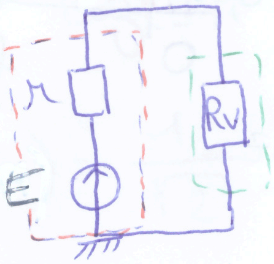
Exercice 2 : Digestion avec son pH-mètre

Q1.



D'après la formule du pont diviseur de tension :

$$\boxed{e = \frac{R_V}{r + R_V} E}$$

$$= \frac{1{,}0\times\cancel{10^6}}{10\times\cancel{10^6} + 1{,}0\times\cancel{10^6}} \times 0{,}20\times10^{-3}$$

$$e \approx 1{,}8\times10^{-5}\ \text{V}$$

2

Q2.

$$\frac{E-e}{E} \leq 10\% \iff \frac{e}{E} \geq 90\%$$

$$\iff \frac{R_V'}{r+R_V'} \geq 0{,}90$$

$$\iff \boxed{R_V' \geq 9r} = 9\times10\times10^6 = \boxed{90\ \text{M}\Omega}$$

2

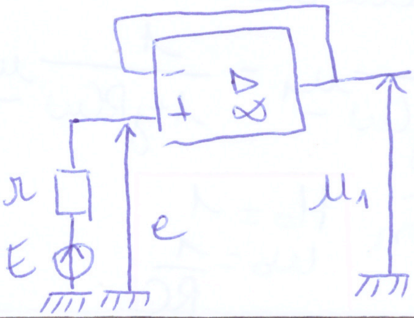
Q3.

Il s'agit d'un montage suiveur :

ALi idéal en régime linéaire

$i_+ = i_- = 0$ $\qquad \varepsilon = 0 \iff v_+ = v_-$

2

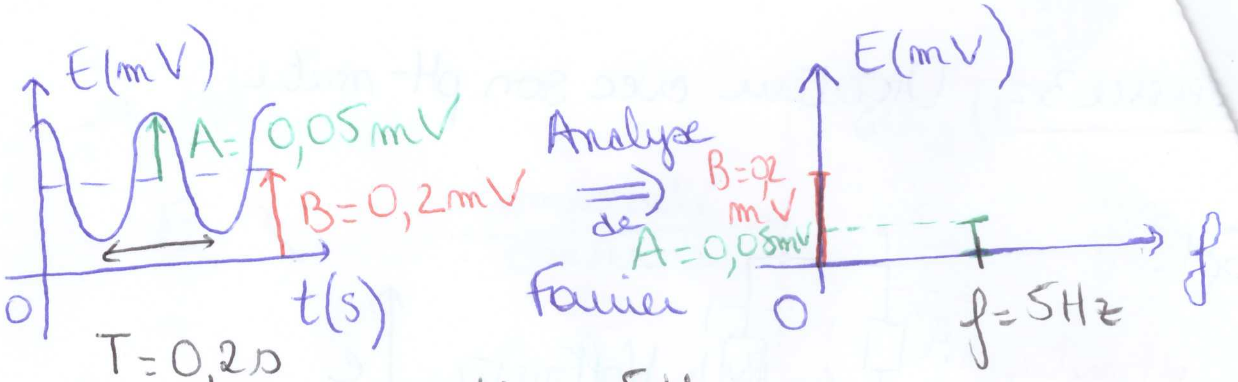


$e = v_+ = v_- = u_1 \iff u_1 = e$

$e = E + r\cancel{i} \iff e = E$

donc $\boxed{u_1 = E}$

Q4.

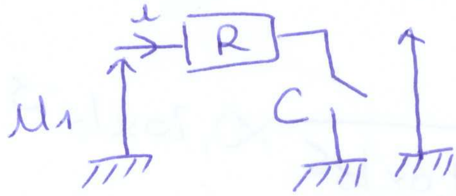


$T = 0{,}2\,s$

$\Leftrightarrow f = 1/T = 1/0{,}2 = 5\,Hz$

2

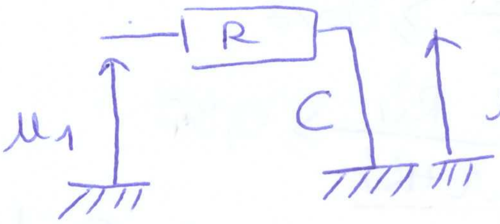
Q5. → $\omega \to 0$: Basse fréquence



$u_2 = u_1 + R\cancel{i}$ ($\to 0$ car -/-)

donc $u_2 = u_1$

→ $\omega \to +\infty$: Haute fréquence



$u_2 = 0$ car —

donc $u_2 = 0$

Le filtre | transmet les basses | fréquences donc
| coupe les hautes |

2

donc il s'agit d'un passe-bas.

