Corrigé TD Machines Thermiques

Pompe à chaleur domestique

1) $T_c \xleftarrow{Q_c<0} \text{PaC} \xleftarrow{Q_f>0} T_f$, $\uparrow W>0$

2) Cycle de Carnot (2 ad, 2 isoth)

3) cf cours ... $e_m = -\frac{Q_c}{W} \overset{rev}{=} \frac{T_c}{T_c-T_f}$ AN : $e_{max} = 18$

Pour 1 J électrique consommé, on récupère 18 J thermiques.

4) $P_{elec} = \frac{P_{th}}{e} = \frac{-Q_c}{\Delta t \times e} = \frac{200\,MJ}{3600\,s \times 18} = 3{,}0\,kW$

Pompe à chaleur à température évolutive

1) On ne peut pas raisonner sur tout le fonctionnement : quelle température choisir pour la masse d'eau ?
⇒ on raisonne sur 1 cycle élémentaire :
$\begin{cases} \text{- température } T \\ \text{- élévation de température } dT \end{cases}$

Sur ce cycle : $\begin{cases} \delta W + \delta Q_c + \delta Q_f = 0 \quad (1) \\ \frac{\delta Q_c}{T} + \frac{\delta Q_f}{T_0} \overset{rev}{=} 0 \quad (2) \end{cases}$ sources : $\begin{cases} c \to \text{eau}(T) \\ f \to \text{lac}(T_0) \end{cases}$

δQ_c perdue par la masse d'eau

or $\delta Q_c = -M c_p dT$ (1er P pour l'eau qui s'échauffe à $P =$ cste)

d'où en intégrant (2) $-M c_p \int_{T_i}^{T_f} \frac{dT}{T} + \int \frac{\delta Q_f}{T_0} = 0 \Rightarrow -M c_p \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right) + \frac{Q_f}{T_0} = 0$

$\Rightarrow Q_f = M c_p T_0 \ln\left(\frac{T_f}{T_i}\right)$

$\boxed{Q_f = 150\,MJ = Q_2}$

D'autre part $Q_C = -M c_p \Delta T = -M c_p (T_f - T_i)$

$\boxed{Q_c \overset{AN}{=} -167\,MJ = Q_1}$

2) $W = -Q_1 - Q_2 = 17\,MJ$

3) $\Delta S_{lac} = \frac{-Q_2}{T_0} = -0{,}53\,MJ\,K^{-1}$ (<0, le lac a cédé de l'énergie thermique)

perdu par le lac

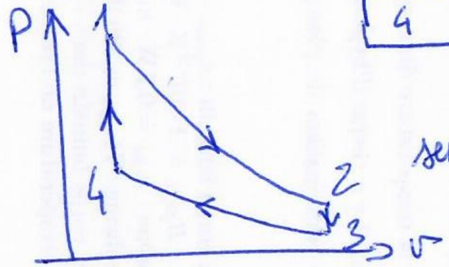
4) $e = \frac{-Q_c}{W} = -\frac{Q_1}{W} = 9{,}8$

Cycle de Stirling

(avec $PV = nRT$, $n = \frac{1}{29} = 3{,}45\,10^{-2}$ mol)

	P	V	T
1	40	0,08	1116
2	3,72	0,86	1116
3	1	0,86	300
4	10,75	0,08	300

2)



sens horaire : cycle moteur

3) isochore ⇒ $W = 0$, $\Delta U_{isochore} = Q_v = n C_v \Delta T$

or les T_i et T_f sont inversés ⇒ les Q aussi.

