DEVOIR SURVEILLÉ DE PHYSIQUE-CHIMIE N°1 - CORRECTION

À REVOIR EN GÉNÉRAL

- Les tracés de rayons ne sont pas suffisamment maîtrisés ;
- Si $\overline{OA} > 0$ alors l'objet est à droite de la lentille ;
- La méthode générale pour établir une loi de puissance par analyse dimensionnelle doit être connue ;
- La résolution des calculs doit être achevée et rapporte des points ;
- $\dim(S) = L^2$, $\dim(T) = \theta$, $\dim(\delta t) = T$;
- L'énoncé est lu trop rapidement.

I. Tracé de rayons (17,5 points)

1. (a) (5 points) Voir annexe.
   (b) (2 points) D'après la relation de conjugaison de Descartes

$$\frac{1}{f'} = \frac{1}{\overline{OA'}} - \frac{1}{\overline{OA}} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\overline{OA'} = \frac{f'\overline{OA}}{f' + \overline{OA}} \overset{AN}{=} \frac{3\times 6}{3+6} = \frac{18}{9} = 2\,\text{cm}.}$$

   C'est bien cohérent avec le schéma précédent.
   (c) (0.5 points) L'objet est à droite de la lentille donc il est virtuel.
   (d) (0.5 points) L'image est à droite de la lentille donc elle est réelle. Les rayons issus de B se croisent effectivement en B'.
2. (a) (4 points) Voir annexe.
   (b) (0.5 points) L'objet se trouve à gauche de la lentille donc il est réel.
   (c) (0.5 points) L'image se trouve à gauche de la lentille donc elle est virtuel : les rayons lumineux ne s'y croisent pas effectivement.
3. (a) (4 points) Voir annexe.
   (b) (0.5 points) L'objet étant à l'infini, l'image se forme au plan focal image.

II. Analyse dimensionnelle (24 points)

4. (2 points) Par définition $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ et $\mathcal{P} = \frac{\mathrm{d}\mathscr{E}}{\mathrm{d}t}$ d'où

$$\boxed{\dim(E_c) = M\cdot\left(L\cdot T^{-1}\right)^2 = M\cdot L^2\cdot T^{-2}} \qquad \text{et} \qquad \boxed{\dim(\mathcal{P}) = \frac{\dim(\mathscr{E})}{T} = M\cdot L^2\cdot T^{-3}.}$$

5. (2 points)

$$\dim j = \frac{\text{puissance}}{\text{surface}} = \frac{\text{Énergie}}{\text{surface}\times T} = \frac{ML^2T^{-2}}{L^2T} = MT^{-3}.$$

Comme $j = -k\frac{\Delta T}{\Delta x}$:

$$\dim k = \frac{\dim j}{\dim \Delta T}\times \dim \Delta x = \frac{MT^{-3}}{\Theta}\times L$$

DONC $\boxed{\dim k = MLT^{-3}\Theta^{-1}.}$

6. (2 points)
$$c_p = \frac{1}{m}\frac{\Delta E}{\Delta T} \quad \text{or} \quad \dim \Delta E = ML^2T^{-2} \qquad \text{d'où} \qquad \dim c_p = \frac{1}{\cancel{M}}\frac{\cancel{M}L^2T^{-2}}{\Theta}.$$
Ainsi,
$$\boxed{\dim c_p = L^2T^{-2}\Theta^{-1}}$$

