Lois de Newton

Ce qu'il faut connaître

- Citer les trois lois de Newton.
- Quelle est l'expression de la force d'interaction gravitationnelle ? électrique ? Faire un schéma.
- Mêmes questions pour le poids, la force de rappel d'un ressort.
- Quelle est l'expression de la poussée d'Archimède s'exerçant sur un corps immergé ? Faire un schéma.
- Rappeler les lois de Coulomb sur le frottement solide. Faire un schéma.

Ce qu'il faut savoir faire

- Faire un bilan des forces sur un système, en rendre compte de manière exploitable sur une figure Choisir le repère adapté.
- Savoir mettre en équation le ressort vertical.
- Déterminer l'évolution de la position d'un objet lancé dans un champ de pesanteur uniforme, sans frottement ou avec une force de frottement en $-\lambda\vec{v}$.
- Savoir formuler une hypothèse quant au glissement ou non en présence de frottement solide, et la vérifier
- Savoir mener l'étude du pendule simple à l'aide du principe fondamental de la dynamique (en coordonnées polaires).

MÉTHODE

Attention : Ne JAMAIS mélanger vecteur et un scalaire ! Par exemple $m\vec{a} \neq mg$...

Comment appliquer le PDF ?

- Introduction INDISPENSABLE : "On étudie .... dans le référentiel .... "
- Choisir le repère **adapté** parmi cartésien, polaire, cylindrique (et parfois sphérique).
- Faire un schéma SOIGNÉ :
  - placer le point M à un instant quelconque,
  - prendre des angles $\sim 20°$ pour reconnaitre les projections
  - placer les forces sur leur point d'applications
  - NE PAS OUBLIER LA REACTION du support ou de l'axe si elle existe !
  - préciser les axes et les vecteurs de base
- Appliquer le PFD vectoriellement. Il faut exprimer l'accélération $\vec{a}$ en fonction des vecteurs de base du repère choisi.
- Projeter sur les vecteurs de la base pour obtenir les équations du mouvement
- Résoudre ces équations : solution générale ou primitive, déterminer les constantes avec les CI.

I. Forces : description des actions exercées sur un objet

1. Notion de force

On considère un système (un objet, un ensemble d'objets, un point matériel...) en interaction avec un autre système. Cette interaction est modélisée par un vecteur force, caractérisé par $\begin{cases} \text{- sa norme, sa direction et son sens,} \\ \text{- son point d'application.} \end{cases}$

Le vecteur force ne dépend pas du référentiel.

2. Forces à distance

• **Force de gravitation** entre deux masses ponctuelles m_1 et m_2 : $\boxed{\vec{F}_{1\to 2} = -\mathcal{G}\frac{m_1 m_2}{r^2}\overrightarrow{u}_{1\to 2}}$

avec $\vec{u}_{1\to 2}$ vecteur unitaire de 1 vers 2, et $G = 6,67 \times 10^{-11}$ m^3 s^{-2} kg^{-1} constante universelle de gravitation.

• **Poids :** En première approximation, les poids est égal à la force gravitationnelle exercée par la Terre sur un objet **à sa surface** (pas de poids dans l'espace !)

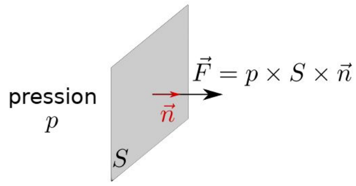
$$\vec{P} = m\vec{g} \begin{cases} \text{- Point d'application : le centre de gravité de l'objet.} \\ \text{- } \vec{g} \text{ intensité de la pesanteur. Sur Terre, } \|\vec{g}\| = 9,8 \text{ m s}^{-2}. \end{cases}$$

• **Force électrostatique** (Coulombienne) entre charges électriques : $\boxed{\vec{F}_{1\to 2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}\frac{q_1 q_2}{r^2}\overrightarrow{u}_{1\to 2}}$

