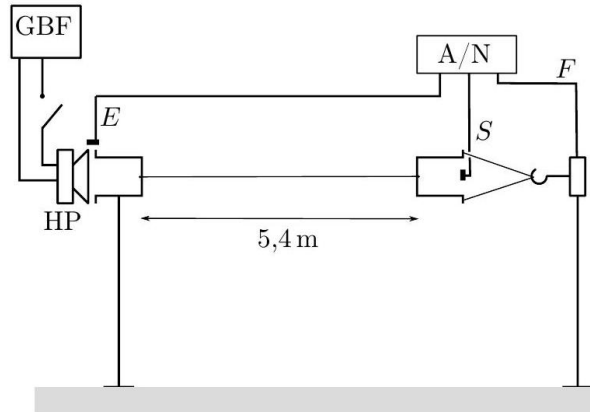


## 1 Exercice 1 Yaourtophone

Superposition et propagation d'ondes

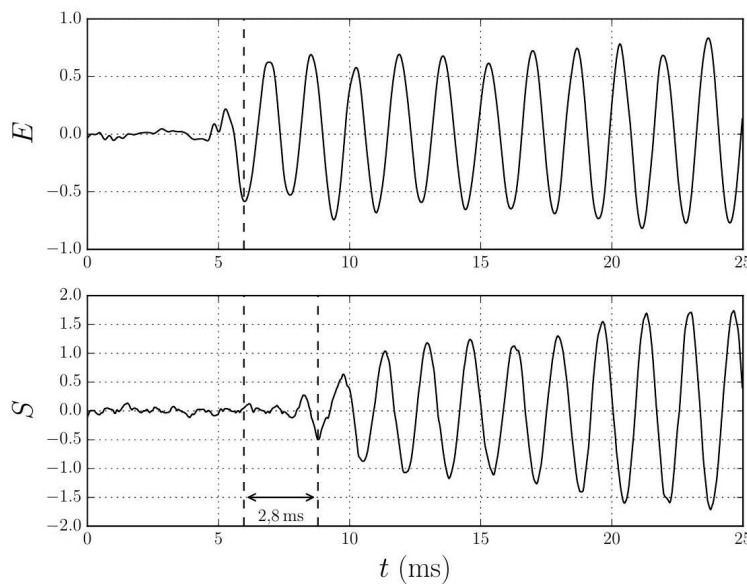
Le téléphone à ficelle est un jouet qui peut être réalisé simplement à l'aide de deux pots de yaourt et d'un bout de ficelle. Le fond de chaque pot est troué en son milieu afin d'y fixer la ficelle. Lorsque celle-ci est tendue, le son émis dans le premier pot s'entend remarquablement bien lorsqu'on place l'oreille devant le second pot.

Le dispositif expérimental présenté sur la figure ci-dessous permet de mesurer la vitesse de propagation du son entre les deux pots.



Un générateur basse fréquence (GBF) est branché sur un haut-parleur placé devant le premier pot ; il délivre une tension sinusoïdale de fréquence  $f = 600 \text{ Hz}$  et d'amplitude  $U_m$ . Un interrupteur commandé électroniquement permet de maîtriser le déclenchement du signal émis. Le second pot fait office de récepteur. Il est relié à un capteur de force qui permet de mesurer la tension  $F$  de la ficelle. Deux micros sont placés respectivement près du pot émetteur et dans le pot récepteur : ils délivrent les tensions  $E$  et  $S$ . Comme le montre la figure ci-dessous, le signal  $S$  présente un retard  $\tau = 2,8 \text{ ms}$  par rapport à  $E$  (avec  $F = 1,7 \text{ N}$ ). Ce retard ne change pas significativement si l'on modifie la tension  $F$ .

La longueur de la ficelle entre les deux pots est  $L = 5,4 \text{ m}$ , sa masse linéique  $\mu = 0,31 \text{ g m}^{-1}$  et on suppose que la transmission du signal se fait suivant un axe  $(Ox)$  entre les deux pots de yaourt.



