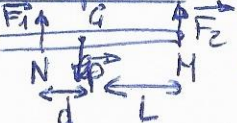


Solide en rotation

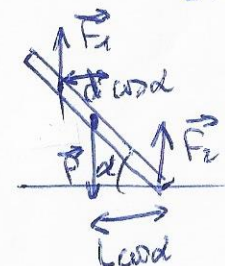
Partage d'un pontre

1) a)  $\oplus$ TRC en G / axe horizontal :

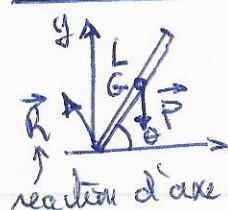
$$0 = F_2 L - F_1 d \Rightarrow F_1 = F_2 \frac{L}{d} > F_2$$

b) PFD pour le pontre : $0 = F_1 + F_2 - mg \Rightarrow mg = F_2 (1 + \frac{L}{d})$
 en pgs sur la verticale

$$\Rightarrow F_2 = \frac{mgd}{L+d} ; F_1 = \frac{mgL}{L+d}$$

2)  mêmes relations, en remplaçant les bras de levier. Les cos se simplifient $\Rightarrow$ mêmes résultats

Chute d'un arbre



1) $E_p = mg z_G = mg \frac{L}{2} \sin \theta$
 $E_c = \frac{1}{2} J \dot{\theta}^2$

2) $\vec{R}$ ne W pas, liaison pivot parfaite, pas de couple résistant $\Rightarrow$ seule $\vec{P}$ W. qui est conservative $\Rightarrow E_m = \text{cte}$

$$\Rightarrow \underbrace{mg \frac{L}{2} \sin \theta}_{\text{à } t} \pm \underbrace{\frac{1}{2} J \dot{\theta}^2}_{\text{à } t=0} = \underbrace{mg \frac{L}{2} \sin \theta_0}_{\text{à } t=0} \quad \text{car } \theta \downarrow \text{ (bm sens...)}$$

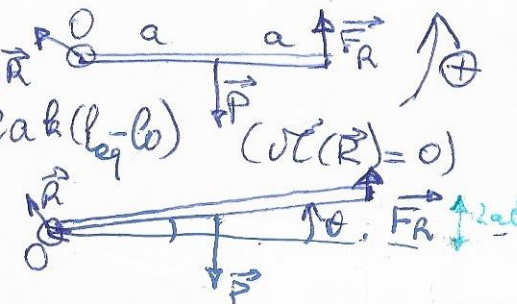
$$\Leftrightarrow \dot{\theta}^2 = \frac{mgL}{J} \sin \theta_0 - \sin \theta \Rightarrow \dot{\theta} = \frac{d\theta}{dt} = \sqrt{\frac{3g}{L}} \sqrt{\sin \theta_0 - \sin \theta}$$

3) On a donc $T = \int_{t=0}^T dt = \int_{\theta=\theta_0}^{\theta=0} \frac{d\theta}{\dot{\theta}} = \int_{\theta_0}^0 \frac{d\theta}{\sqrt{\frac{3g}{L}} \sqrt{\sin \theta_0 - \sin \theta}}$

énoncé $\Rightarrow T_{AN} = 4,315 \sqrt{\frac{10}{30}} = 2,5 \Delta$

Barre fixée aux extrémités

1) TRC / Oz : $0 = \underbrace{-mga}_{\text{sans de rotation}} + 2ak(l-l_0) \quad (VC(R)=0)$

$$l = l_0 + \frac{mg}{2k}$$


2) le TRC donne :

$$J\ddot{\theta} = -mga \cos \theta + 2ak(l-l_0), \text{ or } l = l_0 - 2a\theta$$

$$\approx \underbrace{-mga}_{0 \text{ d'après (1)}} + 2ak(l_0 - l_0 - 2a\theta) = -4a^2 k \theta$$

Soit $\ddot{\theta} + \frac{4a^2 k}{\frac{4}{3}ma^2} \theta = 0$, oscill harmonique, $\omega^2 = \frac{3k}{m}$

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{3k}}$$

Entraînement par frottements

1) Le système $\{D_1 + D_2\}$ ne subit que

- Bm pids, de moment nul / Oz
- reactions d'axe, de mt nul / Oz

$\Rightarrow$ Le mt cinétique se conserve ;

