

Ce qu'il faut connaître

- Quel est l'ordre de grandeur de la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide (ou vitesse de la lumière) ? Et celle des ondes sonores dans l'air ?
- Sous quelle forme peut s'écrire une onde progressive unidimensionnelle pour une propagation vers les x croissants ? Et vers les x décroissants ?
- Quelle est la forme générale de l'expression d'une onde progressive sinusoïdale unidimensionnelle se propageant selon les x croissants ?
- Comment sont nommés chacun des paramètres qui interviennent dans cette expression ?
- Quelle est la relation entre la pulsation, la norme du vecteur d'onde, et la célérité de cette onde ?
- Double périodicité des ondes progressives sinusoïdales : Quelle est la relation entre la période temporelle T et la pulsation de l'onde ?
- Et celle entre la période spatiale λ et la norme du vecteur d'onde k ?
- Quelle est alors la relation entre λ , T et c ?
- Que signifie "milieu non dispersif" ? Donner des exemples de milieux non dispersifs.

Ce qu'il faut savoir faire

- Pour une onde progressive unidimensionnelle, prévoir l'évolution à t fixé ou à x fixé.
- Pour une onde progressive sinusoïdale unidimensionnelle, utiliser la relation entre λ et T (ou f) .
- Exploiter un déphasage dû à la propagation.

Exercice - Exploiter un déphasage dû à la propagation

Considérons une onde progressive harmonique produite par un haut parleur et se propageant dans le sens des x croissants. Sa forme est du type

$$s(x, t) = S_0 \cos(\omega t - kx + \varphi).$$

Deux microphones sont placés à deux positions $x_1 = 0$ fixe, et $x_2 > 0$ fixe mais pouvant être déplacé, et enregistrent les signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$.

1 - Donner l'expression des signaux $s_1(t)$ et $s_2(t)$ enregistrés par chaque micro.

2 - Donner les expressions de leur phase à l'origine. En déduire le déphasage $\Delta\varphi_{12}$ de 2 par rapport à 1. L'exprimer en fonction de λ .

3 - Établir une condition sur x_2 et λ pour que les signaux soient en phase. Même question pour l'opposition de phase.

4 - On donne ci-dessous des relevés de l'enregistrement de $s_1(t)$ (en noir, courbe la plus à gauche) et de $s_2(t)$.

La figure b correspond à x_2 proche de 0 . La figure c à $x_2 = 6,7$ cm, la d à $x_2 = 21$ cm et la e à $x_2 = 42$ cm. Déduire de ceci la valeur de la longueur d'onde λ .

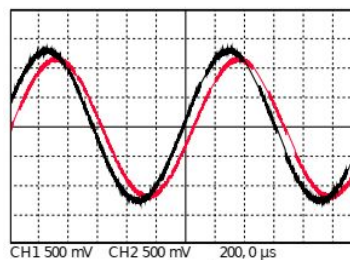


Figure b

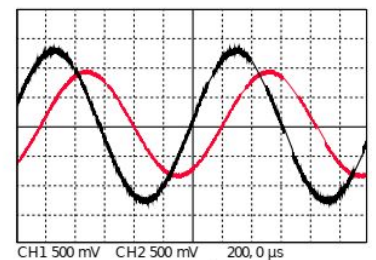


Figure c

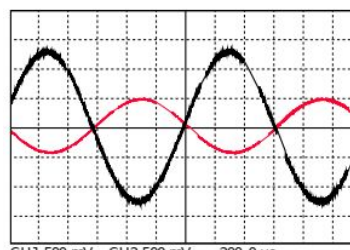


Figure d

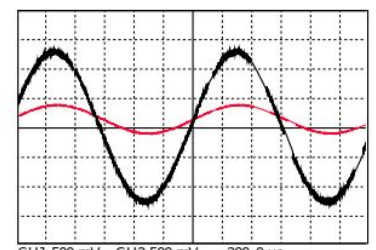


Figure e

I. Ondes et signal

Onde

Une onde est la propagation d'une modification des propriétés physiques d'un milieu matériel ou immatériel engendrée par une action locale. Cette propagation s'effectue à vitesse finie déterminée par les caractéristiques du milieu.

On peut citer les ondes mécaniques (vagues, son, ondes sismiques...), les ondes électromagnétiques : (radio, lumière, UV...),...

Signal

Un signal physique correspond à la perturbation portée par l'onde en un point donné de l'espace.

Le signal est ce qui est lu par le récepteur, placé en un point donné de l'espace.