4) $\rho \overset{moteur}{=} \frac{-W}{Q_{12}}$. Or $W = -(Q_{12} + Q_{34})$

$\Rightarrow \rho = 1 + \frac{Q_{34}}{Q_{12}}$

1-2 : détente isotherme GP : $\Delta U_{12} = 0 = W_{12} + Q_{12}$

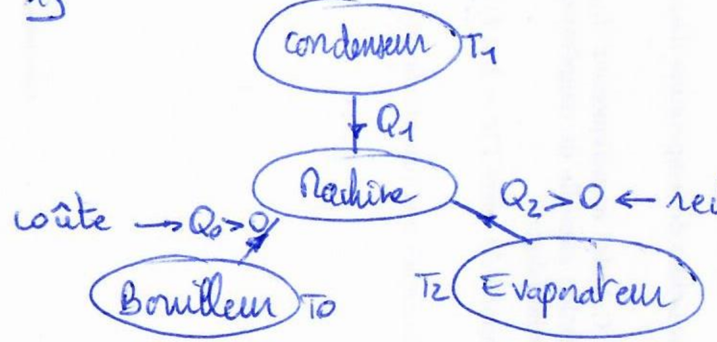
$\Rightarrow Q_{12} = -W_{12} \overset{isoth}{=} + nRT_1 \ln\frac{V_2}{V_1}$, De $\hat{m}$, $Q_{3-4} = +nRT_2 \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = -nRT_2 \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)$

Finalement, $\boxed{\rho = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 0{,}73}$

5) Moteur de Carnot (réversible)

Réfrigérateur à absorption

1)



$\Rightarrow \boxed{e = \frac{Q_2}{Q_0}}$

2) Sur 1 cycle $\Delta U = 0 = Q_0 + Q_1 + Q_2$ (1)

rev (efficacité max) $\Delta S = 0 \overset{\text{rev}}{=} \frac{Q_0}{T_0} + \frac{Q_1}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2}$ (2)

On doit éliminer $Q_1 \overset{(1)}{=} -(Q_0 + Q_2)$

$\overset{(2)}{\Rightarrow} \frac{Q_0}{T_0} - \frac{Q_0 + Q_2}{T_1} + \frac{Q_2}{T_2} = 0 \Leftrightarrow Q_2\left(\frac{1}{T_2} - \frac{1}{T_1}\right) + Q_0\left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1}\right) = 0$

Donc $\boxed{e = \frac{Q_2}{Q_0} = \frac{(T_0 - T_1)}{T_0 T_1} \frac{T_1 T_2}{T_1 - T_2} = \frac{T_2}{T_0}\left(\frac{T_0 - T_1}{T_1 - T_2}\right)}$

Moteur Diesel à double combustion

1) • 1-2 ad rev, gp $\xrightarrow{\text{Laplace}} T_2 = T_1\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \Rightarrow \boxed{T_2 = T_m \beta^{\gamma-1} = 910\,K}$

• 2-3 isochore $\Rightarrow \frac{nR}{V} = \frac{P_3}{T_3} = \frac{P_2}{T_2} \xrightarrow{\text{énoncé}} T_3 = \frac{T_2 P_M}{P_2}$

or $P_2 = P_1 \left(\frac{V_M}{V_m}\right)^{\gamma} = \beta^{\gamma} P_m$ — d'où $T_3 = \frac{P_M T_m \beta^{\gamma-1}}{P_m \beta^{\gamma}} = \frac{P_M T_m}{\beta P_m}$

$\boxed{T_3 \overset{AN}{=} 1034\,K}$

• 4-5 ad rev, gp $\xrightarrow{\text{Laplace}} T_4^{\gamma} P_4^{1-\gamma} = T_M^{\gamma} P_M^{1-\gamma} = T_5^{\gamma} P_5^{1-\gamma}$ (1)

or 5 → 1 isochore $\Rightarrow \frac{P_5}{T_5} = \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_m}{T_m} \Rightarrow P_5 = \frac{P_m T_5}{T_m}$

(1) $\Rightarrow T_M^{\gamma} P_M^{1-\gamma} = T_5^{\gamma} T_5^{1-\gamma} \left(\frac{P_m}{T_m}\right)^{1-\gamma}$

$\Rightarrow \boxed{T_5 = T_M^{\gamma} T_m^{1-\gamma} \left(\frac{P_M}{P_m}\right)^{1-\gamma}} = T_M \left(\frac{T_m}{T_M} \frac{P_M}{P_m}\right)^{1-\gamma}$

AN: $\boxed{T_5 = 890\,K}$

2) • 2 → 3 isochore $\Rightarrow \Delta U_{2-3} = Q_{2\to3} + \overset{W}{0} = \frac{nR}{\gamma - 1}(T_3 - T_2)$