7. (4 points) On cherche $\dim(\Delta t) = T$ d'où
$$\begin{aligned}\dim \Delta t &= L^\alpha \left(MLT^{-3}\Theta^{-1}\right)^\beta \left(L^2T^{-2}\Theta^{-1}\right)^\gamma \left(ML^{-3}\right)^\delta \\ &= L^\alpha M^\beta L^\beta T^{-3\beta}\Theta^{-\beta} L^{2\gamma}T^{-2\gamma}\Theta^{-\gamma} M^\delta L^{-3\delta} \\ &= L^{\alpha+\beta+2\gamma-3\delta} M^{\beta+\delta} T^{-3\beta-2\gamma}\Theta^{-\beta-\gamma}\end{aligned}$$
D'où le système :
$$\begin{cases}\alpha+\beta+2\gamma-3\delta=0\\ \beta+\delta=0\\ -3\beta-2\gamma=1\\ -\beta-\gamma=0\end{cases} \iff \begin{cases}\alpha-1+2-3=0 \quad\Rightarrow\quad \alpha=2\\ \beta=-\delta \quad\Rightarrow\quad \delta=1\\ -3(-\gamma)-2\gamma=1 \quad\Rightarrow\quad \gamma=1\\ \beta=-\gamma \quad\Rightarrow\quad \beta=-1\end{cases} \iff \begin{cases}\alpha=2\\ \beta=-1\\ \gamma=1\\ \delta=1\end{cases}$$

8. (1 point) Ainsi $\Delta t = \ell^2 k^{-1} c_p \rho$ d'où
$$\boxed{\Delta t = \frac{\ell^2 c_p \rho}{k}}$$
à un facteur numérique près.

9. (4 points) $\dim F = MLT^{-2}$. Calculons
$$\dim Y = \frac{MLT^{-2}/L^2}{L/L} = ML^{-1}T^{-2}.$$
Posons $c = Y^\alpha \rho^\beta$.
$$\begin{aligned}\dim c &= \left(ML^{-1}T^{-2}\right)^\alpha \left(ML^{-3}\right)^\beta \\ LT^{-1} &= M^{\alpha+\beta} L^{-\alpha-3\beta} T^{-2\alpha}\end{aligned}$$
d'où les équations
$$\begin{cases}\alpha+\beta=0\\ -\alpha-3\beta=1\\ -2\alpha=-1\end{cases} \iff \begin{cases}\alpha=-\beta=\frac{1}{2}\\ \alpha=\frac{1}{2}\end{cases} \iff \begin{cases}\alpha=\frac{1}{2}\\ \beta=-\frac{1}{2}\end{cases}$$
donc
$$\boxed{c = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}}$$
à un facteur numérique près.

10. (2 points) $R = \frac{PV}{nT}$ et $\dim P = \frac{\text{force}}{\text{surface}} = \frac{MLT^{-2}}{L^2} = ML^{-1}T^{-2}$. Ainsi
$$\dim R = \frac{ML^{-1}T^{-2}\times L^3}{N\times\theta} \qquad \text{donc} \qquad \boxed{\dim R = ML^2T^{-2}N^{-1}\theta^{-1}.}$$

11. (2 points) Dans le système SI, R s'exprime en $\mathrm{J\cdot mol^{-1}\cdot K^{-1}}$. Comme ML^2T^{-2} est la dimension d'une énergie, c'est bien cohérent avec le résultat précédent.

12. (2 points) L'exponentielle étant sans dimension, il faut que

$$\boxed{\dim P_0 = \dim P = ML^{-1}T^{-2}.}$$

C'est une pression qui s'exprime en Pascal (Pa) ou en bar (bar) généralement.

13. (3 points) L'argument de l'exponentielle doit être sans dimension d'où

$$\dim\left(\frac{Mgz}{RT}\right) = 1 \qquad \text{soit} \qquad \dim M = \dim\left(\frac{RT}{gz}\right) = \frac{ML\cancel{^2}T^{-2}N^{-1}\cancel{\theta^{-1}}\cancel{\theta}}{\cancel{L}T^{-2}\cancel{L}}$$

donc

$$\boxed{\dim M = MN^{-1}.}$$

M s'exprime généralement en g·mol^{-1} : il s'agit de la masse molaire.

