AB}.$$

On aboutit à

$$U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{AB} \quad \text{et} \quad U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{AB} \quad \text{pour un pont diviseur de tension}$$

IV.4.b. en parallèle

Définition

Association en parallèle (ou en dérivation) : Dipôles ayant la même tension U_{AB} à leurs bornes et dont les intensités s'ajoutent $i_{AB} = i_1 + i_2$.

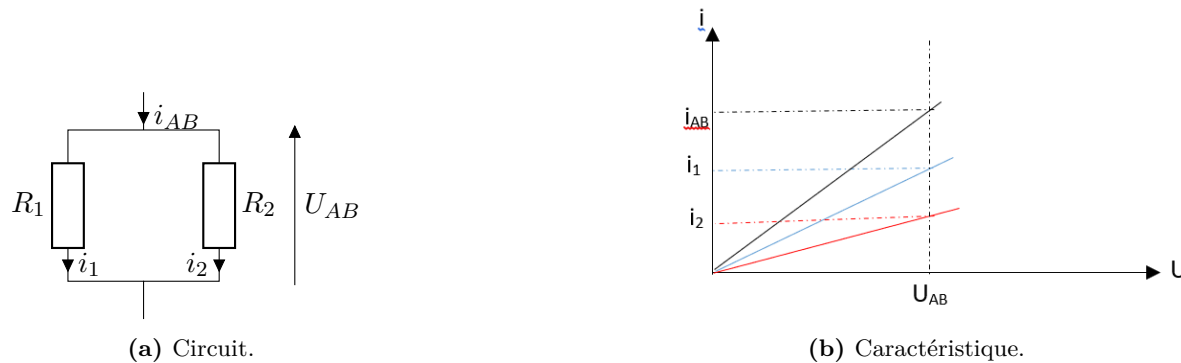


Fig. 10 Association en parallèle. Schéma à gauche et caractéristique à droite.

Calcul de la résistance équivalente $i_{AB} = i_1 + i_2 = \frac{U_{AB}}{R_1} + \frac{U_{AB}}{R_2} = \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) U_{AB}$

La résistance équivalente R_{eq} à deux résistances R_1 et R_2 montées en parallèle est

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad \text{ou} \quad R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}.$$

Associées en parallèle, les inverses des résistances s'ajoutent.

Remarque

On dit aussi que les conductances $G = 1/R$ s'ajoutent.

Pont diviseur de courant Cette configuration constitue un pont diviseur de courant. On peut exprimer i_1 et i_2 en fonction de i_{AB} :

$$i_{AB} = \frac{U_{AB}}{R_{eq}} \quad \text{ou} \quad U_{AB} = i_{AB} R_{eq} \quad \text{et} \quad i_j = \frac{U_{AB}}{R_j}.$$

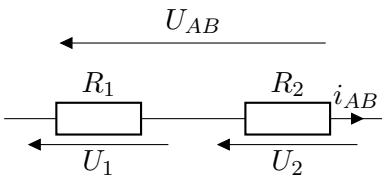
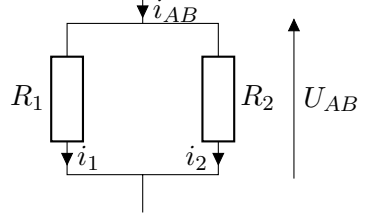
On aboutit à

$$i_j = \frac{i_{AB} R_{eq}}{R_j} = \frac{R_{eq}}{R_j} i_{AB}.$$

Soit finalement

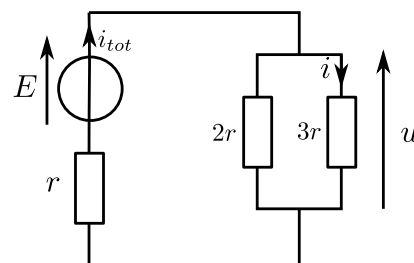
$$i_1 = \frac{R_2}{R_1+R_2} i_{AB} = \frac{G_1}{G_1+G_2} i_{AB} \quad \text{et} \quad i_2 = \frac{R_1}{R_1+R_2} i_{AB} = \frac{G_2}{G_1+G_2} i_{AB} \quad \text{pour un pont diviseur de courant.}$$

