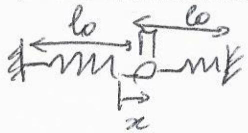
# TD PFD repris par l'énergie

## 1 2 ressorts horizontaux

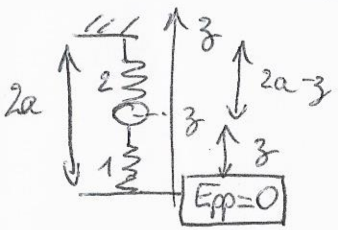


$\vec{P}$ et $\vec{R}$ ne $W$ pas
$E_p = \underbrace{2 \times \frac{1}{2}}_{2 \text{ ressorts}} kx^2$ $\Big\}$ $E_m = \text{cste} = \frac{1}{2} m \dot{x}^2 + kx^2$

$\xrightarrow{d/dt}$ $m\ddot{x} + 2kx = 0$

## 2 2 ressorts verticaux

$\vec{P}$ et $\vec{F}_{Ressort}$ conservatives $\Rightarrow E_m = \text{cste}$



$E_{pp} = mgz$

$E_{pR_1} = \frac{1}{2} k (z - l_0)^2 \cancel{+ cst}$ $\qquad E_c = \frac{1}{2} m \dot{z}^2$

$E_{pR_2} = \frac{1}{2} k (2a - z - l_0)^2$

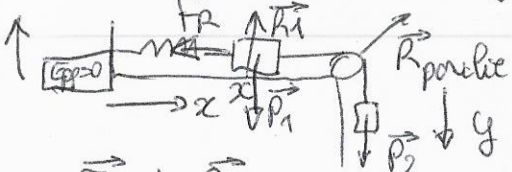
$$\frac{dE_m}{dt} = 0 = mg\dot{z} + k\dot{z}(z - l_0) - k\dot{z}(2a - z - l_0) + m\dot{z}\ddot{z} = 0$$

$$\Rightarrow m\ddot{z} + k\left(2z - 2a + \frac{mg}{k}\right)z = 0$$

$\Rightarrow$ eq en $z = a - \frac{mg}{2k}$ ...

## 3 Mouvement oscillatoire

Ici on considère le système des 2 masses + fil.



- $\vec{R}_{poulie}$ ne $W$ pas ($\vec{R}$ ne bouge pas)
- $\vec{P_1}, \vec{R_1}$ non plus ($\perp$ mouvt)

$\vec{F_R}$ et $\vec{P_2}$ conservatives $\Rightarrow E_m = \text{cste}$.

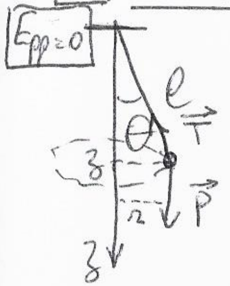
$$E_m = \frac{1}{2}\left(m\dot{x}^2 + m'\dot{y}^2\right) - mgy + \frac{1}{2} k (x - l_0)^2$$

$\Rightarrow$ En dérivant, comme $\dot{y} = \dot{x}$ (fil inextensible), on a

$$(m + m')\ddot{x}\cancel{\dot{x}} + k\cancel{\dot{x}}(x - l_0) - mg\cancel{\dot{x}} = 0$$

## 4 Pendule cônique

$\vec{T} \perp$ mvt $\Rightarrow W_{\vec{T}} = 0$
$\vec{P}$ conservatif $\Rightarrow E_m = \text{cste}$



$E_{pp} = -mgz = -mgl\cos\theta = f(\theta)$

$E_c = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2} m \underbrace{l^2 \sin^2\theta\, \omega^2}_{\text{du type } v = r\omega,\ r = l\sin\theta} = g(\theta)$

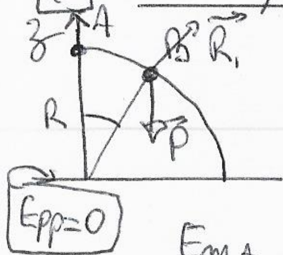
$$\frac{dE_m}{dt} = 0 = mgl\sin\theta\dot{\theta} - ml^2 \cancel{2}\sin\theta\cos\theta\,\dot{\theta}\,\omega^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\cos\theta = \frac{g}{\cancel{2}l\omega^2}}$$

Rque : Même si l'énoncé indique $\theta = \text{cste}$, on doit prendre $\theta$ variable pour pouvoir avoir 1 dérivée non nulle ...
On a "le droit" car la variable de position du problème c'est $\theta$, et on cherche $\theta$ à l'équilibre relatif.