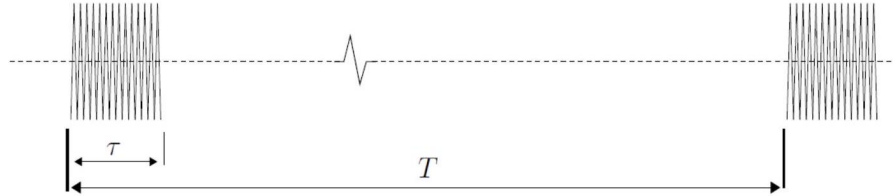
- 1) En négligeant l'atténuation de l'onde le long de la ficelle et en supposant que l'onde est progressive et sinusoïdale de phase à l'origine des temps  $\varphi$ , proposer une forme pour l'onde  $p(x, t)$  qui se déplace suivant la corde en un point de la ficelle de coordonnées  $x$  en fonction de  $P_0$  l'amplitude de cette onde,  $f, x, t, \varphi$  et  $c$  la célérité de l'onde.
- 2) Déduire de l'expérience la célérité  $c$  de l'onde qui se propage entre les deux pots. En comparant la valeur obtenue avec la célérité des ondes acoustiques dans l'air  $c_a$  dans des conditions usuelles, montrer que l'onde s'est bien propagée dans la ficelle et pas dans l'air.
- 3) Dans cette ficelle, deux types d'onde peuvent se propager, des ondes transversales à la célérité  $c_t$  et des ondes longitudinales de célérité  $c_\ell$ . Expliquer en quelques mots la différence entre ces deux types d'ondes.
- 4) On admet que la célérité de ondes transversales s'écrit sous la forme  $c_t = F^\alpha \mu^\beta$  où  $F$  est la tension de la ficelle et  $\mu$  la masse linéique. Déterminer par analyse dimensionnelle les valeurs numériques de  $\alpha$  et  $\beta$ , puis à partir des données de l'énoncé montrer que l'onde se propageant dans le fil est longitudinale et non transversale.
- 5) On admet que la célérité de ondes longitudinales s'écrit sous la forme  $c_\ell = E^\gamma \rho^\delta$  où  $E$  est le module d'Young de dimension  $[E] = ML^{-1}T^{-2}$  et  $\rho$  la masse volumique de dimension  $[\rho] = ML^{-3}$ . Déterminer par analyse dimensionnelle les valeurs numériques de  $\gamma$  et  $\delta$ .
- 6) L'aire de la section droite du fil est de l'ordre de  $S_f = 0,2 \text{ mm}^2$ . Exprimer le module d'Young  $E$  du matériau constituant la ficelle en fonction de  $c$ , la masse linéique  $\mu, S_f$  puis estimer la valeur numérique de  $E$  en GPa (on rappelle que le pascal (Pa) est une unité de pression c'est à dire une force par unité de surface).

## 2 Exercice 2 Principe du RADAR

Un radar (Radio Detection And Ranging) est un appareil utilisant des ondes radio (ondes électromagnétiques de fréquences comprises entre 3MHz et 110GHz selon les applications) pour détecter la présence d'objets mobiles, et pouvant également déterminer leur distance et leur vitesse. On présente ici les principes de ces deux mesures.

### A) Radar monostatique

On s'intéresse d'abord à un radar de type monostatique, c'est-à-dire comportant une unique antenne qui joue alternativement le rôle d'émetteur puis de récepteur. En mode émetteur, le radar émet, avec une période  $T$ , des impulsions prenant la forme de trains d'ondes sinusoidaux de fréquence  $f$  et de durée limitée  $\tau$ . Deux de ces impulsions successives sont représentées sur le schéma ci-dessous (attention il y a une rupture d'échelle de temps due au fait que les durées sont d'ordres de grandeur très différents).

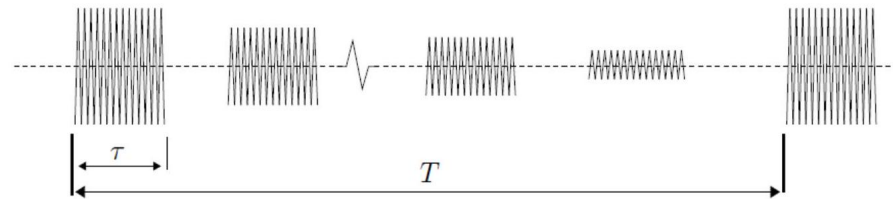


Données : On s'intéresse à un radar qui émet des trains d'onde de fréquence  $f = 2,90\text{GHz}$ , de durée  $\tau = 1,0\mu\text{s}$ , espacées d'une période  $T = 100,0\mu\text{s}$ .

On prendra pour la célérité des ondes électromagnétiques  $c = 3,00 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$ .

#### A. 1 Mesure de la position

L'enregistrement ci-dessous montre deux impulsions émises par le radar, commençant aux instants  $t_0 = 0,0\mu\text{s}$  et  $t_1 = 100,0\mu\text{s}$ , et trois échos renvoyés par des objets, commençant aux instants  $t_A = 3,0\mu\text{s}$ ,  $t_B = 80,0\mu\text{s}$  et  $t_C = 90,0\mu\text{s}$ .



A.1.1 Calculer la longueur d'onde  $\lambda$  des ondes émises pendant une impulsion, et le nombre  $N$  d'oscillations dans chaque impulsion.

A.1.2 Déterminer la distance à laquelle se trouvent les différents objets détectés, en supposant que les ondes se propagent à la même célérité que dans le vide. On rappelle que l'onde émise par le radar est réfléchi sur l'objet avant d'être détectée par le radar.

A.1.3 Comment expliquer la différence d'amplitude entre les impulsions initiales et les échos ?

A.1.4 Sachant que l'antenne ne peut pas détecter de signal reçu tant qu'elle est en train d'émettre une impulsion, montrer qu'il existe une distance minimale  $d_m$  et une distance maximale  $d_M$  en dehors desquelles on ne peut pas détecter la position d'un objet. Calculer leur valeur numérique.