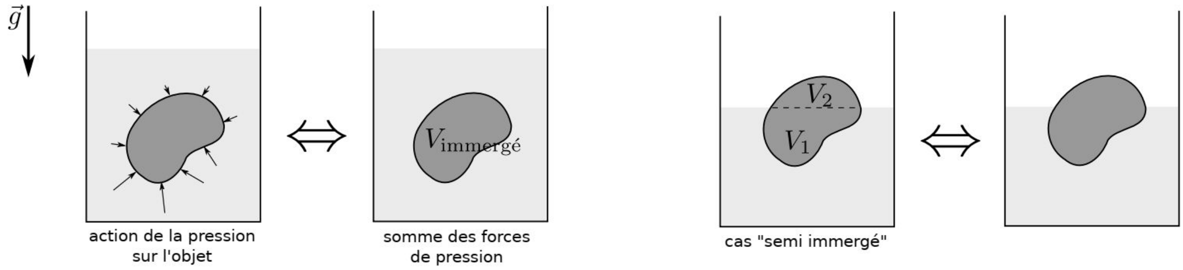
avec $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 9.10^9 SI$

3. Forces de contact

• **Force pressante, pression :** sur une paroi au contact d'un fluide (un gaz ou un liquide) où règne une pression p.
Unités : 1 Pa = 1 N/m^2, 1 bar = 10^5 Pa

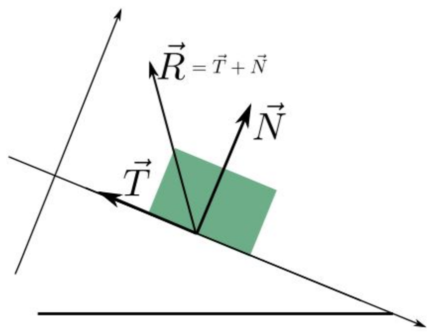


• **Poussée d'Archimède :** Un objet immergé (et qui ne touche pas les bords) dans un fluide **au repos**, subit la résultante des forces de pression s'exerçant sur l'objet, égale à l'opposée du poids du fluide déplacé.
Point d'application : le centre de masse du fluide déplacé.



• **Tension d'un fil** : toujours selon la direction du fil. Norme inconnue.

• **Réaction d'un support, frottements et lois de Coulomb**
On décompose la réaction du support en deux composantes :
- $\vec{N}$, normale au support. Toujours dirigée du support vers l'objet (sinon c'est qu'il y a rupture du contact).
- $\vec{T}$, tangentielle au support. Il s'agit d'une force de frottement.



lois de Coulomb du frottement solide

f est le coefficient de frottement. Il dépend du type de surface.
Ci-contre quelques valeurs tabulées de f.

	métal-métal	bois-bois	pneu sur chaussée
f	0,1 à 0,2	0,3 à 0,4	0,5 à 0,6

$f = 0 \Leftrightarrow$ pas de frottements $\Leftrightarrow \vec{T} = \vec{0}$.

Modes de raisonnement en présence d'un frottement solide

Suivant l'exercice, on suppose :

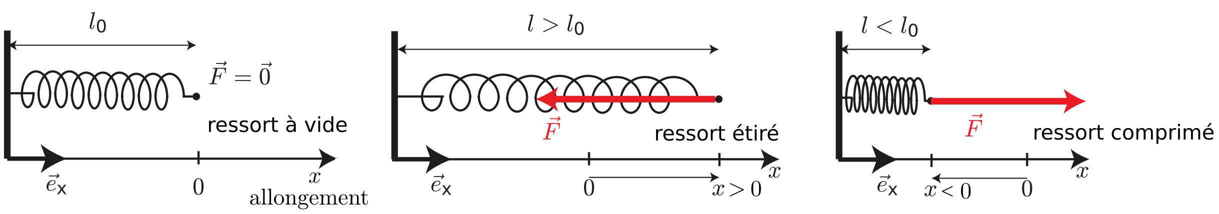
• **Frottements fluides :** Un objet en déplacement dans un fluide subit une force de frottement, opposée à son vecteur vitesse $\vec{v}$.