Synthèse

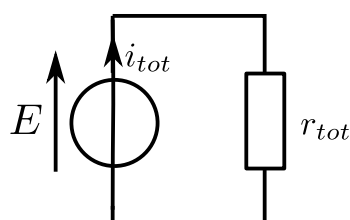
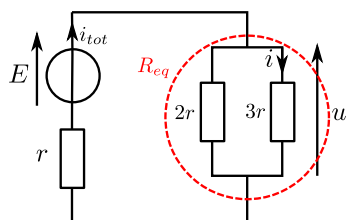
	Série	Dérivation
Schéma		
Expression de R_{eq}	$R_{eq} = R_1 + R_2$	$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Leftrightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$
Pont diviseur	de tension $U_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} U_{AB}$	de courant $i_1 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} i_{AB}$

Application 5 : Ponts diviseurs

1. Déterminer la résistance équivalente R_{eq} à $2r$ et $3r$.
2. Déterminer la résistance équivalente r_{tot} à r et R_{eq} .
3. En déduire les expressions de i_{tot} , u et i en fonction de E et r .



Le circuit électrique est équivalent aux deux circuits ci-dessous



Calculons la résistance équivalente aux deux résistances placées en dérivation : $R_{eq} = \frac{2r \times 3r}{5r} = \frac{6}{5}r$.
Calculons ensuite la résistance équivalente totale $r_{tot} = r + R_{eq} = \frac{11}{5}r$.

DONC
$$i_{tot} = \frac{E}{r_{tot}} = \frac{5}{11} \frac{E}{r}$$

On a un pont diviseur de courant donc
$$i = \frac{\frac{1}{3r}}{\frac{1}{2r} + \frac{1}{3r}} i_{tot} = \frac{2}{5} i_{tot}$$

Enfin, on a un pont diviseur de tension avec r et R_{eq} donc
$$u = \frac{R_{eq}}{r + R_{eq}} E = \frac{\frac{6}{5}r}{\frac{6}{5}r + r} E = \frac{6}{11} E$$

IV.5. Résistance d'entrée, résistance de sortie

Compétences

Résistance de sortie, résistance d'entrée.

Capacité : Étudier l'influence des résistances d'entrée ou de sortie sur le signal délivré par un GBF, sur la mesure effectuée par un oscilloscope ou un multimètre.

Le traitement des signaux électriques s'effectue à l'aide d'opérateurs dont le plus simple comprend une entrée et une sortie.

IV.5.a. Maille d'entrée

Vu de l'entrée, l'opérateur (exemple oscilloscope) se présente comme un dipôle, aux bornes duquel s'applique la tension d'entrée u_e et à travers lequel circule un courant électrique d'intensité i_e .

Si la caractéristique est linéaire, l'opérateur est équivalent à un résistor vis à vis de la maille d'entrée, on définit sa résistance d'entrée : $R_e = \frac{u_e}{i_e}$.

Si on branche un générateur de tension à vide e et de résistance interne R_g sur l'entrée de l'opérateur, on peut définir un schéma équivalent relatif à la maille d'entrée :

Un pont diviseur de tension apparaît et on a :

$$u_e = \frac{R_e}{R_e + R_g} e.$$

Tant que la résistance d'entrée est très supérieure à la résistance interne du générateur $R_e \gg R_g$, les deux tensions e et u_e sont quasiment identiques.

En revanche la tension aux bornes du dipôle u_e peut devenir très différente de la tension à vide du générateur e : elle n'en est que la moitié en cas d'égalité ($R_e = R_g$) et peut devenir très inférieure si $R_e \ll R_g$.

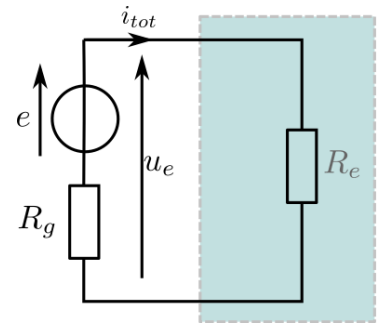


Fig. 11 Schéma équivalent relatif à la maille d'entrée.

Connecter un opérateur sur un circuit met en jeu un diviseur potentiométrique : pour que la tension aux bornes du dipôle soit proche de celle en son absence, la résistance d'entrée de l'opérateur doit être grande devant les résistances du circuit.

| **Ordres de grandeur** : Résistance d'entrée d'un oscilloscope : $1 \text{ M}\Omega$.