#### A. 2 Mesure de la vitesse

On souhaite mesurer la composante longitudinale  $v$  (c'est-à-dire dans la direction de la ligne de visée du radar) de la vitesse d'un véhicule sur une route. On considérera que le véhicule s'éloigne du radar à la vitesse  $v$  et on prendra pour les applications numériques :  $v = 130 \text{ km h}^{-1}$ .

Mesure directe :

A.2.1 La première méthode consiste à mesurer le décalage temporel entre deux échos successifs. Calculer ce décalage  $\Delta t$ .

A.2.2 D'après le nombre de chiffres significatifs des données, le niveau de précision atteint dans la mesure des durées est-il suffisant pour appliquer cette méthode ?

Mesure indirecte : Les impulsions successives sont envoyées toujours avec la même phase à l'origine (La phase au démarrage de l'impulsion  $n$  est identique à la phase au démarrage de l'impulsion  $n + 1$ ).

A.2.3 On suppose qu'au moment de la réflexion d'une impulsion, le véhicule est situé à la distance  $d$ . Exprimer le déphasage  $\varphi$  perçu au niveau de l'antenne entre le signal de l'impulsion et son écho en fonction de  $f$ ,  $d$  et  $c$ .

A.2.4 Pour deux impulsions successives notées 1 et 2, on mesure la différence  $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$  entre les deux déphasages écho-impulsion. Montrer que  $\Delta\varphi = -2\pi f \frac{2vT}{c}$ . Calculer sa valeur numérique.

A.2.5 Que dire du niveau de précision requis ? Commenter.

### B) Radar bistatique

On utilise maintenant un radar bistatique, comportant deux antennes différentes, l'une jouant constamment le rôle d'émetteur, et l'autre jouant constamment le rôle de récepteur. Le radar émet une onde sinusoidale continue de fréquence  $f$ , qui au niveau de l'antenne s'écrit :

$$s_i(t) = S_i \cos(2\pi ft)$$

On souhaite toujours mesurer la composante longitudinale  $v$  de la vitesse d'un véhicule qui s'éloigne du radar, avec  $v = 130 \text{ km h}^{-1}$ .  
 On note  $d = d_0 + vt$  la distance séparant le véhicule du radar.  
 Le signal réfléchi reçu par la seconde antenne s'écrit :

$$s_r(t) = S_r \cos(2\pi ft + \varphi(t))$$

où  $\varphi(t)$  est le déphasage relatif au signal  $s_i(t)$ , qui dépend du temps puisque la distance  $d$  en dépend.

B. 1 Montrer que  $\varphi(t)$  s'écrit dans le cas où  $v \ll c$  :  $\varphi(t) = -4\pi f \frac{d_0 + vt}{c}$ .

B. 2 En déduire que le signal reçu  $s_r(t)$  a en réalité une fréquence effective  $f_0$  différente de  $f$ . Exprimer la différence  $\Delta f = f_0 - f$ .  
 Faire l'application numérique, en prenant toujours  $f = 2,90 \text{ GHz}$ .

B. 3 Pour mesurer  $\Delta f$ , on réalise un traitement électronique qui consiste à superposer les signaux  $s_i(t)$  et  $s_r(t)$ .

B.3.1 Représenter l'allure du signal  $s_i(t) + s_r(t)$  sachant que  $\Delta f \ll f$ .

B.3.2 Comment peut-on mesurer  $\Delta f$ ? Justifier votre réponse.

B.3.3 Le niveau de précision requis est-il atteint? Au regard des trois méthodes exposées pour mesurer la vitesse, laquelle est la plus efficace en terme de précision?

### 3 Ondes sonores dans un didjéridoo

Le son de base du didjéridoo, appelé le bourdon, est obtenu avec les lèvres desserrées. En comprimant les joues et en avançant la langue, on peut en modifier le timbre en l'enrichissant de nouvelles harmoniques.

On modélise le didjéridoo comme un tuyau sonore de longueur  $L$  fermé à une extrémité (côté bouche, gauche par convention) et ouvert à l'autre (côté droit). On considérera qu'il existe un nœud de vibration à l'extrémité gauche et un ventre à l'extrémité droite. Pour le mode fondamental de vibration, un unique nœud est situé au niveau de l'extrémité gauche, et un unique ventre est situé au niveau de l'extrémité droite.

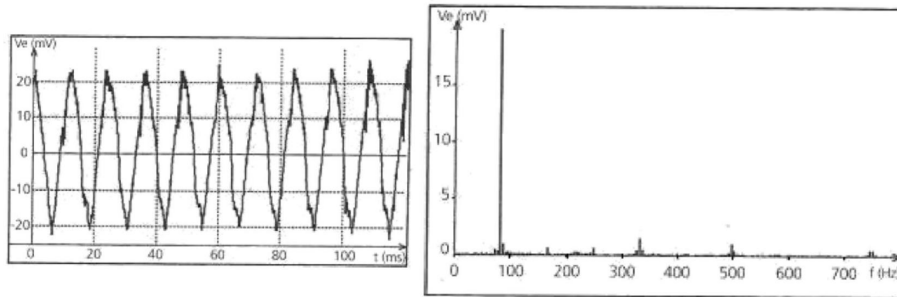
Donnée : Célérité du son dans l'air dans les conditions de l'expérience,  $c = 340 \text{ ms}^{-1}$ .