III. Fibre optique (30 points)

14. (2 points) Le rayon reste confiné si il y a réflexion totale à l'interface coeur / gaine. C'est possible si

$$n_1 < n \qquad \text{et} \qquad \text{si} \qquad \sin i \geq \frac{n_1}{n}.$$

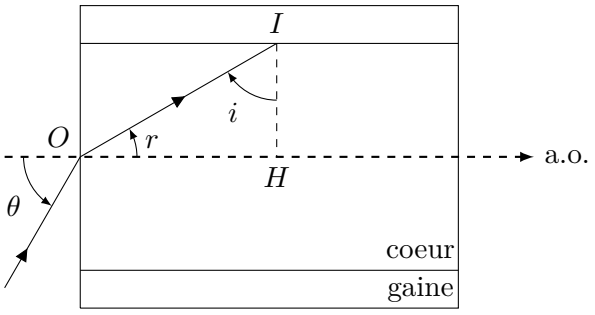
Soit finalement

$$\boxed{i \geq \arcsin\left(\frac{n_1}{n}\right) \overset{def}{=} i_\ell.}$$

15. (1 point) Cette condition est suffisante car elle ne peut s'écrire que si $n_1 < n$. Dans le cas contraire, il n'y a pas de réflexion totale.

16. (7 points) Dans le triangle OHI

$$\begin{aligned} r + i + \frac{\pi}{2} &= \pi \\ \text{soit} \qquad i &= \frac{\pi}{2} - r \\ \text{d'où} \qquad \sin i &= \sin\left(\frac{\pi}{2} - r\right) \\ &= \cos r \\ &= \sqrt{1 - \sin^2 r}. \end{aligned}$$



Or d'après la troisième loi de Snell-Descartes appliquée en O

$$n_{air}\sin\theta = n\sin r \qquad \text{soit} \qquad \sin r = \frac{\sin\theta}{n} \qquad \text{donc} \qquad \sin i = \sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta}{n^2}}.$$

D'après la condition de réflexion totale

$$\begin{aligned} \sqrt{1 - \frac{\sin^2\theta}{n^2}} &\geq \frac{n_1}{n} \\ 1 - \left(\frac{n_1}{n}\right)^2 &\geq \frac{\sin^2\theta}{n^2} \\ \sqrt{n^2 - n_1^2} &\geq \sin\theta \end{aligned}$$

$$\boxed{\theta_\ell \overset{def}{=} \arcsin\left(\sqrt{n^2 - n_1^2}\right) \geq \theta} \qquad \text{soit} \qquad \boxed{\sin\theta_\ell = \sqrt{n^2 - n_1^2}}.$$

On en déduit

$$\boxed{ON = \sin\theta_\ell = \sqrt{n^2 - n_1^2}.}$$

17. (2 points) $n = 1{,}50$ et $\frac{\Delta n}{n} = \frac{n-n_1}{n} = 0{,}1$ d'où

$$n_1 = n\,(1-0{,}1) = 0{,}9n \overset{AN}{=} 0{,}9 \times 1{,}50 = 1{,}35.$$

On en déduit

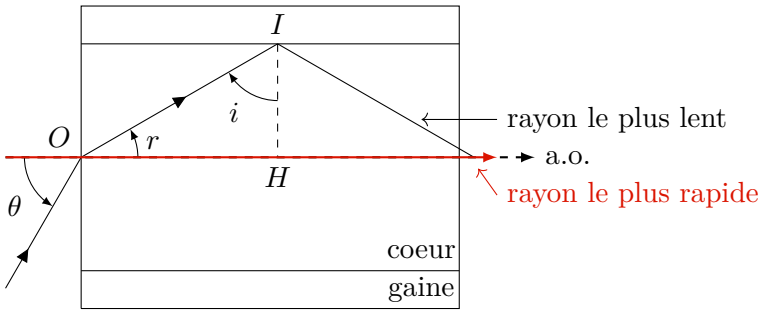
$$ON \overset{AN}{=} \sqrt{1{,}5^2 - 1{,}35^2} \approx \sqrt{2{,}25 - 1{,}82} \approx \sqrt{0{,}43}.$$

