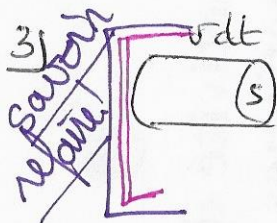


TD particules chargées

1) PFD sur 1 e⁻, dans RSG: $m\vec{v} = -e\vec{E} - \frac{1}{2}m\vec{v}$ (1) En régime permanent, $\vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v}_\infty = -\frac{e\vec{E}}{\alpha_f}$

2) (1): eq diff 1^{er} ordre, la solution $\vec{v} = \underbrace{Ae^{-\frac{\alpha_f}{m}t}}_{\text{sol gale eq SSM}} + \underbrace{\vec{v}_\infty}_{\text{sol part eq cplète}}$
à t=0, $\vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \vec{v}_\infty (1 - e^{-t/\tau})$ avec $\tau = \frac{m}{\alpha_f}$



les e⁻ traversant S pendant dt sont ceux compris dans le cylindre de longueur v dt, volume $S_\infty v dt$, il y en a $S_\infty v dt \rho$

Pendant dt passe la charge $dq = S_\infty v dt \rho e$
 $\Rightarrow \vec{E} = \frac{dq}{dt} = \frac{S_\infty \rho e}{\alpha_f}$

4) Courant $\Rightarrow \vec{E} = -\text{grad } V = \frac{\Delta V}{L} \vec{e}_x = \frac{U}{L} \vec{e}_x =$
Donc $I = \frac{\rho e S E}{\alpha_f} = \frac{\rho e S U}{\alpha_f L} \Rightarrow R = \frac{U}{I} = \frac{\alpha_f}{\rho e^2} \frac{L}{S}$

5) On a $r = \frac{RS}{L} = \frac{\alpha_f}{\rho e^2} \Rightarrow \tau = \frac{m}{\alpha_f} = \frac{m}{2 \rho e^2} = 2,5 \cdot 10^{-14}$
au bout de 5τ , v_∞ est atteinte $\Rightarrow$ au bout de 50τ , les e⁻ sont en permanence à v_{lim}
 $\Rightarrow f \approx \frac{1}{50\tau} \approx 8 \cdot 10^{11} \text{ Hz}$

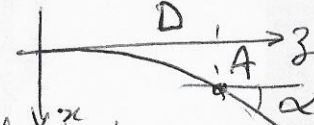
2] Deflection dans un tube cathodique

1] Seule force = force électrique conservative $\Rightarrow$
 $E_{\text{m}} = \text{cte} = \underbrace{Q_{\text{ini}}}_{\text{Potiel (en 0)}} = -eV_0 + \frac{1}{2}m v_0^2 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2eV_0}{m}}$

2] V_{p1}
 $\downarrow U$
 $\vec{E} = -\frac{U}{d} \vec{e}_x \Rightarrow \vec{F}_{\text{el}} = \frac{eU}{d} \vec{e}_x$
 $V_{p2} > V_{p1}$

3] PFD sur l'e⁻ de RSG: $m \frac{d\vec{v}}{dt} = eU/d \text{ int}$ $\begin{cases} v_x = \frac{eU}{md} t \\ v_z = v_0 \end{cases}$

int $\Rightarrow x = \frac{eU}{2md} t^2$
+ CI $y = v_0 t$



4) α est la pente de la tge à la courbe en A, pt de sortie du champ: $\vec{v}_A = \begin{pmatrix} \frac{eU t_A}{md} \\ v_0 \end{pmatrix}$, avec $t_A = \frac{D}{v_0}$
 $\Rightarrow \tan \alpha = \frac{v_{xA}}{v_{zA}} = \frac{eUD}{md v_0^2}$

3] Proton dans 1 champ magnétique

1] Comme $\vec{B}$ selon $\vec{k}$, la force magnétique sera toujours $\perp \vec{k}$, donc dans le plan $(\vec{i}, \vec{j})$. Le PFD donne donc $\vec{v}_z = \text{cte} = 0$ d'après les CI

2] PFD appliqué au proton: $m \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{pmatrix} = q \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ B \end{pmatrix} = qB \begin{pmatrix} -\dot{y} \\ \dot{x} \end{pmatrix}$ (1)
on pose $\vec{z} = x + iy$
 $\Rightarrow -i\dot{z} = -i\dot{x} + \dot{y}$ donc (1) $\Leftrightarrow m \ddot{\vec{z}} = qB(-i\dot{\vec{z}})$

pour les ambichieux seulement...

Sélection en vitesse I

1) si $\vec{v}$ inchangé $= \vec{v}_0$, d'après le PFD, $q(\vec{v}_0 \wedge \vec{B} + \vec{E}) = 0$
 $\Rightarrow$ il faut $\vec{E} = -\vec{v}_0 \wedge \vec{B}$

2) Si la vitesse n'est pas égale en norme à $\vec{v}_0$, alors $\vec{E}$ ne compense plus parfaitement les effets de $\vec{B}$, la particule ne va pas en ligne droite $\Rightarrow$ il suffit de faire ~~le~~ trier pour sélectionner les particules de bonne vitesse.

