chap 4 : Fonctions usuelles

I) Valeur absolue

II) Logarithme

III) Exponentielle

IV) Puissances

- Définition de $x^y = e^{y \ln x}$.
  ATTENTION : Pour que cela soit défini, on doit avoir $x > 0$ par contre, on n'a aucune condition sur y.
- Étude de $\lim\limits_{x \to +\infty} x^\alpha$ et $\lim\limits_{x \to 0^+} x^\alpha$
  ATTENTION : Différencier les cas suivants que $\alpha > 0$ ou $\alpha < 0$.
- Bilan : On peut prolonger $x \mapsto x^\alpha$ en 0 si $\alpha > 0$.
- Dérivabilité : $(x^\alpha)' = \alpha x^{\alpha-1}$
  Tiens mais ça ressemble à ce que l'on connaît avec x^n ...
- Étude du graphe des fonctions $x \mapsto x^\alpha$ en fonction de α. Réfléchir avec ce que l'on connait déjà ($x \mapsto x^2$, $x \mapsto x^{\frac{1}{2}}$ et $x \mapsto x^{-1} = \dfrac{1}{x}$).
- SAVOIR COMPARER : x^α et x^β en fonction de α et β et de la position de x par rapport à 1.
- Étude de $x \mapsto a^x = e^{x \ln(a)}$.
- Bien différencier suivant que $0 < a < 1$ ou bien $a > 1$ (car $\ln a$ change de signe ....).
- $(a^x)' = \ln(a) a^x$
- Etude du graphe. Penser au cas $x \mapsto e^x$ qui correspond au cas $a > 1$ et $x \mapsto e^{-x}$ qui correspond au cas $a < 1$.
- Généralisation à $f(x)^{g(x)}$.
- POUR CALCULER une dérivée une fonction du type : $(f(x))^{g(x)}$, on commence par la transformer sous forme exponentielle et seulement après on dérive.
- Pour calculer la limite de $(f(x))^{g(x)}$, on la transforme sous forme exponentielle (surtout si on est dans le cas de la forme indéterminée $1^\infty = e^{\infty \ln(1)}$) et seulement, on calcule la limite.

V) Étude des graphes

Donnée : On connaît une fonction f, son graphe $\mathcal{C}_f$ et pour simplifier $D_f = [a, b]$ et $Im(f) = [\alpha, \beta]$
On étudie D_g, $Im(g)$ et $\mathcal{C}_g$ dans les cas suivants : $g(x) = f(x + \lambda)$ et $g(x) = f(\lambda x)$,
Graphe de g en fonction de celui de f.

chap 5 : Trigonométrie

I) Congruences

- Définition de la congruence.
- ATTENTION : Si on a $x \equiv y\ [\alpha]$ si on multiplie par a dans la congruence, on multiplie AUSSI par a dans le modulo.

II)Fonctions circulaires

- Lien entre le cercle trigonométrique, cosinus et sinus.
- Quelques valeurs en $0, \dfrac{\pi}{6}, \dfrac{\pi}{4}, \dfrac{\pi}{3}$ et $\dfrac{\pi}{2}$.
- SAVOIR RETROUVER EN 10s la valeur de cos ou sin en $x + \pi$, $\pi - x$, $\dfrac{\pi}{2} \pm x$. S AIDER DU CERCLE TRIGO.
- Formulaire 1 : $\cos(a + b) = ...$ (10s pour retrouver)
- Formulaire 2 : $\cos a \cos b = ...$ (20s pour retrouver)
- Formulaire 3 : $\sin p + \sin q = 2 \sin(\frac{p+q}{2}) \cos(\frac{p-q}{2})$ ...
  CONNAITRE la chanson : si co, co si, co co, si si.
  ATTENTION au piège de la dernière ligne, il y a un -2.
- Résolution des équations du type $\cos x = \cos y$ et $\sin x = \sin y$.
  NB : On peut retrouver les résultats grâce au cercle trigo.
- Parité et imparité des fonction cosinus et sinus.
- Graphe des fonctions.
- Définition de la tangente.

- Ensemble de définition, π-périodicité et imparité.
- Continuité, dérivabilité de tan, on a $\tan' = (1+\tan^2) = \frac{1}{\cos^2}$
- Quelques valeurs, graphe, interprétation à l'aide du cercle trigo.
- Formule de $\tan(a+b)$
- $\tan(x) = \tan(y) \iff x \equiv y \ [\pi]$.