À l'aide du graphe donné, on obtient

$$\boxed{ON = 0{,}2.}$$

18. (8 points) Pour $\theta = 0°$ (incidence normale), la lumière parcourt la fibre en ligne droite : c'est le trajet minimal. Le trajet maximal correspond au rayon tel que $\theta = \theta_\ell$ car c'est celui qui se réfléchira le plus grand nombre de fois à l'interface coeur / gaine.
Notons t_{min} le temps de parcours minimal dans la fibre. Notons t_{max} le temps de parcours maximal dans la fibre.
On a $t_{min} = \frac{L}{v}$ avec v la vitesse de propagation de la lumière dans la fibre : $v = \frac{c}{n}$. On obtient donc

$$\boxed{t_{min} = \frac{nL}{c}.}$$



Par ailleurs, $t_{max} = \frac{\ell_{max}}{v} = \frac{n\ell_{max}}{c}$ où ℓ_{max} est la longueur du plus long trajet.
Lors de la première réflexion, le rayon parcourt la distance

$$\ell_1 = OI = \frac{OH}{\sin i_\ell} \quad \text{or} \quad \sin i_\ell = \frac{n_1}{n} \quad \text{donc} \quad \ell_1 = \frac{nOH}{n_1}.$$

En répétant le calcul pour chaque réflexion, il vient

$$\ell_{max} = \frac{nL}{n_1} > L \quad \text{car} \quad n_1 < n$$

$$\text{donc} \quad \boxed{t_{max} = \frac{n^2 L}{n_1 c}} > t_{min}.$$

Ainsi,

$$\begin{aligned}\delta t &= t_{max} - t_{min} \\ &= \frac{n^2 L}{n_1 c} - \frac{nL}{c} \\ \boxed{\delta t &= \frac{nL}{c}\left(\frac{n}{n_1} - 1\right).}\end{aligned}$$

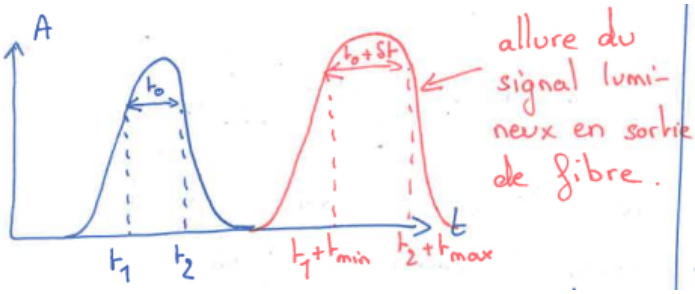
19. (2 points) On a $2\Delta = 1 - \left(\frac{n_1}{n}\right)^2$ soit $\frac{n_1}{n} = \sqrt{1-2\Delta}$. Or

$$\begin{aligned}\delta t &= \frac{nL}{c}\left(\frac{1}{\sqrt{1-2\Delta}} - 1\right) \\ &\approx \frac{nL}{c}\left(\cancel{1} + \Delta + \cancel{1}\right) \quad \text{car} \quad \frac{1}{\sqrt{1-2\Delta}} \approx 1 + \Delta \quad \text{d'après l'énoncé.}\end{aligned}$$

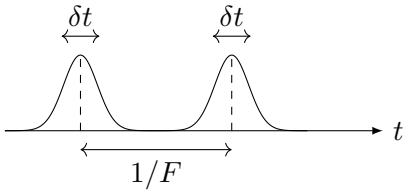
Finalement,

$$\boxed{\delta t = \frac{nL\Delta}{c}.}$$

20. (4 points) Si on envoie en entrée de la fibre une impulsion telle que $t_0 = 0$, on aura en sortie, une impulsion de largeur $t_0 + \delta t$ en raison des retards de propagation des deux rayons extrêmes. Aussi, on aura ici en sortie une impulsion de largeur $t_0 + \delta t$.



21. (2 points) Supposons que $t_0 \gg \delta t$. Envoyons deux impulsions en entrée à la fréquence F. Il faut pouvoir les séparer en sortie de fibre. En sortie, nous avons



Pour distinguer les deux impulsions, il faut $\frac{1}{F} > 2\delta t$ donc

$$\boxed{F < \frac{1}{2\delta t}.}$$

22. (2 points) Déterminons L_{max} :