$J_1 \Omega = (J_1 + J_2) \Omega \Rightarrow \Omega = \frac{J_1}{J_1 + J_2} \Omega_2 = \frac{\Omega_2}{2}$

procs exterieures pgs de forces inter dans PFD/TRC

2) Seule E_c varie

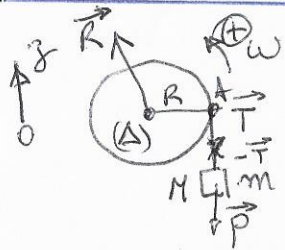
$$\Delta E_{c1} = \frac{1}{2} J \left(\left(\frac{\Omega_2}{2} \right)^2 - \Omega_2^2 \right) = -\frac{3J\Omega_2^2}{8}$$

$$\Delta E_{c2} = \frac{1}{2} J \left(\frac{\Omega_2}{2} \right)^2 = \frac{J\Omega_2^2}{8}$$

$$\left. \begin{array}{l} \Delta E_{c1} \\ \Delta E_{c2} \end{array} \right\} \Delta E_m = -\frac{J\Omega_2^2}{4}$$

(l'énergie $\downarrow$ à cause des forces intérieures, des frottements qui dissipent de l'énergie) $\rightarrow$ syst déformable

Poulie entraînée par 1 masse



1) Comme la masse accélère, $\vec{P} - \vec{T} \neq 0$
 On a $\vec{v}(R) = R\omega \vec{u}_3$ (fil inextensible) (ω algébrique) $\Rightarrow \vec{a}(R) = R\dot{\omega} \vec{u}_3$

Dans le PFD appliqué à R, on

obtient $\vec{P} - \vec{T} = mR\dot{\omega} \vec{u}_3 \Rightarrow \boxed{\vec{T} = -m(R\dot{\omega} + g) \vec{u}_3}$

2) TMC appliqué à la poulie en (A):

$$\frac{dL_A}{dt} = \mathcal{R}_A(\vec{T}) + \mathcal{R}_A(\vec{R}) + \mathcal{R}_A(\vec{h} \otimes \vec{t}_0)$$

$$\Rightarrow J\dot{\omega} = -m(R\dot{\omega} + g) \underset{\substack{\uparrow \\ \text{bras de levier}}}{R} + 0 - \alpha \omega$$

$$\Leftrightarrow (J + mR^2)\dot{\omega} + \alpha \omega = -mgR$$

Equation d'ordre 1, de solution

$$\omega(t) = \underbrace{A e^{-t/\tau}}_{\text{sol gale}} - \underbrace{\frac{mgR}{\alpha}}_{\text{sol part}} \quad \text{avec } \tau = \frac{J + mR^2}{\alpha}$$

$$\text{à } t=0, \omega=0 \Rightarrow A = \frac{mgR}{\alpha} \Rightarrow \boxed{\omega(t) = -\frac{mgR}{\alpha} (1 - e^{-t/\tau})}$$

En régime pt, $\boxed{\omega_e = -\frac{mgR}{\alpha}}$

3) En régime pt, la masse descend à $v = v_{ste} \Rightarrow \vec{T} = \vec{P}$

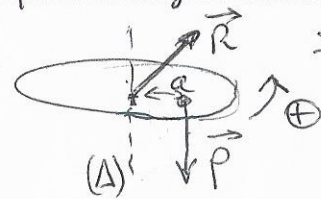
$$\Rightarrow P(\tau) = \vec{T} \cdot \vec{v}_A = -mgR\omega_e$$

la puissance des frottements vaut (couple):

$$P(\vec{P}) = \vec{\tau} \cdot \omega_e = -\alpha \omega_e^2$$

le TPC donne $\frac{dE_c}{dt} = 0 = -mgR\omega_e - \alpha \omega_e^2 \Rightarrow \omega_e = -\frac{mgR}{\alpha}$
 pour la poulie

Equilibrage d'une roue



1) le disque subit la réaction de l'axe (passé par A $\rightarrow \mathcal{R}^t$ nul)
 - son poids ($\parallel \vec{a}_A$) $\Rightarrow \mathcal{R}^t$ nul)

$$\Rightarrow \text{le TPC donne } J\dot{\omega} = 0 \Rightarrow \boxed{\omega = \omega_{ste} = u}$$

2) G tourne à $\omega = u$ autour de Oz et a pour coordonnées

$$\begin{cases} x_G = a \cos(\omega_0 t) \\ y_G = a \sin(\omega_0 t) \end{cases}$$

3) PFD appliqué au disque:

$$m\vec{a} = \vec{P} + \vec{R}$$

$$\Rightarrow \vec{R} = mg\vec{u}_3 - ma\omega_0^2 [\cos \omega_0 t \vec{u}_x + \sin \omega_0 t \vec{u}_y]$$

à ω_0 grand, R grand: risque de casse de l'axe, vibrations...