IV.5.b. Maille de sortie

L'opérateur se comporte couramment comme un générateur linéaire pour ce qui concerne la sortie. On peut le modéliser à l'aide d'une source de tension de valeur caractéristique s et d'une résistance interne R .

Si un dipôle de résistance R est connecté entre les bornes de sortie de l'opérateur, un pont diviseur de tension apparaît, composé de la résistance de sortie R_s et de la résistance R . La relation entre s et u_s apparaissant en sortie est alors :

$$u_s = \frac{R_s}{R + R_s} s.$$

La tension u_s est donc inférieure à la tension à vide s de l'opérateur. On ne peut les considérer voisines que si : $R \ll R_s$.

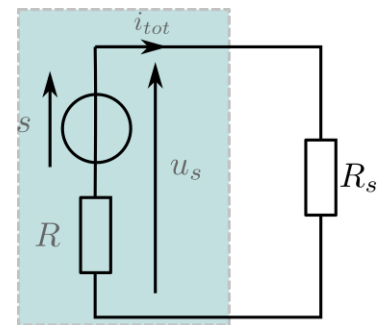


Fig. 12 Schéma équivalent relatif à la maille de sortie.

Connecter un dipôle résistif en sortie d'un générateur met en jeu un diviseur potentiométrique : la tension observée n'est voisine de la tension à vide seulement si la résistance connectée est très supérieure à la résistance de sortie de l'opérateur.

| **Ordres de grandeur** : Résistance de sortie d'un oscilloscope : 50Ω .

IV.6. Caractéristiques et point de fonctionnement

Compétences

Caractéristique d'un dipôle. Point de fonctionnement.

Chaque composant réel peut être modélisé grâce à une caractéristique et il n'est pas indispensable de connaître le fonctionnement ou la structure physique interne d'un composant, pour en étudier son comportement électrique quand on l'insère dans le circuit. En effet, la donnée de la caractéristique suffit à déterminer ce comportement vis-à-vis des autres éléments du circuit.



Fig. 13 Propriétés d'une diode.

Une diode est un dipôle non-linéaire caractérisé par sa tension seuil U_s et présentant deux comportements selon sa tension d'alimentation u :

- si $u > U_s$, $i \neq 0$, on dit que la diode est passante ;
- si $u < U_s$, alors $i = 0$, on dit que la diode est bloquée, elle agit comme un interrupteur ouvert.

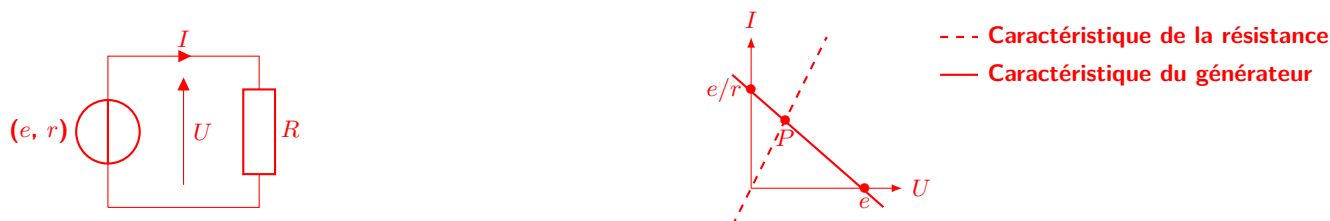
Une fois les caractéristiques connues, on peut réaliser une maille en branchant borne à bornes des dipôles.

La résolution consiste à déterminer les conditions de fonctionnement : c'est à dire les valeurs de U et I une fois le circuit branché. Ceci revient à déterminer graphiquement l'intersection des caractéristiques.

La recherche du point de fonctionnement consiste en la détermination de l'intersection des caractéristiques.

Application 6 : Recherche du point de fonctionnement

On associe un générateur réel (e, r) sur un résistor R . Il existe un point d'intersection entre les droites caractéristiques : c'est le point de fonctionnement.



En résolvant le système d'équations :

$$\begin{cases} U = e - rI \\ U = RI \end{cases} \quad \text{d'où} \quad \boxed{U_P = \frac{eR}{r + R}} \quad \text{et} \quad \boxed{I_P = \frac{e}{r + R}}$$

Ouverture :

Ce chapitre présente les lois de base régissant les circuits électriques. Nous pouvons désormais étudier différents circuits et déterminer l'évolution temporelle des grandeurs électriques en leur sein.