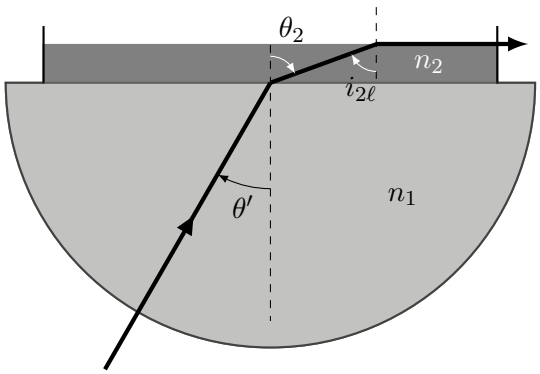
$$\begin{aligned} F &\leq \frac{1}{2\delta t} \\ &\leq \frac{1}{2nL\Delta} \times c \\ L &\leq \frac{c}{2n\Delta F} \equiv L_{max}. \end{aligned}$$

On peut alors en déduire

$$B = L_{max} \times F \qquad \text{soit} \qquad \boxed{B = \frac{c}{2n\Delta}.}$$

IV. Détermination d'un indice (10 points)

23. Deux cas sont à distinguer :
- Cas $n_1 < n_2$ et $n_2 > 1$: Comme $n_1 < n_2$, il n'y a pas de réflexion totale à l'interface 1/2. On a d'après la troisième loi de Snell-Descartes



$$n_1 \sin\theta = n_2 \sin\theta_2.$$

De plus, comme $n_2 > n_{air} = 1$, il y a réflexion totale à l'interface 2/air si

$$i_2 \geq \arcsin\left(\frac{1}{n_2}\right) \equiv i_{2\ell}.$$

Or on a $i_2 = \theta_2$.
Plaçons-nous dans le cas limite où il y a réflexion totale à l'interface 2/air :

$$\theta_2 = i_{2\ell} = \arcsin\left(\frac{1}{n_2}\right).$$

Or $\arcsin\theta' = \frac{n_2}{n_1}\sin\theta_2$ avec θ' l'angle pour lequel il y a réflexion totale à l'interface 2/air. Ainsi,

$$\sin\theta' = \frac{n_2}{n_1}\sin\left(\arcsin\left(\frac{1}{n_2}\right)\right) = \frac{1}{n_1}.$$

Finalement

$$\boxed{n_1 = \frac{1}{\sin\theta'}.}$$

- Cas $n_1 > n_2 > 1$: Si $\theta \geq \theta_{lim} = \arcsin\left(\frac{n_2}{n_1}\right)$ alors il y a réflexion totale à l'interface 1/2. Sinon il y aura un rayon réfracté et $n_1 \sin\theta = n_2 \sin\theta_2$. À l'interface 2/air, il y aura réflexion totale si

$$i_2 = \theta_2 = \arcsin\left(\frac{1}{n_2}\right) \equiv i_{2\ell}.$$

Plaçons-nous dans ce cas limite où il y a reflexion totale à l'interface 2/air :

$$\begin{aligned} \sin\theta' &= \frac{n_2}{n_1}\sin\theta_2 \\ &= \frac{n_2}{n_1}\sin\arcsin\frac{1}{n_2} \\ \sin\theta' &= \frac{1}{n_1} \end{aligned}$$

à nouveau $\boxed{n_1 = \dfrac{1}{\sin\theta'}}$

Dans les deux cas, il existe un angle θ' pour lequel il y a réflexion totale à l'interface 2 / air. La mesure de cet angle θ' permet de déterminer l'indice n_1 par la relation