Enseigne de Saloon

1) Entre $t=0^-$ et $t=0^+$, le syst { enseigne + balle } est soumis à $-\vec{P}_1 + \vec{P}_2 + \vec{R}$ (mt nul / Δ)

- couple nul / Δ (liaison pivot parfaite)

Donc $\mathcal{T}_A$ se conserve POUR LE SYSTEME GLOBAL:

$$\underbrace{m v_0 h/2}_{t=0^-} = \underbrace{\left(J + m \frac{h^2}{4} \right)}_{t=0^+} \omega_0 \Rightarrow \omega_0 = \frac{m v_0 h/2}{J + m h^2/4}$$

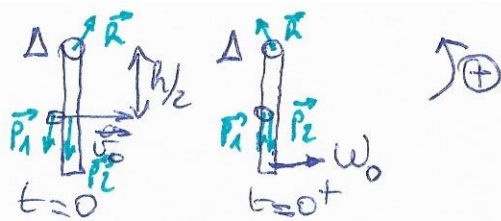
2) APRES le choc, le syst est conservatif (Puisance nulle à la liaison pivot): En prenant $E_{pp}=0$ pour $\theta=0$ (enseigne verticale):

$$\underbrace{\frac{1}{2} \left(J + \frac{m h^2}{4} \right) \omega_0^2 + 0}_{E_c(t=0^-)} = \underbrace{(M+m) g \frac{h}{2} (1 - \cos \theta_{\max}) + 0}_{E_p(\theta_{\max})}$$

$$\Rightarrow \theta_{\max} = \arccos \left(1 - \frac{\left(J + \frac{m h^2}{4} \right) \omega_0^2}{(M+m) g h} \right)$$

3) TEC pendant le choc:

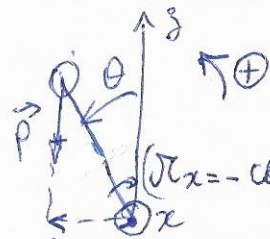
$$\Delta E_c = \frac{1}{2} \left(J + \frac{m h^2}{4} \right) \omega_0^2 - \frac{1}{2} m v_0^2 = W_f \text{ interne } < 0 \text{ (frofté)}$$



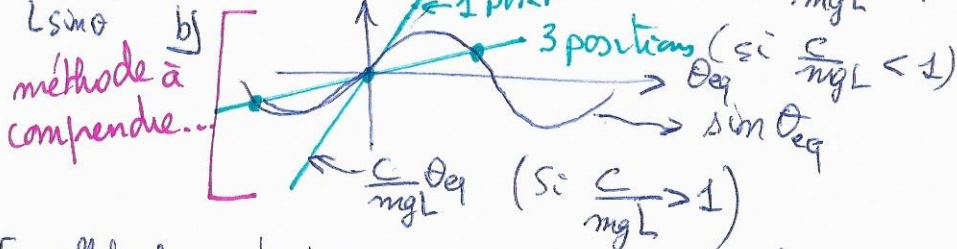
Genarimétrie

1) TRC à { lige + masse }:

$$\frac{d\mathcal{T}_x}{dt} = m L^2 \ddot{\theta} = m g L \sin \theta - C \theta \quad (1)$$



2) A l'éq, $\ddot{\theta}_{eq}=0 \Rightarrow \sin \theta_{eq} = \frac{C}{m g L} \theta_{eq}$



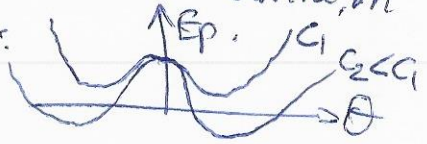
(En effet, la pente de $\sin x$ est 1 en $x=0$...)

3) a) $E_p = m g L (1 - \cos \theta) + \frac{1}{2} C \theta^2$ (pas d' E_p pour liaison pivot qui ne W pas)

b) $\frac{dE_p}{d\theta} = -m g L \sin \theta + C \theta$ (on retrouve θ_{eq} ...)

$$\frac{d^2 E_p}{d\theta^2}(\theta=0) = -m g L + C \Rightarrow \frac{d^2 E_p}{d\theta^2} > 0 \Leftrightarrow C > m g L$$

4) Si $C < m g L$, le poids écarte la position d'équilibre. Mais le terme en θ^2 l'emporte à 1 moment donné, on aura des positions d'éq stables:



5) Petits angles $\Rightarrow$ (1) devient:

$$\ddot{\theta} + \underbrace{\left(\frac{C}{m L^2} - \frac{g}{L} \right)}_{\omega^2} \theta = 0 \Rightarrow \text{donc } T = 2\pi \left(\frac{1}{L} \left(\frac{C}{m L} - g \right) \right)^{-1/2}$$

$$\Leftrightarrow T = \frac{2\pi \sqrt{L}}{\sqrt{g_0 - g}}$$

$\Rightarrow$ Mesurer T permet de mesurer $g_0 - g \Rightarrow$ accès aux petite variations de g autour de g_0 .