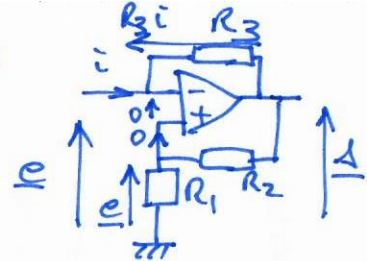


Ex 1

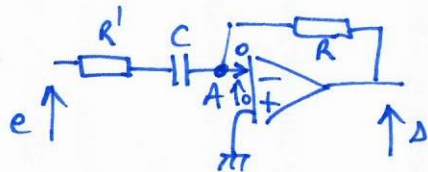


• Div Tension: $\underline{e} = \frac{R_1}{R_1 + R_2} \underline{\Delta}$
 (Ne marche que
 parce que $i_+ = 0!$)
 $\Rightarrow \underline{\Delta} = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \underline{e}$

• loi des mailles: $\underline{e} = R_3 \underline{i} + \underline{\Delta} = R_3 \underline{i} + \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) \underline{e}$
 $\Leftrightarrow -\frac{R_2}{R_1} \underline{e} = R_3 \underline{i}$

d'où $Z_e \stackrel{\text{def}}{=} \frac{\underline{e}}{\underline{i}} = -\frac{R_1 R_3}{R_2}$

Ex 2

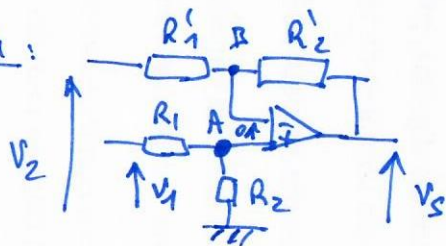


Loi des nœuds en potentiels en A (LNP): $\frac{e-0}{R'+Z_c} + \frac{\Delta-0}{R} = 0$

$\Rightarrow \frac{\Delta}{e} = -\frac{R}{R'+Z_c} = -\frac{R/Z_c}{R'/Z_c + 1} = -\frac{jRC\omega}{1+jR'\omega} = \frac{H_0 jx}{1+jx}$

avec $H_0 = -\frac{R}{R'}$, $x = \frac{\omega}{\omega_0}$, $\omega_0 = \frac{1}{R'C}$ (pour avoir 1^{er} ordre)

Ex 4:



• Div Tension en A:
 $V_A = V_+ = V_- = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_1$

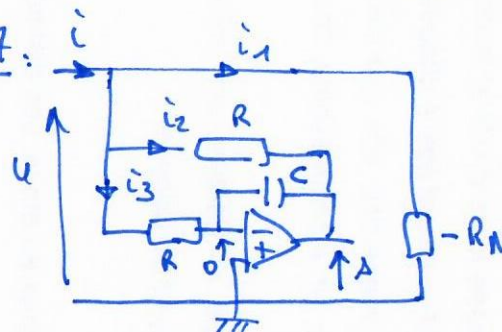
• LNP en B:
 $\frac{V_2 - V_A}{R'_1} + \frac{V_A - V_A}{R'_2} = 0$

$\Leftrightarrow \frac{V_S}{R'_2} = V_A \left(\frac{1}{R'_1} + \frac{1}{R'_2}\right) - \frac{V_2}{R'_1} = \dots$

Ex 5

Idem. DT: $V_+ = \frac{e_2 Z_c}{R + Z_c}$
 LNP: $\frac{S - V_+}{Z_c} + \frac{e_1 - V_+}{R} = 0$
 $\Leftrightarrow \frac{\Delta}{Z_c} + \frac{e_1}{R} - e_2 \frac{Z_c}{R + Z_c} \left(\frac{1}{Z_c} + \frac{1}{R}\right) = 0$
 $\frac{Z_c}{R + Z_c} \left(\frac{R + Z_c}{Z_c R}\right) \dots$

Ex 7:



Il faut calculer
 i_1, i_2, i_3

• $i_1 = -\frac{u}{R_N}$

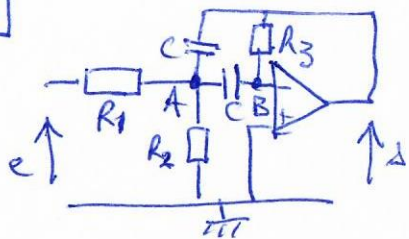
• $i_3 = \frac{u}{R}$

• $i_2 = \frac{u - \Delta}{R} \Rightarrow$ il faut calculer $\Delta = -Z_c i_3$

$\Rightarrow i_2 = \frac{u}{R} + \frac{Z_c}{R^2} u$

$\Rightarrow \bar{i} = u \left(\frac{2}{R} - \frac{1}{R_N} + \frac{1}{jR^2 \omega} \right) \dots$