Sélection en vitesse II

1) a) le PFD s'écrit : $m \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix} = q \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ E \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{z} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} B \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$

$\Rightarrow \begin{cases} m \ddot{x} = 0 & (1) \\ m \ddot{y} = qB \dot{z} & (2) \Leftrightarrow \ddot{y} = \omega \dot{z} \\ m \ddot{z} = -qB \dot{y} + qE & (3) \Leftrightarrow \ddot{z} = -\omega \dot{y} + \frac{qE}{m} \end{cases}$

b) (1) $\xrightarrow{\text{integ}}$ $\dot{x} = \omega z + \text{cte} = \dot{x}_0 = 0 \xrightarrow{\text{CI}}$ $x = \omega z = x_0 = 0$
 $\Rightarrow$ mot plan dans (y, z)

c) (2) $\xrightarrow{\text{integ}}$ $\dot{y} = \omega z + \text{cte}$ - or à $t=0$, $\dot{y}=0 \Rightarrow \text{cte}=0$
 $\dot{z}=0$

Donc $\dot{y} = \omega z$, on reporte dans (3):

$\ddot{z} = -\omega^2 z + \frac{qE}{m}$ oscill harmonique
 $\Rightarrow z = A \cos \omega t + B \sin \omega t + \frac{qE}{m\omega^2}$

À $t=0$, $z=0 \Rightarrow A = -\frac{qE}{m\omega^2}$
 $\dot{z}=0 \Rightarrow B=0$
 $\Rightarrow z = \frac{qE}{m\omega^2} (1 - \cos \omega t)$

or $\frac{qE}{m\omega^2} = \frac{qE}{m\omega qB/m} = \frac{E}{\omega B}$
 $\Rightarrow z = \frac{E}{\omega B} (1 - \cos \omega t)$

or $\dot{y} = \omega z$, donc $\dot{y} = \frac{E}{B} (1 - \cos \omega t)$, par intégration

$y = \frac{E}{B} t - \frac{E}{\omega B} \sin \omega t + \text{cte}$

À $t=0$, $y=0 \Rightarrow \text{cte}=0 \Rightarrow y = \frac{E}{B\omega} (\omega t - \sin \omega t)$

2) a) On reprend le c) précédent avec la CI $\dot{y} = v_0$
à $t=0 \Rightarrow \dot{y} = \omega z + v_0$, on reporte dans (3)

$\ddot{z} = -\omega^2 z - \omega v_0 + \frac{qE}{m}$ oscill harmonique de solutions

$z = A \cos \omega t + B \sin \omega t + \left(\frac{qE}{m\omega^2} - \frac{v_0}{\omega} \right)$
 $\frac{E}{\omega B} - \frac{v_0}{\omega}$

à $t=0$, $z=0 \Rightarrow A = \frac{v_0}{\omega} - \frac{E}{\omega B}$, $\dot{z}=0 \Rightarrow B=0$

donc $z = \frac{E}{\omega B} \left(1 - \frac{v_0 B}{E} \right) (1 - \cos \omega t)$

or $\dot{y} = \omega z + v_0 = \frac{E}{B} (1 - \cos \omega t) \left(1 - \frac{v_0 B}{E} \right) + v_0 = \frac{E}{B} (1 - \cos \omega t) + v_0 \cos \omega t$

$\Rightarrow y = \frac{E}{B} \left(t - \frac{\sin \omega t}{\omega} \right) + \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t + \text{cte}$ car $y(0)=0$

Soit $y = \frac{E}{B\omega} \left(\omega t - \left(1 - \frac{v_0 B}{E} \right) \sin \omega t \right)$

b) trajectoire rectiligne si $\frac{v_0 B}{E} = 1$ (alors $z=0 \neq \text{cte}$)

dur et passé de main

$$\Rightarrow \ddot{z} + i\omega \dot{z} = 0 \quad \text{avec } \omega = \frac{qB}{m}$$

$$\text{CI } (\dot{z}_0 = v_0) \Rightarrow \dot{z} = v_0 e^{-i\omega t} \Rightarrow z = \frac{v_0}{-i\omega} e^{-i\omega t} + A$$

$$\text{à } t=0, z = \frac{v_0}{-i\omega} = +\frac{iv_0}{\omega}, \text{ or } z(t=0) \stackrel{\text{CI}}{=} 0 \Rightarrow A = -\frac{iv_0}{\omega}$$

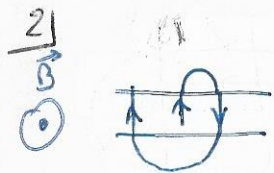
$$\text{soit } z = \frac{iv_0}{\omega} (e^{-i\omega t} - 1) \Rightarrow \begin{cases} x = \operatorname{Re}(z) = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t \\ y = \operatorname{Im}(z) = \frac{v_0}{\omega} (\cos \omega t - 1) \end{cases}$$