• 3 - 4 isobare $\Rightarrow \Delta H_{2-3} = Q_{3-4} = \frac{\gamma n R}{\gamma - 1}(T_4 - T_3)$

$\Rightarrow Q_C = \frac{\overset{1\,kg}{m}}{M} \frac{R}{\gamma - 1}\left[T_3 - T_2 + \gamma(T_4 - T_3)\right]$

$\boxed{Q_C \overset{AN}{=} 1{,}13\ MJ\,kg^{-1}}$

3) $5 \to 1$ isochore, $\Delta U_{5-1} = Q_{5\to 1} + \delta W = \frac{nR}{\gamma-1}(T_1 - T_5)$

D'où $\boxed{q_f = \frac{\overset{1\,kg}{m}}{M}\frac{R}{\gamma-1}(T_1 - T_5) = -420 \text{ kJ kg}^{-1}}$

4) 1er P sur 1 cycle : $\boxed{w = -q_f - q_c = -710 \text{ kJ kg}^{-1}}$

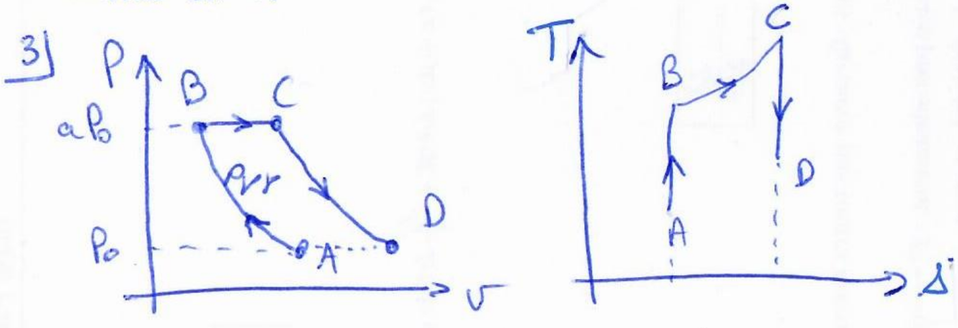
5) $\boxed{\rho = -\frac{w}{q_c} = 63\%}$ (très élevée, transfos idéalisées)
(en vrai $\simeq 40\%$)

Turboréacteur

1) Peu de carburant, beaucoup d'air $\Rightarrow$ le changement de composition de l'air est négligeable.

2) Tout se passe comme si l'air chaud en D était refroidi de manière isobare pour être de nouveau admis en A

3)



4) Pour 1 kg d'air, $\Delta_{A\to D}(h + e_c + e_p) = w_u + q$

$w_u = 0$: toute l'énergie cédée est récupérée

$q = \underbrace{\cancel{q_{AB}}}_{0} + q_{BC} + \underbrace{\cancel{q_{CD}}}_{0} = h_C - h_B$ (isobares $q_p = \Delta h$)

adiab

- On recherche un gain en énergie cinétique

$$\Delta e_{c\,A\to D} \overset{1er\,P}{=} q_{BC} - \Delta h_{A\to D} = h_C - h_B - (h_D - h_A)$$

- On "paye" $q_{BC} = h_C - h_B$

D'où $\rho = \frac{\Delta e_c}{q_{BC}} = 1 - \frac{h_D - h_A}{h_C - h_B}$

Or pour le GP, $\Delta h = c_p \Delta T \Rightarrow \rho = 1 - \frac{T_D - T_A}{T_C - T_B}$

AB et CD ad rev du GP $\Rightarrow \begin{cases} T_A^{\gamma} P_A^{1-\gamma} = P_B^{1-\gamma} T_B^{\gamma} \\ T_C^{\gamma} P_C^{1-\gamma} = T_D^{\gamma} P_D^{1-\gamma} \end{cases}$

Donc $T_B = T_A\, a^{(\gamma-1)/\gamma}$

$T_C = T_D\, a^{(\gamma-1)/\gamma}$ et $\rho = 1 - \frac{T_D - T_A}{(T_D - T_A)a^{(\gamma-1)/\gamma}}$

$\Rightarrow \boxed{\rho = 1 - a^{(1-\gamma)/\gamma}}$