Ex 3



• Nœud en B

$$0 = V_B \Rightarrow \frac{V_A}{Z_C} + \frac{A}{R_3} = 0 \Rightarrow V_A = -\frac{A Z_C}{R_3}$$

• Nœud en A :

$$V_A = \frac{e/R_1 + 0 + s/Z_C}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{2}{Z_C}} = -s \frac{Z_C}{R_3}$$

$$\Rightarrow \frac{e}{R_1} + \frac{s}{Z_C} = -s \frac{Z_C}{R_3} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{2}{Z_C} \right)$$

$$\Rightarrow e = -s \left(\frac{R_1}{Z_C} + \frac{Z_C}{R_3} \left(1 + \frac{R_1}{R_2} + \frac{2R_1}{Z_C} \right) \right)$$

$$\Rightarrow H = \frac{-1}{Z_C \left(\frac{1}{R_3} + \frac{R_1}{R_2 R_3} \right) + \frac{2R_1}{R_3} + \frac{R_1}{Z_C}}$$

$$= \frac{-1}{\frac{2R_1}{R_3} + j \left(C\omega R_1 - \frac{1}{C\omega} \left(\frac{1}{R_3} + \frac{R_1}{R_2 R_3} \right) \right)}$$

$$= \frac{H_0}{1 + jQ \left(x - \frac{1}{x} \right)}$$

avec $H_0 = -\frac{R_3}{2R_1}$, $x^2 = C^2 \omega^2 R_3 \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \Rightarrow$

et $Qx = Q\omega C \sqrt{\frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2}} = \frac{C\omega R_3}{2} \Rightarrow$

on a quasiment la même chose en utilisant la loi des nœuds en potentiel...

$$= \frac{-\frac{R_3}{2R_1}}{1 + j \left(\frac{C\omega R_3}{2} - \frac{1}{2C\omega} \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) \right)}$$

$$\omega_0 = \left(C \sqrt{\frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 + R_2}} \right)^{-1}$$

$$Q = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{(R_1 + R_2) R_3}{R_1 R_2}}$$

4 Identification d'un filtre

1) Petite résonance $\Rightarrow$ pas ordre 1
ou pente -40dB/décade en HF $\Rightarrow$ Passe bas 2^e ordre

$$H = \frac{H_0}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2}$$

2) **La résonance n'a pas lieu à ω_0 !**

Pour contre $1 - x^2 = 0$ pour $x = 1 \Rightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$ à ω_0

Graphes $\Rightarrow f_0 = 100\text{Hz} \Rightarrow \omega_0 = 628\text{rad/s}^{-1}$

• On a (course) $\omega_2 = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}}$ (mais en fréquences aussi)

$$\Rightarrow 1 - \frac{1}{2Q^2} = \frac{f_1}{f_0} \Rightarrow Q = \frac{1}{\sqrt{2(1 - \frac{f_1}{f_0})}} \approx 1,2$$

graphes 28

3) Passe bas, tension C (schéma équivalent)

b) Cours : $\left. \begin{array}{l} \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \\ Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} \end{array} \right\} \Rightarrow \omega_0 Q = \frac{1}{RC} \Rightarrow C = \frac{1}{\omega_0 Q R}$

D'où $L = \frac{1}{\omega_0^2 C} \stackrel{\text{AN}}{\approx} 2,1\text{H}$

AN: $C \approx 1,2\mu\text{F}$

Rq: on peut aussi trouver ω_0 par intersection des asymptotes en gain

• trouver Q par le gain à ω_0 : $|H(\omega_0)| = \frac{H_0}{\sqrt{2}} = H_0 Q$

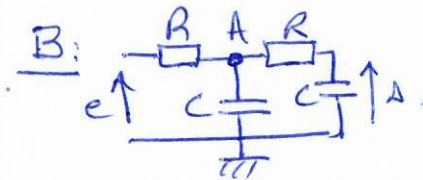
$$\Rightarrow G_{\text{dB}}(\omega_0) = 20 \log H_0 + 20 \log Q$$