Son intérêt est de supprimer la composante alternative / 1
ne conserver que la composante continue.

Q6. D'après la formule du pont diviseur de tension :

$$\underline{u_2} = \frac{Z_C}{Z_R + Z_C}\underline{u_1} = \frac{1/jC\omega}{R + 1/jC\omega}\underline{u_1} = \frac{1}{1+jRC\omega}\underline{u_1}$$

$$\Leftrightarrow \underbrace{\frac{\underline{u_2}}{\underline{u_1}}}_{=H(j\omega)} = \frac{\overbrace{1}^{=H_0}}{1+j\underbrace{RC}_{=1/\omega_0}\omega}$$

par identification $\boxed{H_0 = 1 \quad \omega_0 = \frac{1}{RC}}$

2

$$|\underline{H}| = \frac{|H_0|}{\sqrt{1+\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}} \Leftrightarrow \boxed{G(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}}$$

$H_0 = 1$, $x = \frac{\omega}{\omega_0}$

2

$$\arg(\underline{H}) = \arg(H_0) - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_0}\right) \Leftrightarrow \boxed{\varphi(x) = -\arctan}$$

$H_0 > 0$, $1 > 0$

Q8. $G(x_c) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{1+x_c^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \boxed{x_c = 1}$ 1

$\frac{\omega}{\omega_0} > 0$

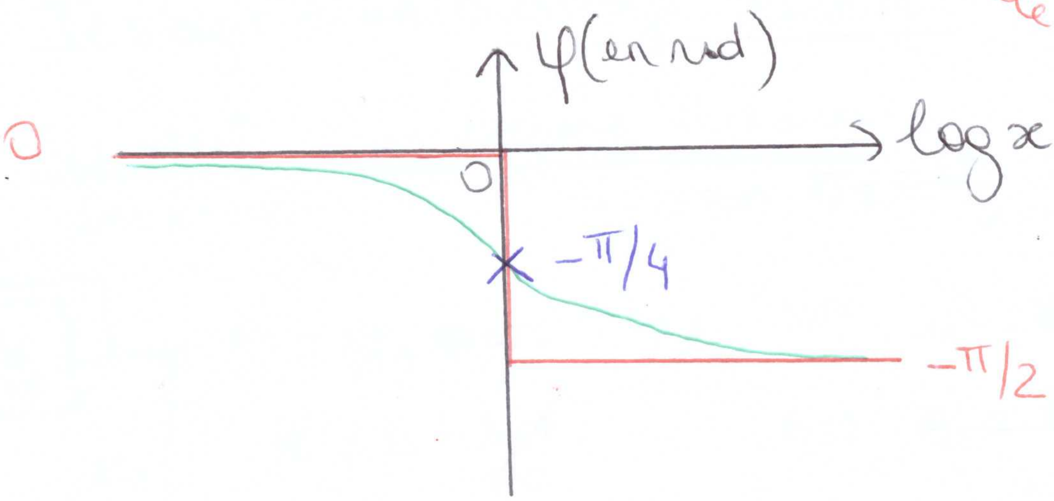
Q9. $\boxed{G_{dB}(x)} = 20\log G(x)$
$= \cancel{20\log(1)} - 20\log(\sqrt{1+x^2})$
$\boxed{= -10\log(1+x^2)}$ 2

→ $x \ll 1$: Basse fréquence : $G_{dB}(x \ll 1) \simeq 0$

→ $x \gg 1$: Haute fréquence : $G_{dB}(x \gg 1) \simeq -20\log x$

Q10.

2



Q11. $u_1(t) =$

$$E \xrightarrow[\text{PB}]{\text{composante continue}} E$$

$$+ \qquad\qquad\qquad +$$

$$\frac{E}{4}\cos(10\omega_0 t) \xrightarrow[\text{à } +1 \text{ décade de } \omega_0]{\text{composante}} \boxed{\frac{1}{10} \times \frac{E}{4}\cos(10\omega_0 t - 1{,}5)}$$

$u_2(t) =$

$G(10) \simeq \frac{1}{10}$

$\varphi(10) = -1{,}5$ Rad

4