1) Comment qualifie-t-on les ondes qui se forment à l'intérieur de l'instrument?

2) Schématiser le didjéridoo en positionnant le ventre et le nœud dans le mode fondamental. Exprimer la longueur d'onde du mode fondamental  $\lambda_1$  en fonction de la longueur  $L$  du didjéridoo.

3) En utilisant les questions précédentes, déduire la fréquence  $f_1$  du mode fondamental.

Un enregistrement du son de base d'un didjéridoo (le bourdon) donne l'oscillogramme ci-dessous, dont on donne aussi le spectre en amplitude.

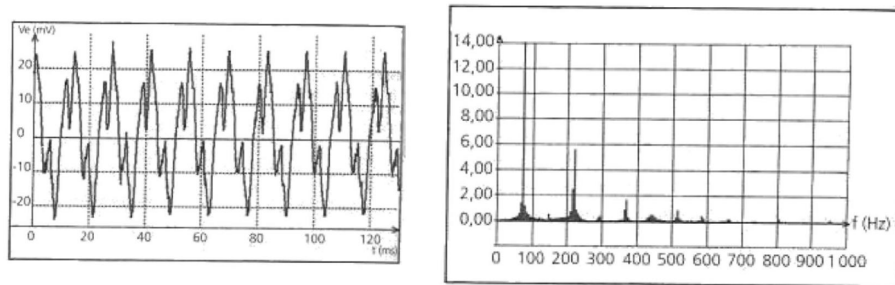


4) Déterminer à partir de cet oscillogramme la fréquence  $f_1$  du mode fondamental. La hauteur de ce son correspond-elle à un son grave ou à un son aigu?

5) En déduire la longueur  $L$  du didjéridoo utilisé.

6) Quelle devrait être la longueur minimale d'un tuyau ouvert aux deux extrémités (type flute) pour donner une note de même hauteur?

Avec un second didjéridoo de longueur différente  $L'$ , on enregistre un son dont l'oscillogramme et le spectre sont représentés ci-dessous.



7) Déterminer la fréquence  $f'_1$  du mode fondamental.

8) Déterminer numériquement la longueur  $L'$  de ce second instrument et la comparer à la longueur  $L$  du premier didjéridoo.

9) Déterminer le rang  $n$  de l'harmonique ayant la plus grande amplitude après le fondamental.

10) Représenter les nœuds et les ventres de vibration correspondant à l'harmonique déterminé à la question précédente. Exprimer la longueur  $L'$  en fonction de la longueur d'onde  $\lambda_n$  de cet harmonique.

11) Généraliser cette dernière relation pour  $n$  quelconque.

Un concert est donné avec deux didjéridos. À 2 mètres des musiciens, on mesure le niveau sonore en décibels acoustiques (dB) produit par chacun des deux instruments :  $L_{S1} = 72 \text{ dB}$  et  $L_{S2} = 75 \text{ dB}$ .

On rappelle que l'intensité en décibels  $L_S$  est reliée à l'intensité de l'onde sonore par  $L_S = 10 \log \frac{I}{I_0}$  où  $I_0 = 1 \times 10^{-12} \text{ W m}^{-2}$  représente l'intensité sonore de référence (seuil de sensibilité de l'oreille humaine standard).

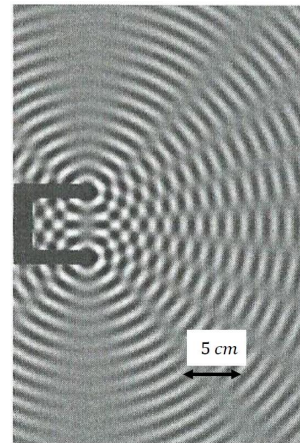
- 12) Déterminer les intensités sonores  $I_1$  et  $I_2$  émises par chacun des instruments à la distance  $d = 2,0$  m.  
 13) En déduire l'intensité en décibels  $L_S$  perçue à la distance  $d$  dans ce cas.

#### 4 Vibrations à la surface d'une cuve à ondes

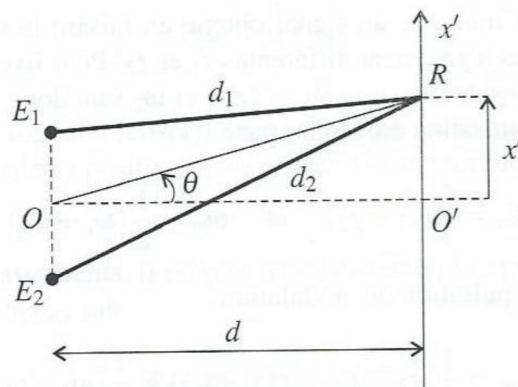
Une fourche à deux extrémités vibre en frappant la surface de l'eau d'une cuve à onde en deux points  $E_1$  et  $E_2$ . Les deux pointes distantes de  $a$  frappent en même temps, à intervalles réguliers, la surface de l'eau, générant des ondes sinusoïdales de même amplitude et de même fréquence. La figure est claire là où la surface de l'eau est convexe et foncée là où elle est concave (cf figure ci-dessous).