III) Fonctions circulaires réciproques

- Définition de arctan comme la bijection réciproque de $\tilde{\tan} :]\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[\to \mathbb{R}$
- L'application arctan est continue, croissante et dérivable sur $\mathbb{R}$ et on a $\arctan'(x) = \frac{1}{1+x^2}$.
- Graphe de arctan.
- Tableaux des valeurs
- Résolution des équations du type : $a\cos x + b\sin x = c$.
- Définition de arcsin comme la bijection réciproque de $\tilde{\sin} : [\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \to [-1,1]$
  Les ensembles de départ de arcsin doivent être naturels et connus.
- ATTENTION : $\arcsin(\sin(x))$ est toujours défini mais vaut x ssi $x \in [\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.
- Interprétation géométrique.
- Continuité sur $[-1,1]$ et dérivabilité sur $]-1,1[$.
  ATTENTION : Les ensembles pour la continuité et la dérivabilité ne sont pas les mêmes.
- Formule de la dérivée.
- Graphe de la fonction.
- Définition de arccos comme la bijection réciproque de $\tilde{\cos} : [0,\pi] \to [-1,1]$
  Les ensembles de départ de arccos doivent être naturels et connus.
- ATTENTION : $\arccos(\cos(x))$ est toujours défini mais vaut x ssi $x \in [0,\pi]$.
- Interprétation géométrique.
- Continuité sur $[-1,1]$ et dérivabilité sur $]-1,1[$.
  ATTENTION : Les ensembles pour la continuité et la dérivabilité ne sont pas les mêmes.
- Formule de la dérivée.
- Graphe de la fonction.
- Connaître quelques valeurs. Savoir construire le tableau des valeurs tout seul!!!
- Savoir résoudre une équation du type $a\cos(x) + b\sin(x) = c$.

chap 6 : Nombres complexes (deuxième partie)

I) Forme trigonométrique

- Écriture trigonométrique.
- Définition d'un argument.
- Savoir passer de la forme trigonométrique à la forme algébrique et réciproquement.

II) Forme exponentielle

- Définition de $e^{i\theta}$ et $\mathbb{U}$.
- propriétés du $e^{i\theta}$.
- Formules d'Euler et de Moivre.
- Ecriture exponentielle.
- Savoir passer de la forme exponentielle à la forme algébrique et réciproquement.
- $z = re^{i\theta} = z' = r'e^{i\theta'} \iff r = r'$ et $\theta \equiv \theta' \ [2\pi]$.
- Traduction géométrique de $arg(zz')$, $arg\left(\dfrac{z_C - z_A}{z_B - z_A}\right)$.

III) Résolution d'équation

- Définition des racines n^{ieme} de l'unité.
- Forme des racines n^{ieme} de l'unité.
- Racines n^{ieme} de l'unité.

IV) Angles moitiés

Explication sur un exemple puis explication dans le cas général.

V) Exponentielle complexe

- Définition
- Propriétés de base
- Résolution de $e^z = a$

VI) Les complexes appliqués à la géométrie

- L'angle orienté $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ est congru modulo 2π à $arg(\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A})$.
- Traduction de l'alignement et de l'orthogonalité de à l'aide de l'argument précédent.
- MULTIPLIER par $e^{i\theta}$ revient à effectuer une rotation de centre O et d'angle θ.
- Généralisation : Rotation de centre $\Omega(\omega)$ et d'angle θ.
- Application pour trouver le troisième point d'un triangle équilatéral.
- Symétrie d'axe réel et seulement d'axe réel.

Liste des questions de cours :

- Étude de la fonction $x \mapsto x^\alpha$ (Ensemble de définition et graphe pour tous les α, étude uniquement dans le cas $\alpha < 0$).
- Étude de la fonction $x \mapsto a^x$ (Ensemble de définition, dérivée et graphe pour tous les a où c'est défini, étude dans le cas $a > 1$).
- Étude de la fonction $x \mapsto \tan(x)$ (Ensemble de définition, dérivée et graphe).
- Étude de la fonction $x \mapsto \arctan(x)$ (Définition, ensemble de définition, dérivée et graphe).
- $z = re^{i\theta} = z' = r'e^{i\theta'} \iff r = r'$ et $\theta \equiv \theta' \ [2\pi]$.
- Module et argument de $1 + e^{\frac{i\pi}{7}}$ (exercice fait en cours).