Nom : Lundi 2 novembre - 2h

Devoir surveillé de physique n°3

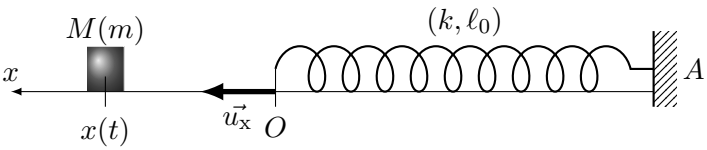
Consignes :

- L'emploi de la calculatrice scientifique est interdit.
- La plus grande importance sera donnée à la qualité de la rédaction (claire et concise) et à la présentation des résultats obtenus. Les pages doivent être numérotées (1/10, 2/10... etc) et les résultats encadrés.
- Tout résultat fourni sans justification et toute application numérique sans unité seront sans valeur.
- Tout résultat fourni dans l'énoncé peut être admis et utilisé par la suite, même s'il n'a pas été démontré par les candidat(e)s.

Si vous repérez ce qui vous semble être une erreur, indiquez-le sur votre copie ainsi que les mesures que vous avez prises pour poursuivre.

I. Masse percutant un ressort (*Durée conseillée* : 1h)

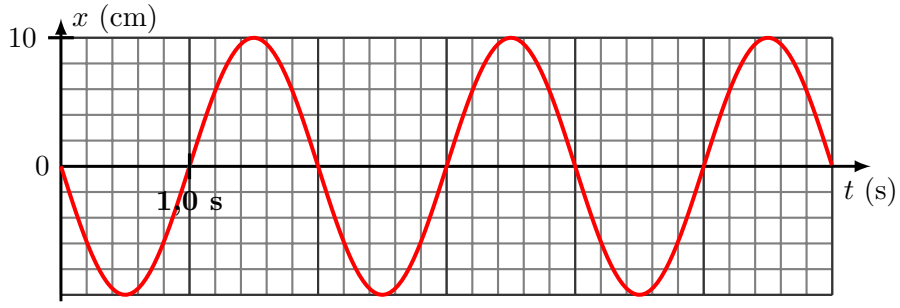
Un ressort de longueur à vide $\ell_0 = 30\,\text{cm}$ et de constante de raideur k est fixé en A à une paroi (voir figure ci-contre).
Initialement, le ressort est horizontal et à l'équilibre et l'*extrémité libre du ressort est initialement en* O.



Un point M de masse $m = 200\,\text{g}$, **glisse sans frottement** sur l'axe horizontal (Ox). Ce point M percute l'extrémité libre du ressort à l'instant $t = 0$ et M reste accroché à cette extrémité pour $t > 0$.
À $t = 0$, *le point* M *percute le ressort à la vitesse* $\overrightarrow{v_0} = -v_0\vec{u_x}$, avec $v_0 > 0$.

1. Quelle est la longueur prise initialement par le ressort, *avant* que la masse m s'y accroche ?
2. (a) *Une fois la masse accrochée au ressort*, quelle est l'expression de la force $\overrightarrow{f_{\text{él}}}$ exercée par le ressort sur la masse ? On l'exprimera en fonction de la constante de raideur k, de la longueur instantanée ℓ, de la longueur à vide ℓ_0 et d'un vecteur unitaire bien choisi.
   (b) Représenter cette force sur deux schémas distincts : l'un lorsque M (accroché au ressort) est entre O et A, et un autre lorsque M (accroché au ressort) se situe au-delà de O. *On sera vigilant au sens de la force sur le schéma compte tenu de la nature comprimée ou allongée du ressort.*
3. Compte-tenu de l'origine de l'axe (Ox) donnée par le schéma, exprimer $\overrightarrow{f_{\text{él}}}$ en fonction de k, x et de $\vec{u_x}$.
4. Établir l'équation différentielle du mouvement de la masse pour $t \geq 0$.
5. (a) Écrire l'équation différentielle précédente sous la forme canonique suivante :
$$\ddot{x} + \omega_0^2\, x = 0.$$
   (b) Comment se nomme un système régi par une telle équation différentielle ?
   (c) Exprimer ω_0 en fonction de k et m. Comment se nomme cette grandeur ? En donner l'unité.
6. Résoudre l'équation différentielle compte tenu des données de l'énoncé.
7. Exprimer l'amplitude du mouvement en fonction des données de l'énoncé.