Les vibrations produites en un point  $R$  de la surface de l'eau par ces deux sources s'écrivent respectivement  $u_1(R, t)$  et  $u_2(R, t)$ .

- 1) A partir de l'énoncé, peut-on faire l'hypothèse que les vibrations émises par  $E_1$  et  $E_2$  sont en phase au moment de l'émission ?
- 2) On observe des franges à la surface de l'eau (cf figure ci-contre). Comment appelle-t-on ce phénomène ?



Nous allons étudier la vibration résultante en un point  $R$  quelconque de la surface de l'eau. Pour cela, nous adopterons les notations de la figure présentées ci-dessous :



- 3) On note  $u_1(R, t) = A \cos(\omega t + \varphi_1)$  et  $u_2(R, t) = A \cos(\omega t + \varphi_2)$  les vibrations en  $R$ . Pourquoi les signaux arrivant en  $R$  sont-ils déphasés ? On note  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  la norme du vecteur d'onde, avec  $\lambda$  pour la longueur d'onde. Exprimer le déphasage  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$  en fonction de  $k$ ,  $d_1$  et  $d_2$ . On note  $\delta = d_2 - d_1$  la différence de marche entre les deux vibrations en  $R$ . Exprimer  $\varphi$  en fonction de  $\delta$  et  $\lambda$ .
- 4) Déterminer l'amplitude  $A_{\text{res}}$  de la vibration résultante en un point  $R$  quelconque en fonction de  $A$  et de  $\varphi$ .
- 5) Montrer que l'amplitude passe par des maxima et des minima que l'on déterminera pour certaines valeurs de  $\varphi$  que l'on exprimera en fonction d'un entier relatif noté  $n$ .
- 6) Déterminer l'expression de  $\delta$  en fonction de  $n$  et de  $\lambda$  pour laquelle les interférences sont constructives en  $R$ . Même question pour des interférences destructives en  $R$ .
- 7) On fait l'hypothèse que pour de petits angles (angle  $\theta$  ne dépassant pas les  $20^\circ$ ) la différence de marche en un point  $R$  situé sur l'axe  $(O'x')$  peut s'exprimer sous la forme  $\delta = \frac{ax'}{d}$ . Déterminer l'interfrange  $i$  de la figure d'interférence en fonction de  $\lambda$ ,  $d$  et  $a$ .
- 8) Vérification expérimentale :

8.a. En tenant compte de l'échelle indiquée sur la figure expérimentale, déterminer la longueur d'onde  $\lambda$  et la distance  $a$  entre les deux pointes. L'expression de l'interfrange (établie à la question précédente) est-elle vérifiée ? Justifier.

8.b. La fréquence de vibration est  $f = 20$  Hz. Déterminer la célérité  $c$  des ondes à la surface de l'eau dans la cuve à onde.