## 6 Décollage d'1 support

$\vec{R} \perp$ mvt
$\vec{P}$ conservatif $\Rightarrow E_m = \text{cste}$



$E_{pp} = mgz = mgR\cos\theta$

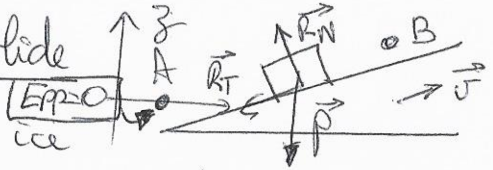
$E_c = \frac{1}{2} m (R\dot{\theta})^2$

$E_{mA} = E_{mB}$ (on veut 1 intégrale 1ère, on ne dérive pas !)

$$\Leftrightarrow mgR + 0 = \frac{1}{2} m R^2 \dot{\theta}^2 + mgR\cos\theta$$

$$\Rightarrow \dot{\theta}^2 = \frac{2g}{R}(1 - \cos\theta)$$

## 7 Frottement solide




On est obligé ici d'appliquer le PFD pour trouver $R_N = mg\cos\alpha$ et $R_T = fR_N = fmg\cos\alpha$... Mais ensuite on peut par exemple appliquer le Theoreme de la puissance cinétique :

$$\frac{dE_c}{dt} = \mathcal{P}_{\vec P} + \mathcal{P}_{\vec{R_T}} + \overset{0}{\cancel{\mathcal{P}_{\vec{R_N}}}} \qquad \mathcal{P}_{\vec P} = \vec P \cdot \vec v = -mg\sin\alpha\, v$$

$$\cancel{\tfrac{1}{2}} m\dot{x}\ddot{x} = -mg\sin\alpha\,\dot{x} - fmg\cos\alpha\,\dot{x}$$

force résistante

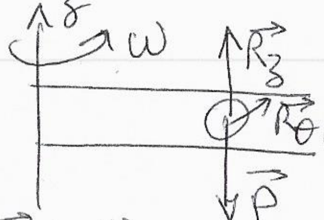
Et on peut calculer facilement la distance d'arrêt : TEm entre $A(v_0)$ et $B(v=0)$ :

$$\underbrace{mgz_B}_{Em_B} - \underbrace{\left(0+\frac{1}{2}mv_0^2\right)}_{Em} = W_{AB}(F_{non\ cons}) = -fmg\cos\alpha D$$

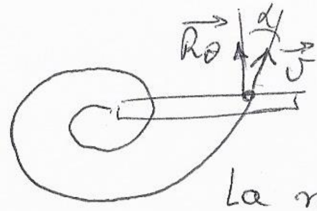
uniquement $R_T$ travaille

or $z_B = D\sin\alpha \Rightarrow D = \dfrac{v_0^2}{2fg\,(f\cos\alpha+\sin\alpha)}$

## 8




Ici $\vec P$ et $\vec{R_z}$ ne W pas ($z$ = cste). On aurait tendance à dire que $\vec{R_\theta} \perp$ trajectoire --- C'est FAUX ! la trajectoire n'est pas $\underbrace{\text{1 droite}}_{\text{ds le réf du tube}}$, mais $\underbrace{\text{1 spirale}}_{\text{réf terrestre}}$ :




$\Rightarrow \vec{R_\theta}$ est moteur ! Par contre, $R_\theta$ est inconnue, $\alpha$ " " ...

La méthode energetique ne marchera pas ici...

## 9 2 oscillateurs couplés

- Seuls les ressorts travaillent, système $\{M_1+M_2\}$ conservatif. On peut écrire $\begin{cases} E_{pR} \\ E_c \end{cases}$, en fct de $x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2$.

et dire que $\frac{dEm}{dt} = 0$. Mais cela ne fournira qu'1 seule équation ! On ne pourra pas résoudre, on a 2 inconnues !

- Système $\{M_1\}$ conservatif : $\begin{cases} E_p = \frac{1}{2}kx_1^2 + \frac{1}{2}k(x_2-x_1)^2 \\ E_c = \frac{1}{2}m\dot{x}_1^2 \end{cases}$

$$\frac{dEm_1}{dt} = 0 = k_1 x_1 \dot{x}_1 + k_2(x_2-x_1)(\dot{x}_2-\dot{x}_1) + m\ddot{x}_1\dot{x}_1 = 0 \quad (1)$$

de m̂, $\dfrac{dEm_2}{dt} = 0 = k_2 \dot{x}_2 x_2 + k_2(x_2-x_1)(\dot{x}_2-\dot{x}_1) + m\ddot{x}_2\dot{x}_2 = 0 \quad (2)$

pas évident à découpler...