Formules approchées : $\begin{cases} \text{- vitesses faibles, } \vec{F} = -\lambda \vec{v}, \\ \text{- vitesses élevées, } \vec{F} = -\lambda \|\vec{v}\|^2 \vec{u} \text{ avec } \vec{u} \text{ un vecteur unitaire dans le sens de } \vec{v}. \end{cases}$

• **Ressort :** La force exercée sur un point M accroché à l'extrémité est proportionnelle à l'allongement $x = l - l_0$ du ressort :

$$\boxed{\vec{F} = -k\,(l - l_0)\,\vec{u}_{\text{ext}} = -k\,x\,\vec{u}_{\text{ext}}}$$

avec $\vec{u}_{\text{ext}}$ le vecteur unitaire dirigé du point d'attache vers la masse M



⇒ Mise en équation du ressort vertical :

II. Dynamique : influence des forces sur le mouvement

1. Référentiel galiléen et principe d'inertie

Principe d'inertie ou première loi de Newton

Il existe des référentiels dans lesquels tout corps isolé/pseudo-isolé est en mouvement rectiligne uniforme (le repos en étant un cas particulier).

Caractérisation des référentiels galiléens

Les référentiels galiléens sont en translation rectiligne uniforme les uns par rapport aux autres.

Un référentiel est galiléen **relativement à une expérience** : si les lois de Newton sont vérifiées dans cette expérience, le référentiel est galiléen pour cette expérience.
Le référentiel terrestre peut être souvent considéré comme galiléen (tant que les expériences ont une durée petite devant une journée). Pour des expériences plus précises ou plus longues, il faut se placer dans le référentiel géocentrique, voire même le référentiel de Copernic (centré sur le soleil).

2. Quantité de mouvement, principe fondamental de la dynamique

a. Centre d'inertie

Centre d'inertie ou centre de masse

Le centre d'inertie G d'un système de 2 points matériels de masse m_1 et m_2 est le barycentre des points M_i pondérés par leurs masses m_i :

$$m_1\overrightarrow{OM_1} + m_2\overrightarrow{OM_2} = (m_1+m_2)\,\overrightarrow{OG} \Longrightarrow \overrightarrow{OG} = \frac{m_1\overrightarrow{OM_1} + m_2\overrightarrow{OM_2}}{m_1+m_2};$$

Alors $m_1\overrightarrow{GM_1} + m_2\overrightarrow{GM_2} = \overrightarrow{0}$

Démonstration :

Généralisation : pour N points : $\overrightarrow{OG} = \frac{\sum_i m_i\overrightarrow{OM_i}}{m_{\text{tot}}}; \sum_i \overrightarrow{GM_i} = \overrightarrow{0}$.

b. Quantité de mouvement

Définition

Soit M un point matériel de masse m et vitesse $\vec{v}$. La quantité de mouvement de M est :

Quantité de mouvement de deux points matériels

$$\vec{p} = m_1\vec{v_1} + m_2\vec{v_2} = m_1\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM_1}}{\mathrm{d}t} + m_2\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{OM_2}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(m_1\overrightarrow{OM_1} + m_2\overrightarrow{OM_2}\right) = \frac{\mathrm{d}m_{\text{tot}}\overrightarrow{OG}}{\mathrm{d}t} = m_{\text{tot}}\vec{v}_{/\mathscr{R}} = \vec{p}_{G/\mathcal{R}}$$

c. Deuxième loi de Newton ou principe fondamental de la dynamique

Dans un référentiel galiléen $\mathcal{R}_g$, la quantité de mouvement $\vec{p}$ d'un point M soumis aux forces $\vec{F_i}$ vérifie $\dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \sum_i \vec{F_i}$

⇒ Si le système possède une masse m constante alors $\dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = m\vec{a} = \sum_i \vec{F_i}$.

⇒ Si la résultante des forces est nulle alors $\dfrac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t} = \overrightarrow{0} \iff \vec{p} = \overrightarrow{\text{cste}}$: la deuxième loi de Newton contient le principe d'inertie.