II. Description d'une onde progressive dans le cas unidimensionnel

1. Définitions

Onde progressive

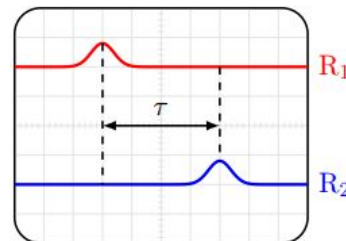
Une onde progressive est une perturbation qui se propage sans transport de matière dans un milieu en restant identique à elle-même.

Elle se retrouve à l'identique un peu plus loin un peu plus tard.

Célérité

On définit la célérité c d'une onde comme sa vitesse de propagation. Elle s'exprime en m/s.

La célérité correspond à la distance L entre un récepteur et un émetteur divisée par le temps nécessaire à l'onde pour parcourir cette distance τ , soit $c = \frac{L}{\tau}$.



2. Expression mathématique

Une onde progressive unidimensionnelle s'écrit sous la forme

- $h(x - ct)$ si l'onde se propage vers les x croissants ;
- $g(x + ct)$ si l'onde se propage vers les x décroissants .

La grandeur $\pm x/c$ représente le retard de l'onde dû à la propagation.

3. Représentation temporelle et changement de représentation

Dans une représentation temporelle, on regarde à un endroit fixé la perturbation sur toute sa durée.

Un film est une représentation spatio-temporelle, l'évolution d'un pixel est une représentation temporelle et une image du film est une représentation spatiale.

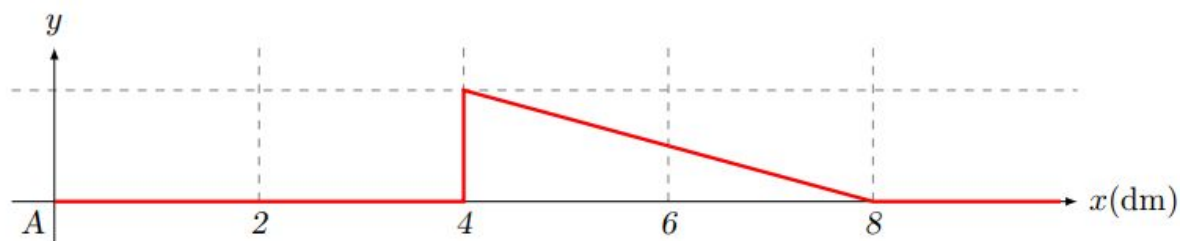
Passage d'une représentation à une autre

Prenons une onde qui se déplace vers les x croissants. Par définition, elle est donnée par une fonction $f(x - ct)$. Ainsi, mathématiquement, on peut faire deux remarques :

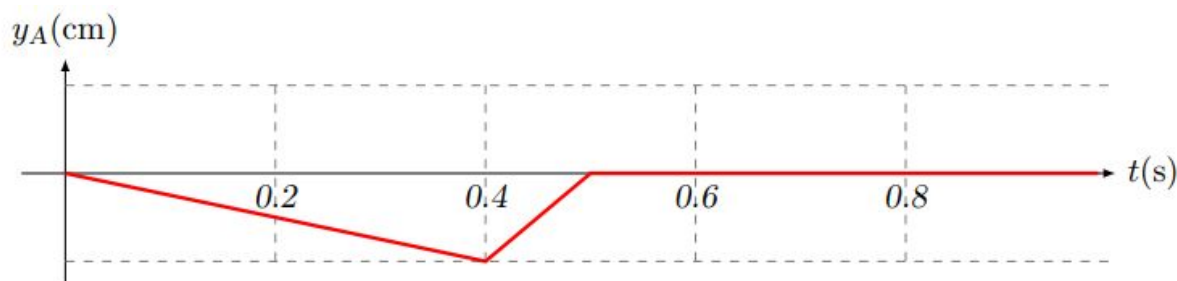
- le signe négatif devant le temps implique une symétrie par rapport à un axe vertical entre les deux représentations ;
- le facteur multiplicatif c devant le temps implique une homothétie entre les deux représentations.

Autrement dit, les deux représentations semblent « inversées » et elles n'ont pas le même « étalement ».

Application : Une onde progressive se propage le long d'une corde à la célérité $c = 100 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ vers les x croissants. À $t = 0$, le signal créé au point A débute. En utilisant la figure, déterminer l'instant correspondant à l'image et la durée de la perturbation. Tracer ensuite $y_A(t)$ puis représenter la corde à $t = 1 \text{ s}$.