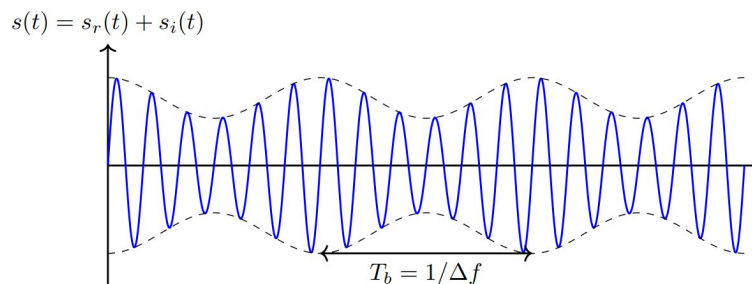
# Corrigé DM Ondes

## Exercice 1 Yaourtophone

1. D'après les données de l'énoncé :  $p(x, t) = P_0 \cos(2\pi f(t - \frac{x}{c}) + \varphi)$ . On précise ici que le temps  $t$  ne peut avoir la même origine des temps que sur les figures expérimentales proposées (nouvelle origine des temps lorsque le signal est reçu).
2.  $c = \frac{L}{\tau} = 1,9 \times 10^3 \text{ ms}^{-1}$ . On obtient ainsi une vitesse environ cinq fois plus grande que la vitesse du son dans l'air ( $c_a \simeq 350 \text{ ms}^{-1}$ ), ce qui suggère que le son a été transmis par la ficelle.
3. Dans une onde transverse, la perturbation est orthogonale au déplacement de l'onde alors que pour une onde longitudinale la perturbation est selon la direction de propagation de l'onde.
4. L'analyse dimensionnelle donne  $[c_t] = [F^\alpha] [\mu^\beta]$  soit  $LT^{-1} = M^\alpha L^\alpha T^{-2\alpha} M^\beta L^{-\beta}$ . Par identification on a  $\alpha + \beta = 0$ ,  $\alpha - \beta = 1$  et  $-2\alpha = -1$  soit  $\alpha = \frac{1}{2}$  et  $\beta = -\frac{1}{2}$ . On a ainsi  $c_t = \sqrt{\frac{E}{\mu}}$ . L'énoncé nous précise que le retard enregistré est indépendant de  $T$ , ce qui implique que le son se propage le long de la ficelle essentiellement via une onde longitudinale. L'application numérique donne  $c_t = 74 \text{ ms}^{-1}$  et confirme que  $c_t$  n'est pas compatible avec la mesure de  $c$ .
5. Par un raisonnement analogue à la question précédente,  $[c_\ell] = [E]^\gamma [\rho]^\delta$ , soit  $LT^{-1} = M^\gamma L^{-\gamma} T^{-2\gamma} M^\delta L^{-3\delta}$  soit par identification  $\delta + \gamma = 0$ ,  $-3\delta - \gamma = 1$  et  $-2\gamma = -1$  soit  $\gamma = \frac{1}{2}$  et  $\delta = -\frac{1}{2}$ , soit  $c_\ell = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$ .
6.  $c_\ell = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$  où  $\rho$  est la masse volumique de la ficelle. Comme  $\rho = \mu/S = 1,6 \times 10^3 \text{ kg m}^{-3}$ , on en déduit une estimation du module d'Young du matériau constituant la ficelle :  $E = \rho c^2 = 5,6 \text{ GPa}$ .

## Exercice 2 Principe du RADAR A Radar monostatique

- A.1.  $1\lambda = \frac{c}{f} = 10,3 \text{ cm}$  et  $N = \tau f = 2,90 \times 10^3$  oscillations.
- A.1.2 En l'absence de données supplémentaires on suppose que les échos proviennent de la dernière impulsion émise. La distance parcourue est le double de la distance radar-véhicule, d'où  $d_X = \frac{1}{2} c t$  avec  $X$  égal à A ou B ou C. On obtient  $d_A = 0,45 \text{ km}$ ,  $d_B = 12,0 \text{ km}$  et  $d_C = 13,5 \text{ km}$ . Remarque : ces valeurs très élevées correspondent en fait à des signaux reçus par un radar de contrôle aérien.
- A.1.3 L'onde émise par l'antenne du radar se propage dans toutes les directions de l'espace (pas de manière uniforme...), donc comme pour une onde sphérique l'amplitude de l'onde s'atténue à mesure que l'on s'éloigne de la source. Plus l'objet réfléchissant est éloigné, plus l'impulsion qu'il reçoit est de faible amplitude, ce que l'on retrouve sur le schéma.
- A.1.4 Pour que l'écho soit interprétable, il doit arriver après la fin de l'impulsion, mais se terminer avant le début de l'impulsion suivante. La durée du trajet est donc dans l'intervalle  $[\tau, T - \tau]$ , donc la distance entre  $d_m = \frac{1}{2} c \tau = 150 \text{ m}$  et  $d_M = \frac{1}{2} c (T - \tau) = 14,9 \text{ km}$ .
- A.2.1 On note  $d_0$  la distance radar-véhicule au début de la première impulsion ( $t = 0$ ). Les instants de réception des deux échos successifs sont  $t_1 = \frac{2d_0}{c}$  et  $t_2 = T + \frac{2(d_0 + vT)}{c}$ . D'où  $\Delta t = T + \frac{2vT}{c} = 100 \text{ ps}$ . (Dans un calcul plus précis on prend en compte le fait que la voiture s'est déplacée entre le moment de l'émission et celui de la réflexion, ce qui introduit un facteur multiplicateur  $(1 + \frac{v}{c})$  devant les durées de propagation. Compte-tenu des valeurs numériques on a  $v \ll c$  et cette correction n'est pas nécessaire ici.
- A.2.2 La différence avec  $T$  est  $\frac{2vT}{c} \simeq 1 \times 10^{-11} \text{ s}$ , ce qui est bien en dessous de la précision affichée ( $1 \times 10^{-7} \text{ s}$ ). Ce protocole de mesure paraît donc inadapté ici.
- A.2.3 Il s'agit en fait du même calcul que précédemment, mais on traduit les durées en déphasage :  $\varphi = -2\pi f t_1$ , soit  $\varphi = -4\pi f \frac{d}{c}$ . En effet l'écho est en retard de phase par rapport au signal émis au niveau du radar.
- A.2.4 Le second vaut  $\varphi_2 = -2\pi f t_2 = -2\pi f \frac{2(d_0 + vT)}{c}$  d'où  $\Delta\varphi = -2\pi f \frac{2vT}{c} = -0,44 \text{ rad}$ .
- A.2.5 Cela représente environ 7% d'une période. Pour mesurer ce déphasage, il faut donc avoir une précision au plus de l'ordre de 1%, ce qui est facilement accessible si l'on est capable d'accéder directement à la mesure de  $\Delta\varphi$  sans passer par une mesure temporelle (par exemple en mesurant la moyenne du produit des deux signaux...).
- B Radar bistatique
- B. 1 Comme précédemment, on considère un temps d'aller-retour de  $\frac{2d}{c}$  d'où un déphasage  $\varphi(t) = -2\pi f \frac{2}{c} (d_0 + vt)$ . (De nouveau un calcul plus exact prend en compte le déplacement de la voiture pendant le temps  $\delta t$  de propagation de la lumière via  $\varphi(t) = -4\pi f \frac{d}{c} (d_0 + v(t - \delta t))$ . Cela conduit à  $\delta t = \frac{v}{v+c} t + \frac{d_0}{v+c}$  et  $\varphi(t) = -4\pi f \frac{d}{c} (d_0 + \frac{vc}{v+c} (t - \frac{d_0}{c}))$ . Comme ici  $\frac{v}{c} \ll 1$ , on peut toujours négliger cette correction).
- B.  $2s_r(t) = S_r \cos(2\pi f(1 - \frac{2v}{c})t + 4\pi f \frac{d_0}{c})$ . Par identification le signal a donc une fréquence  $f' = f(1 - \frac{2v}{c})$ . L'écart de fréquence  $\Delta f$  s'écrit alors  $\Delta f = -\frac{2v}{c} f = -698 \text{ Hz}$ .