Pour un système de deux points matériels de masse constante,

$$\left(\frac{\mathrm{d}\vec{p_1}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}_g} + \left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p_2}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}_g} = \left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p_{G/\mathcal{R}_g}}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}_g} = \sum \vec{F}_{ext,M_1} + \sum \vec{F}_{ext,M_2} = \sum \vec{F}_{ext,M_1+M_2} + \vec{F}_{1\to 2} + \vec{F}_{2\to 1}.$$

Avec $\vec{F}_{\text{ext,M1+M2}}$ les forces extérieures à l'ensemble $M_1 + M_2$. Or M_1 agit sur M_2 et inversement, il apparait donc $\vec{F}_{1\to 2}$ et $\vec{F}_{2\to 1}$ forces intérieures au système dans le bilan des forces... c'est là qu'arrive la troisième loi de Newton.

Troisième loi de Newton : principe des actions réciproques

Si M_1 exerce une force $\vec{F}_{1\to 2}$ sur M_1 alors le point M_2 exerce une force $\vec{F}_{2\to 1} = -\vec{F}_{1\to 2}$ sur M_1 de même direction, sens opposé, même norme et même droite d'action.

Poursuivons avec le PFD d'un système de deux points matériels

$$\sum \vec{F}_{ext,M_1} + \sum \vec{F}_{ext,M_2} = \sum \vec{F}_{ext,M_1+M_2} + \vec{F}_{1\to 2} + \vec{F}_{2\to 2};$$

donc le PFD devient

$$\left(\frac{\mathrm{d}\overrightarrow{p_{G/\mathcal{R}_g}}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}_g} = m_{tot}\overrightarrow{a_{G/\mathcal{R}_g}} = \sum \vec{F}_{ext,M_1+M_2}.$$

Bilan : Principe Fondamental de la Dynamique

Pour un point matériel M ou pour un système Σ de points matériels (qui peut être un solide), dans $\mathscr{R}_g$ galiléen :

$$\left(\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}_g} = \sum \vec{F}_{ext,M} \text{ ou } \left(\frac{\mathrm{d}\vec{p}}{\mathrm{d}t}\right)_{\mathcal{R}_g} = \sum \vec{F}_{ext,\Sigma}$$

Seules les forces extérieures comptent ⇒ Bien réfléchir au choix du système AVANT de faire le bilan des forces EXTÉRIEURES !

III. Exemples

1. Tir balistique avec frottement

Soit un point matériel M de masse m lancé à l'instant $t = 0$ depuis l'origine du repère avec une vitesse initiale $\vec{v} = v_{0,x}\overrightarrow{e_x} + v_{0,z}\overrightarrow{e_z}$ et subissant un force de frottements linéaire due à l'air $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$.
1. Déterminer les équations du mouvement.
2 - Les résoudre, tracer l'allure de la solution.
3 - Quelle est l'expression de la vitesse limite ? Quel est l'expression du temps caractéristique au bout duquel cette vitesse est atteinte ? Reprendre également cette question dans le cas d'un frottement quadratique (de norme $f = kv^2$)

2. Le pendule simple

On considère un pendule dont toute la masse m est localisée au point M. Le fil reliant O à M est supposé inextensible et de masse négligeable. On note L sa longueur. On néglige tout frottement. On se place dans le référentiel terrestre supposé galiléen. Le champ de pesanteur est $\vec{g} = g\vec{e}_z$ avec z axe vers le bas et $g = 9,81$ m/s^2 constante.
1 - Exprimer le vecteur position $\overrightarrow{OM}$ en coordonnées polaires. Faire de même pour la vitesse et l'accélération du point M.
2 - Faire un bilan des forces. À l'aide du PFD, en déduire une équation différentielle portant sur $\theta(t)$ uniquement.
3 - Faire une hypothèse qui permet de résoudre simplement cette équation. La résoudre. On supposera qu'à $t = 0$ le pendule est en $\theta = 0$ et qu'on lui communique une vitesse angulaire $\dot{\theta}_0$.
4 - Que vaut la période des oscillations pour une masse de $1,0$ kg et un fil de longueur $1,0$ m ?

3. Le pendule conique - voir TD

4. Quel système choisir ? Deux masses reliées par un fil - voir TD