Application : Une onde progressive se propage le long d'une corde à la célérité $c = 10 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1}$ vers les x croissants. En $x = 0$ (point A de la corde), on crée le signal représenté sur le schéma. Déterminer la durée et la longueur de la perturbation. Tracer ensuite $y(x)$ à $t = 1 \text{ s}$ puis tracer $y_M(t)$ avec $AM = 3 \text{ cm}$.



III. L'onde progressive sinusoïdale

1. Le signal sinusoïdal

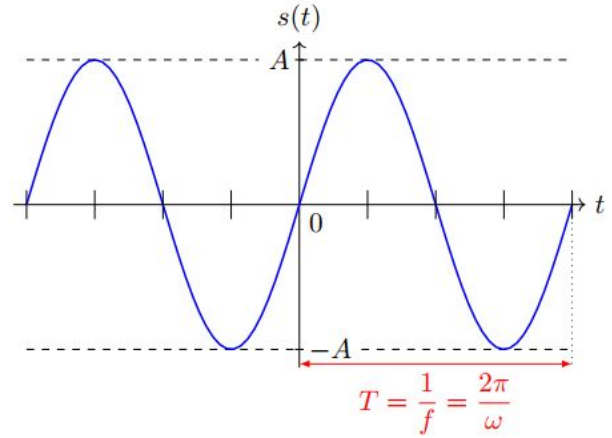
La durée entre deux phénomènes identiques consécutifs est la période T , son unité est la seconde. Le nombre de périodes par seconde est la fréquence f , son unité est le hertz (Hz). La période et la fréquence sont liées par

$$f = \frac{1}{T}$$

On définit la pulsation ω par

$$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T}$$

La pulsation s'exprime en radian par secondes (rad/s).



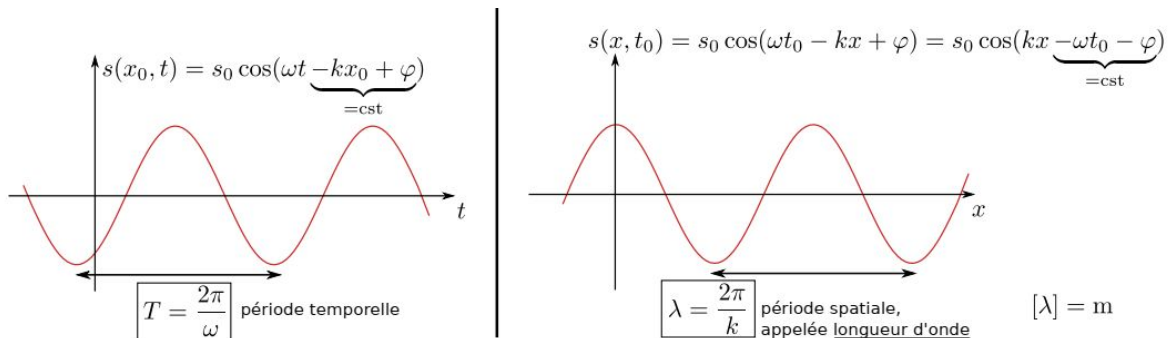
2. Périodicités spatiale et temporelle

Une onde sinusoïdale qui se propage est appelée onde progressive sinusoïdale. Mathématiquement, on écrit le signal au point M

$$s(t, M) = A \sin(\omega t - kx + \phi_0) = A \sin\left(2\pi f t - 2\pi \frac{x}{\lambda} + \phi_0\right)$$

où l'on note

- A l'amplitude de l'onde ;
- f sa fréquence (en hertz), et $\omega = 2\pi f$ sa pulsation ;
- λ sa longueur d'onde (en mètres), et $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ son nombre d'onde ;
- $x = SM$ la distance entre le point de mesure et la source ; ϕ_0 sa phase à l'origine.
- La grandeur $\Phi(t, x) = \omega t - kx + \phi_0$ est la phase de l'onde.



Une onde progressive sinusoïdale présente donc une double périodicité, l'une dans sa représentation spatiale et l'autre dans sa représentation temporelle. La longueur d'onde λ est l'équivalent spatial de la période T .

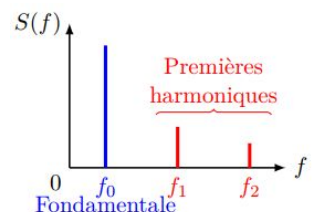
3. Spectre d'un signal

Théorème de Fourier

Tout signal physique périodique peut s'écrire comme une somme de signaux sinusoïdaux.

Spectre - fondamental - harmoniques

Pour un signal physique donné, l'ensemble des composantes sinusoïdales d'un signal ainsi que leur amplitude constituent son spectre en fréquence. On le représente généralement graphiquement. Pour un signal périodique, la première fréquence s'appelle la fréquence fondamentale et les suivantes sont les harmoniques. Les fréquences des harmoniques sont des multiples de la fréquence fondamentale.