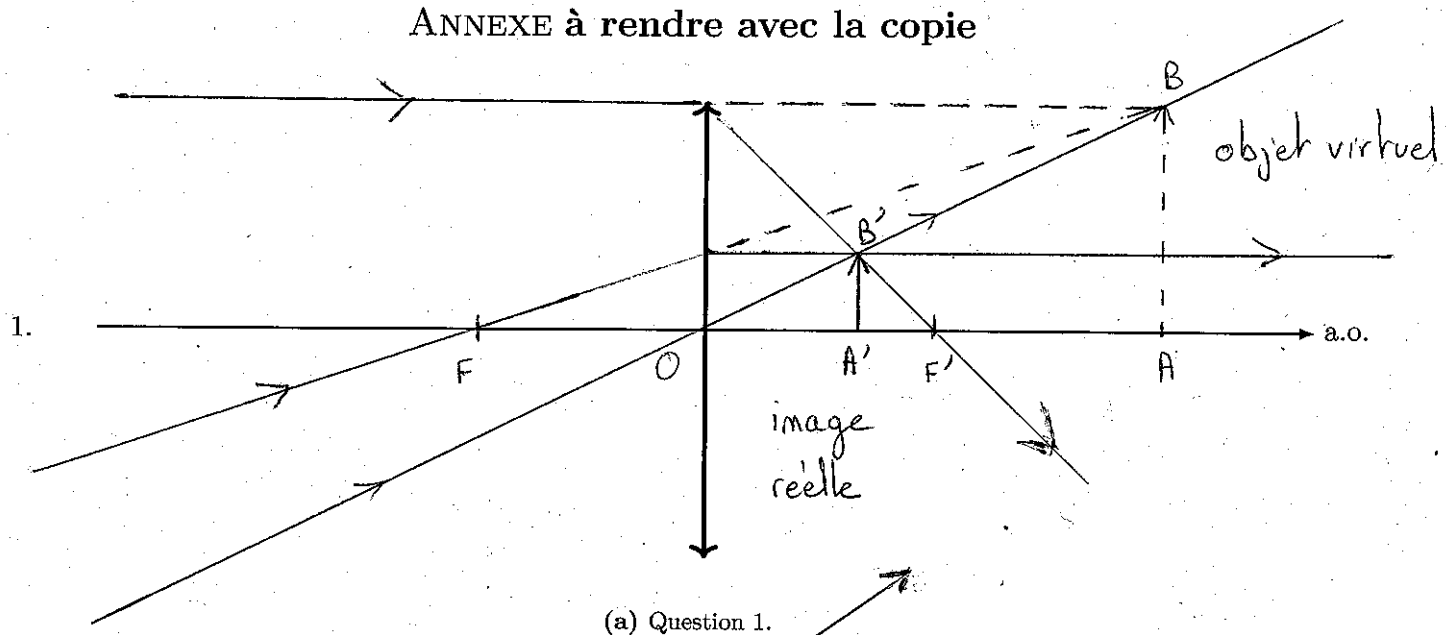
$$\boxed{n_1 = \frac{1}{\sin\theta'}.}$$

24. (Bonus) L'Olympique lyonnais féminin.