On trace l'évolution de l'abscisse en fonction du temps :



8. À l'aide de mesures graphiques et des données de l'énoncé, déterminer la valeur de la pulsation propre ω_0 des oscillations, de la constante de raideur k du ressort et de la vitesse v_0. Approximation : $\pi^2 \approx 10$.

L'énergie potentielle élastique d'un ressort s'écrit $E_{\text{p}}^{élastique} = \frac{1}{2}kx^2$. L'énergie mécanique d'une masse accrochée à un ressort s'écrit alors

$$E_{\text{m}} = E_{\text{c}} + E_{\text{p}}^{pesanteur} + E_{\text{p}}^{élastique}.$$

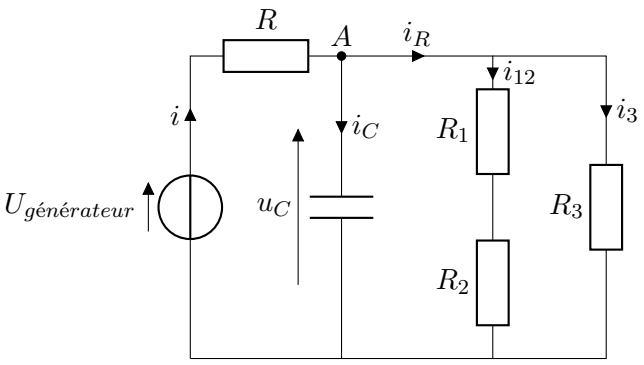
9. Exprimer, à t quelconque, l'énergie cinétique, l'énergie potentielle et l'énergie mécanique en fonction de v_0, m, ω_0 et t. Commenter.
10. Représenter l'allure de l'évolution temporelle de ces trois énergies en respectant les conditions initiales. L'échelle de 1 s devra apparaître sur le graphe.

II. Circuit RC (*Durée conseillée* : 1h)

On considère le circuit ci-contre. À $t = 0$, on allume le générateur de sorte que

$$U_{générateur} = \begin{cases} 0 & \forall t < 0, \\ E & \forall t \geq 0. \end{cases}$$

Le condensateur est initialement déchargé.



11. Rappeler la définition de l'ARQS.
12. Schématiser une résistance R en convention générateur et définir la loi d'Ohm associée. Donner la signification du produit $U \times I$.
13. Déterminer les expressions de i_{12} et i_3 en fonction de i_R, R_1, R_2 et R_3.
14. Montrer que les résistances R_1, R_2 et R_3 sont équivalentes à une résistance R_{eq} dont on déterminera l'expression.

Par la suite, on considèrera le circuit équivalent avec R_{eq} et l'on donnera les résultats en fonction de R, C, E et R_{eq} uniquement.

15. Déterminer sans calcul les expressions de i, i_R, i_C et u_C en régime permanent.
16. Établir l'équation différentielle vérifiée par u_C.
17. Introduire une durée τ de sorte à écrire l'équation différentielle sous forme canonique

$$\frac{\text{d}u_C}{\text{d}t} + \frac{u_C}{\tau} = \frac{A}{\tau} \qquad \text{avec} \qquad A \text{ une constante à déterminer.}$$

18. Déterminer la valeur de $u_C(t = 0)$.
19. Résoudre totalement l'équation différentielle.
20. En déduire les expressions de $i_C(t)$ et de $q(t)$.
21. Tracer les évolutions de $u_C(t)$ et de $i_C(t)$ en indiquant les valeurs particulières.
22. Établir le bilan de puissance, puis interpréter chaque terme.

23. (Bonus) Qui a été (ou sera très certainement) sacré champion du monde de Formule 1 cette année ?