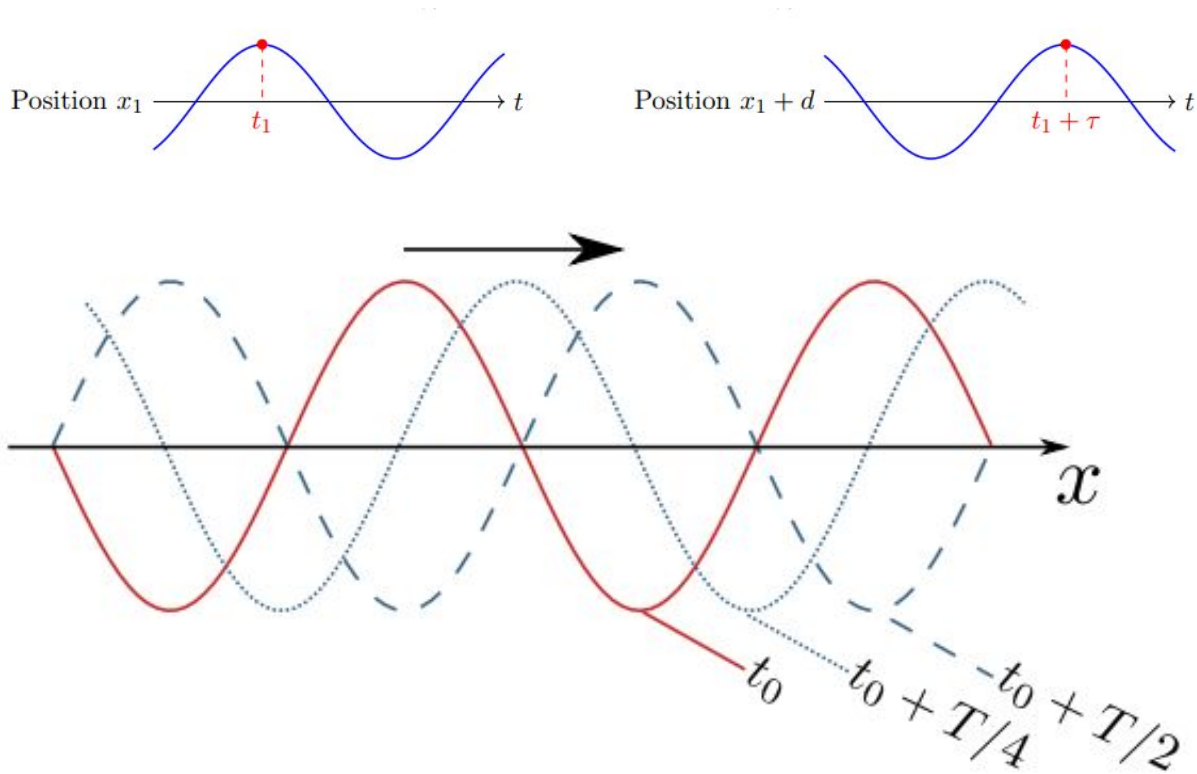
4. Vitesse de phase et milieux dispersifs

Considérons la phase $\Phi(t_1, x_1)$ de l'onde à un instant t_1 et à la position $x_1 = SM_1$. Supposons, pour se fixer les idées, que cette phase est maximale. L'onde se propage ensuite d'une distance d pendant le temps τ . Dans ce cas, il vient

$$\Phi(t_1 + \tau, x_1 + L) = \Phi(t_1, x_1).$$

On peut alors utiliser la définition de la phase donnée précédemment et donc

$$2\pi f t_1 - 2\pi \frac{x_1}{\lambda} + \phi_0 = 2\pi f (t_1 + \tau) - 2\pi \frac{x_1 + d}{\lambda} + \phi_0.$$



On montre alors que $\frac{d}{\tau} = \lambda f$. Propriété. La vitesse de phase v_ϕ d’une onde progressive sinusoïdale est reliée à la fréquence et à la longueur d’onde par la relation

$$v_\phi = \lambda f.$$

Lien longueur d’onde - période

La longueur d’onde est la distance parcourue par l’onde pendant une période.

Milieu dispersif

Un milieu est dit dispersif si la vitesse de phase v_ϕ dépend de la fréquence ou de la longueur d’onde.

Si le milieu est dispersif, les différentes composantes spectrales d’un signal ne vont pas à la même vitesse et donc le signal peut se déformer lors de la propagation.