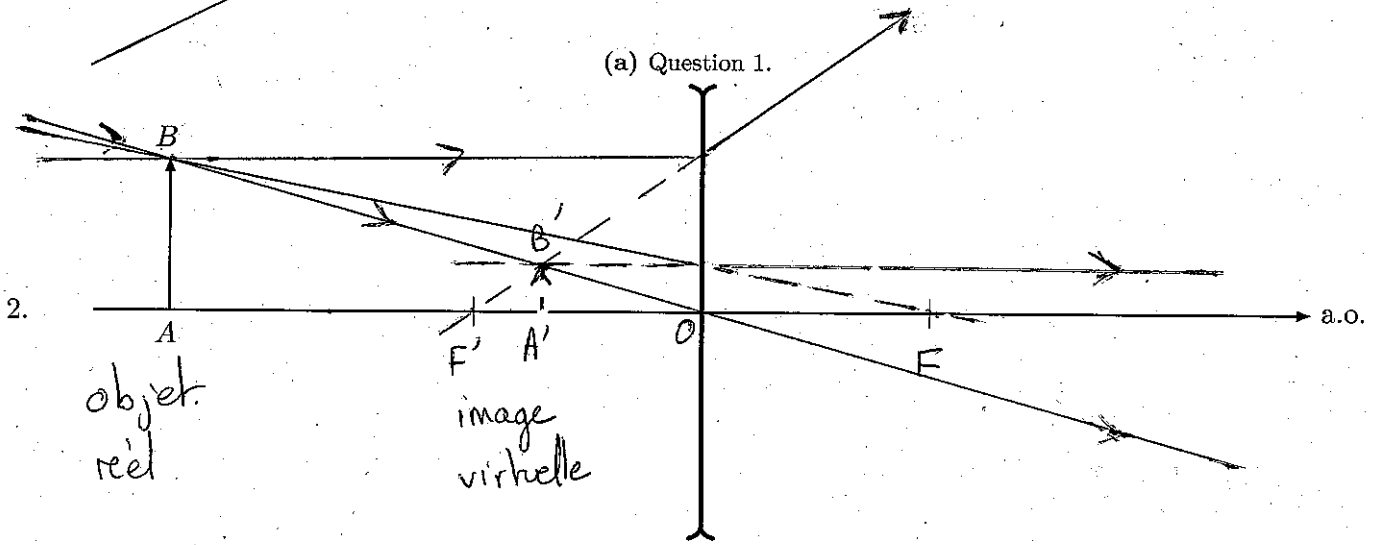
FIN

Nom :

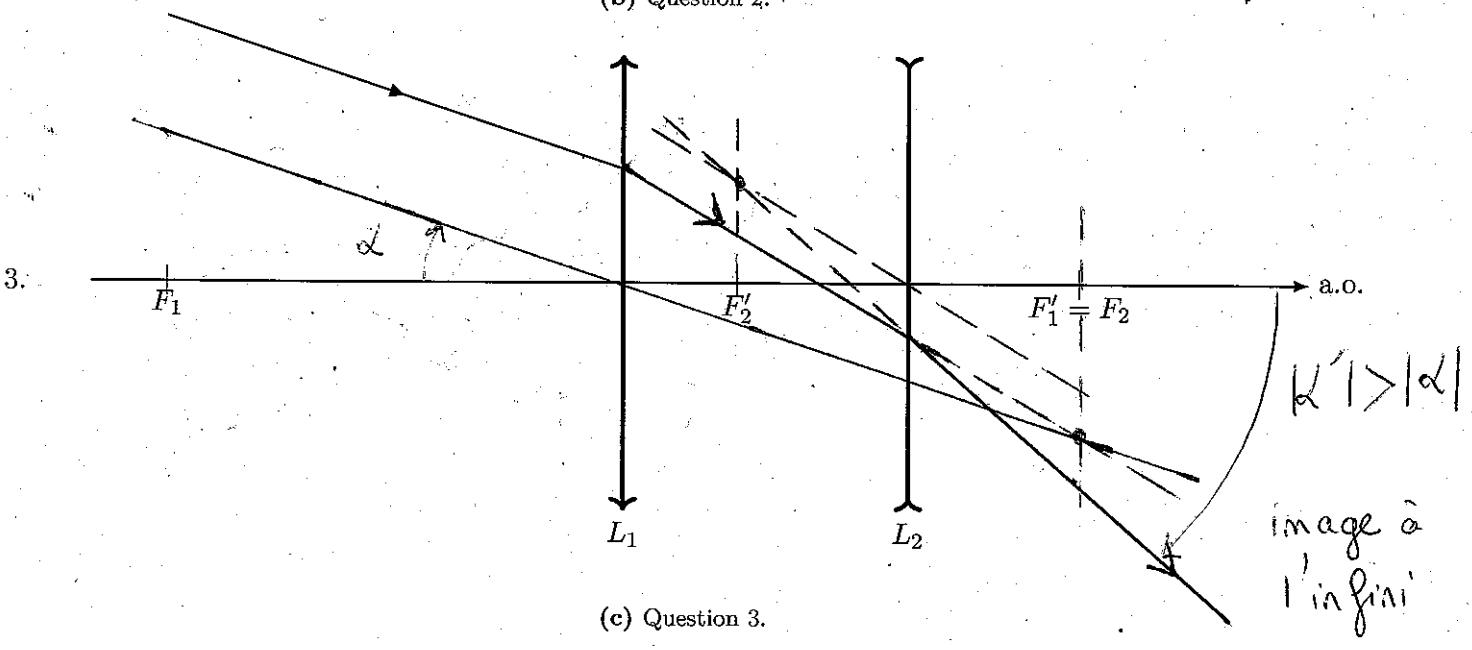
ANNEXE à rendre avec la copie



(a) Question 1.



(b) Question 2.



(c) Question 3.

Fig. 4 Exercice I.