3) $\begin{cases} x = \frac{v_0}{\omega} \sin \omega t \\ y = \frac{v_0}{\omega} \cos \omega t \end{cases} \Rightarrow x^2 + (y + \frac{v_0}{\omega})^2 = (\frac{v_0}{\omega})^2$

$\Rightarrow$ cercle de centre $(0, -\frac{v_0}{\omega})$, de rayon $\frac{v_0}{\omega} = \frac{mv_0}{qB}$

[4] Principe du cyclotron

1) $\omega_0 \stackrel{\text{CI}}{=} \frac{qB}{m} \approx 10^8 \text{ rad.s}^{-1}$



a) A chaque demi tour du proton, le champ $\vec{E}$ doit faire demi tour, pour pouvoir être toujours moteur

$\Rightarrow \omega = \omega_0$

b) cours, $r = \frac{mv_0}{eB}$, or $E = \frac{1}{2} mv_0^2 = \frac{1}{2} m \left(\frac{eB r}{m} \right)^2$

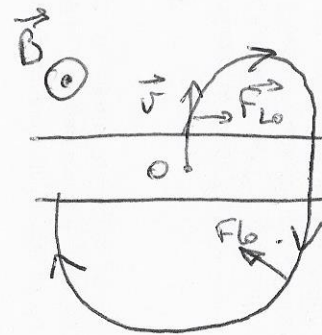
$\Rightarrow E_{\max} = \frac{r^2 e^2 B^2}{2m} \stackrel{\text{AN}}{=} 1,9 \cdot 10^{-12} \text{ J}$

alors $v = \sqrt{\frac{2 E_{\max}}{m}} = 4,8 \cdot 10^7 \text{ m.s}^{-1} (\approx \frac{c}{10})$

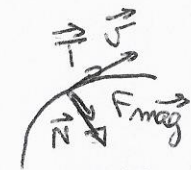
c) $\Delta E_c = e V_0$ (cf exo [2]) $\Rightarrow V_0 = 1,2 \cdot 10^7 \text{ V. (énorme)}$

d) A chaque tour, le gain en énergie vaut $2e V_m$ (2 demi tours) $\Rightarrow n_{\max} = \frac{E_m}{2e V_m} = 603 \text{ tours}$

Allure trajectoire



$\rightarrow$ Sinon, refaire le cours: Dans le repère de Frenet,



$\vec{a} = \frac{v^2}{R} \vec{N} + \frac{dv}{dt} \vec{T}$ or car $v = \text{cte}$

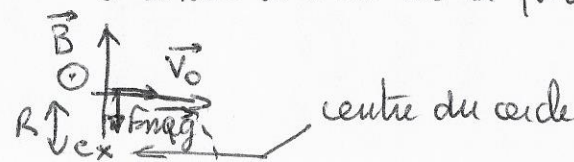
le PFD donne en proj sur $\vec{N}$: $|F_{\text{mag}}| = m \frac{v^2}{R}$

soit comme $\|F_{\text{mag}}\| = qvB$ ($\vec{v}$ toujours $\perp \vec{B}$)

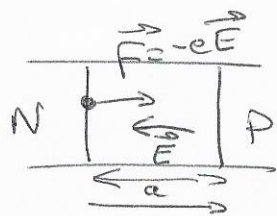
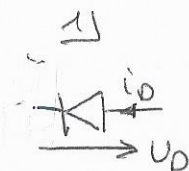
d'où $R = \frac{mv}{eB} = \text{cte}$: la trajectoire est

circulaire de rayon $R = \frac{mv}{eB}$.

La position du centre du cercle est donnée par 1 dessin à $t=0$ de la force magnétique:



Diode



$$\vec{E} = -\text{grad } V$$

($\vec{E}$ "descend les potentiels")

$$U_D > 0 = V_P - V_N$$

Si les e^- vont vers la droite, le courant va vers la gauche, $i_D > 0$

2) $\vec{E} = -\text{grad } V$, comme $\vec{E}$ vecteur constant, $\vec{E} = -\frac{\Delta V}{\Delta x} \vec{u}_x$

soit $\vec{E} = -\frac{U_D}{a} \vec{u}_x$

3) PFD pour 1 e^- , en prof selon Ox de RTSG:

$$m\ddot{v} = \frac{eU_D}{a} - F_0 - \alpha v$$

$$\Leftrightarrow \dot{v} + \frac{v}{\tau} = \frac{\tau}{m} \left(\frac{eU_D}{a} - F_0 \right) \quad \text{avec } \tau = \frac{m}{\alpha} = 9 \cdot 10^{-11} \text{ s}$$

$$\xrightarrow[\text{CI}]{\text{Int}} v = \frac{\tau}{m} \left(\frac{eU_D}{a} - F_0 \right) (1 - e^{-t/\tau})$$

Vu la valeur de τ , la vitesse limite est atteinte très vite, l'électron peut traverser si $v > 0$, donc

$$\text{si } \frac{eU_D}{a} - F_0 > 0 \Leftrightarrow U_0 = \frac{F_0 a}{e} = 0,6 \text{ V}$$