5 A: div-tension $\frac{\Delta}{e} = \frac{Z_{\parallel}}{R + Z_{\parallel}} = \frac{1}{1 + \frac{R}{Z_{\parallel}}} = \frac{1}{1 + R(j\omega C + \frac{1}{jL\omega})}$

A mettre sous la forme $\frac{H_0}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})} \Rightarrow H_0 = 1$

puis $x^2 = LC\omega^2$ par identification $\Rightarrow x = \sqrt{LC}\omega$,

enfin $RC\omega = Qx = Q\sqrt{LC}\omega \Rightarrow Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$
ou $\frac{R}{L\omega} = \frac{Q}{x} = \frac{Q}{\sqrt{LC}\omega} \Rightarrow Q = R\sqrt{\frac{C}{L}}$ (ouf!)



• Bilan en A : $V_A = \frac{e/R + \Delta/R}{2/R + j\omega C}$

• Div-tension : $\Delta = \frac{Z_C V_A}{Z_C + R} = \frac{V_A}{1 + jRC\omega}$

Soit $\frac{e + \Delta}{R} = (\frac{2}{R} + j\omega C)(1 + jRC\omega) \sqrt{2}$

$$\Rightarrow e + \Delta = (2 + jx)(1 + jx)\sqrt{2} \quad (x = RC\omega)$$

$$= (2 + 3jx - x^2)\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta}{e} = \frac{1}{1 + 3jx - x^2} = \frac{H_0}{1 + \frac{jx}{Q} - x^2} \quad \text{avec } \left. \begin{array}{l} H_0 = 1 \\ Q = \frac{1}{3} \end{array} \right\}$$

Résonance passe bande $H = \frac{H_0}{1 + jQ(x - \frac{1}{x})}$

• $H_{max} = H_0$ pour $x = 1 \Leftrightarrow \omega = \omega_0$ (existe toujours)

• $H = \frac{H_{max}}{\sqrt{2}}$ aux pulsations de coupure :
Dénominateur au carré

$\Rightarrow 2 = 1 + Q^2(x_c - \frac{1}{x_c})^2 \Rightarrow x_c - \frac{1}{x_c} = \pm \frac{1}{Q}$

savoir retenir
 $\Leftrightarrow x_c^2 \pm x_c - 1 = 0$: 2 équations du 2^e degré,
mais seule 2 racines positives : $x_{ci} = \pm \frac{1}{Q} \pm \sqrt{\frac{1}{Q^2} + 4}$

$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} x_{c1} = -\frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \\ x_{c2} = \frac{1}{2Q} + \sqrt{1 + \frac{1}{4Q^2}} \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta x = \frac{1}{Q} \Leftrightarrow \Delta \omega = \frac{\omega_0}{Q}$

Résonance passe bas ordre 2 $H = \frac{H_0}{1 + j\frac{x}{Q} - x^2}$

$H = \frac{H_0}{\sqrt{(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2}}} = \frac{H_0}{\sqrt{f(x)}}$

H extremal $\Leftrightarrow f$ extremal $\Rightarrow$ Deriver $(1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2} = f(x)$

$f'(x) = 2(-2x)(1-x^2) + \frac{2x}{Q^2} = 0 \Leftrightarrow 1-x^2 = \frac{1}{2Q^2} \Leftrightarrow x^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2}$

possible uniquement si $1 - \frac{1}{2Q^2} \geq 0 \Leftrightarrow Q \geq \frac{1}{\sqrt{2}}$

Alors $x = \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} \Leftrightarrow \omega_1 = \omega_0 \sqrt{1 - \frac{1}{2Q^2}} (< \omega_0)$
s'en rappeler

A la résonance, $\begin{cases} 1-x^2 = \frac{1}{2Q^2} \\ x^2 = 1 - \frac{1}{2Q^2} \end{cases} \Rightarrow (1-x^2)^2 + \frac{x^2}{Q^2} = \frac{1}{Q^2} - \frac{1}{4Q^2}$

d'où $H_{res} = \frac{H_0}{\sqrt{\frac{1}{Q^2} - \frac{1}{4Q^2}}} = \frac{H_0 Q}{\sqrt{1 - \frac{1}{4Q^2}}} \approx H_0 Q$ pour $Q \gg 5$