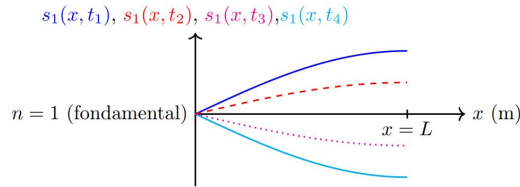


- B.3.2 La mesure de la période de battement  $T_b = \frac{1}{\Delta f}$  ou le temps qu'il faut pour que le signal émis gagne un tour sur le signal reçu permet de mesurer  $\Delta f$ .
- B.3.3  $T_b = \frac{1}{\Delta f} = 1,4 \times 10^{-3} \text{ s}$ . Cette durée est facilement mesurable, notamment pour les conditions de l'énoncé où les temps sont déterminés à  $1 \times 10^{-7} \text{ s}$  près. Cette dernière méthode présente l'avantage d'être d'autant plus précise que la vitesse  $v$  est faible ( $T_b$

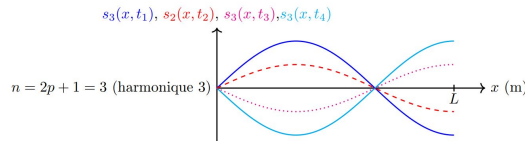
augmente quand  $v$  diminue, donc la mesure devient plus facile), au contraire des 2 autres méthodes. Elle sera donc préférable pour de faibles vitesses. Pour des vitesses suffisamment rapides la seconde méthode présente l'avantage de ne nécessiter qu'une seule antenne.

### Exercice 3 Ondes sonores dans un didjéridoo

- L'existence de nœuds et de ventres laisse penser qu'il s'agit d'ondes stationnaires. C'est le principe général des instruments de musique. Les deux conditions aux limites introduisent un changement brutal de milieu : bouchon, ou fin du guide d'onde. Dans les deux cas cette discontinuité génère une onde réfléchi. Par superposition de réflexions multiples on obtient une onde stationnaire. (En réalité les réflexions n'étant pas parfaites, les amplitudes des ondes progressives décroissent au gré des réflexions successives. Ceci implique que l'onde n'est pas parfaitement stationnaire : en réalité elle dissipe ou rayonne à l'extérieur une partie de l'énergie, ce qui est compensé par l'apport continu par l'instrumentiste. Il se produit d'ailleurs la même chose pour la corde de Melde.)
- La distance séparant un nœud et un ventre consécutif est  $\frac{\lambda_1}{4}$ . Soit  $\lambda_1 = 4L$ .



- On a  $\lambda_1 = \frac{c}{f_1}$  d'où  $f_1 = \frac{c}{4L}$
- En utilisant l'oscillogramme, on mesure une période  $T_1 \simeq 12$  ms, d'où  $f_1 = \frac{1}{T_1} = 83$  Hz. Cette valeur coïncide avec celle déduite du spectre en considérant le pic du 6<sup>e</sup> harmonique :  $5,0 \times 10^2 \cdot 6 = 83$  Hz. Il s'agit d'un son grave, ce qui est cohérent avec l'idée qu'on peut se faire d'un didjéridoo.
- $L = \frac{c}{4f_1} = 1,0$  m
- On considère la même note, soit la même longueur d'onde du fondamentale. En revanche pour un tuyau ouvert, on aurait un ventre de chaque côté et la distance entre deux ventres consécutifs est égal à  $\frac{\lambda}{2}$ . On obtiendrait une longueur  $L_o = 2L = 2,0$  m.
- A l'aide de l'oscillogramme, on trouve  $8T = 0,11$  s soit  $f'_1 = 73$  Hz.
- $L' = \frac{c}{4f'_1} = 1,2$  m. On obtient un didjéridoo plus long.
- L'harmonique  $n = 2$  étant absent, le plus important ensuite est l'harmonique de rang  $n = 3$ .
- Pour le mode  $n = 3$ , on observe deux ventres et deux nœuds. La longueur  $L' = \frac{3\lambda'_3}{4}$  et  $f'_3 = \frac{3c}{4L'} = 3f'_1$ .



- On comprend que compte-tenu des conditions aux limites ( N et V ), la succession naturelle des modes propres correspond aux harmoniques impairs, ce qui se vérifie sur le spectre. En effet il y a forcément un nombre impair d'intervalles N – V ou V – N, donc  $(2p + 1)\frac{\lambda}{4} = L'$  avec  $p \in \mathbb{N}$ , soit  $f'_{2p+1} = (2p + 1)f'_1$ .
- D'après la relation fournie  $I_k = I_0 10^{\frac{L_S k}{10}}$  avec  $k$  pouvant prendre la valeur 1 ou 2 . On obtient  $I_1 = 1,6 \times 10^{-5}$  W m<sup>-2</sup> et  $I_2 = 3,2 \times 10^{-5}$  W m<sup>-2</sup>.
- On additionne les intensité  $I = I_1 + I_2$  et  $L_S = 10 \log \frac{I}{I_0}$ . L'application numérique donne  $L_S = 77$  dB.

### Exercice 4 Vibrations à la surface d'une cuve à ondes

- Compte tenu de l'énoncé (existence d'une fourche), on peut dire que les vibrations émises par et sont en phase au moment de l'émission. On observe également sur la figure qu'à une même distance de  $E_1$  et  $E_2$ , on observe les mêmes couleurs (pour des distances de l'ordre de la longueur d'onde).
- On observe des interférences à la surface de la cuve à ondes (zone uniforme grisée où l'amplitude des oscillations est faible).
- En  $R$ , les signaux sont déphasés parce qu'ils n'ont pas parcouru la même distance. Les vibrations  $u_1(R, t)$  et  $u_2(R, t)$  sont caractéristiques d'ondes sinusoïdales progressives :  $u_1(R, t) = A \cos(\omega t - kd_1)$  et  $u_2(R, t) = A \cos(\omega t - kd_2)$ . Ainsi  $\varphi_1 = -kd_1$  et  $\varphi_2 = -kd_2$  avec  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$  la norme du vecteur d'onde. Le déphasage entre les deux ondes en  $R$  s'écrit :  $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2 = k\delta = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$ .
- $u(R, t) = A \cos(\omega t + \varphi_1) + A \cos(\omega t + \varphi_2)$ . On utilise la relation  $\cos p + \cos q = 2 \cos\left(\frac{p+q}{2}\right) \cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$ . On a ainsi  $u(R, t) = 2A \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \cos\left(\omega t + \frac{\varphi_1 + \varphi_2}{2}\right)$ . On retrouve ainsi un signal sinusoïdal d'amplitude  $A_{\text{res}} = 2A \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right)$ .
- L'amplitude de la vibration résultante  $A_{\text{res}}$  est : - maximale pour  $\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = \pm 1$  soit pour  $\varphi = 2n\pi$  avec  $n \in \mathbb{Z}$ . Dans ces conditions  $A_{\text{res}} = 2A$  : il y a interférence constructive en  $R$ . - minimale pour  $\cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) = 0$  soit pour  $\varphi = (2n + 1)\pi$ . Dans ces conditions,  $A_{\text{res}} = 0$  et il y a interférences destructives en  $R$ .
- En reprenant l'expression de  $\varphi = \frac{2\pi\delta}{\lambda}$ , les interférences sont constructives pour  $\delta = n\lambda$  et destructives pour  $\delta = \left(n + \frac{1}{2}\right)\lambda$ .
- D'après la relation fournie  $\delta = \frac{ax'}{d}$  et pour des interférences constructives d'ordre  $n$ ,  $\delta = n\lambda$ . On définit alors les positions consécutives d'interférences constructives  $x'_n = n\frac{\lambda d}{a}$  et  $x'_{n+1} = (n + 1)\frac{\lambda d}{a}$  et l'interfrange  $i$  correspond à la distance entre ces deux positions :  $i = x'_{n+1} - x'_n = \frac{\lambda d}{a}$ .
- a. Mesures sur la bissectrice des deux pointes  $E_1$  et  $E_2$  : sur 2,4 cm on compte  $11\lambda$ . En tenant compte de l'échelle :  $\lambda = 1,2$  cm et  $a = 5,8$  cm. Si on mesure l'interfrange sur la bissectrice à droite de la figure, en tenant compte de l'échelle :  $i = 3,8$  cm pour  $d = 18,3$  cm. La formule  $i = \frac{\lambda d}{a}$  conduit à  $i = 3,8$  cm. La formule bien est vérifiée.
- b. Avec  $f = \frac{c}{\lambda}$ , on peut déterminer la célérité des ondes à la surface de l'eau :  $c = \lambda f = 0,24$  m s<sup>-1</sup>.