

**Problème 1 : Moteur de Stirling.**

Le moteur de Stirling est constitué de deux chambres, une chaude, une froide, reliées par un régénérateur de volume constant pouvant être constitué de fils de cuivre tressés. Le gaz, en circuit fermé, reçoit un transfert thermique d'une source chaude et cède un transfert thermique à la source froide. Le rôle du régénérateur, base de l'invention de Stirling, est fondamental pour obtenir une bonne efficacité. Dans son brevet original de 1816, Stirling explique que le gaz chaud entre dans la partie chaude du régénérateur et est progressivement refroidi durant son parcours pour ressortir par l'autre extrémité à une température presque identique à la température de la source froide. Dans le parcours inverse, le gaz est progressivement réchauffé. Cette astuce technologique permet d'avoir une partie des échanges thermiques internes au moteur.

**Données :**

- Constante des gaz parfaits :  $R = 8,314 \text{ J.mol}^{-1}.\text{K}^{-1}$ .
- Pour le dihydrogène  $\text{H}_2$  :  $M(\text{H}_2) = 2,00.10^{-3} \text{ kg.mol}^{-1}$  ; Rapport des capacités thermiques :  $\gamma = 1,40$ .
- Pour le cuivre : Capacité thermique massique  $c = 387 \text{ J.Kg.K}^{-1}$  ; masse volumique  $\rho = 8913 \text{ kg.m}^{-3}$ .

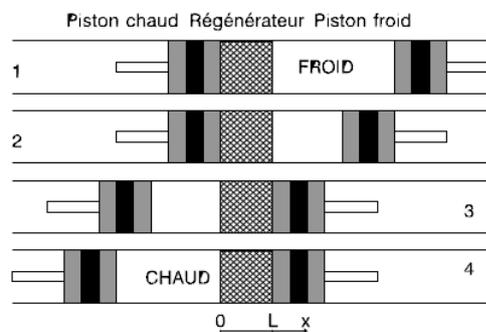
**Description du cycle de Stirling :**

Le cycle associé à un moteur de Stirling est constitué de deux isothermes et de deux isochores, il est décrit par :

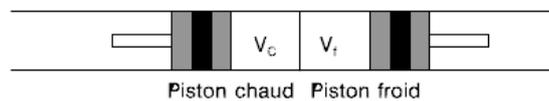
- 1→2 : compression isotherme à la température  $T_F = 313 \text{ K}$ .
- 2→3 : Transformation isochore de la température  $T_F$  à la température  $T_C$ .
- 3→4 : Détente isotherme à la température  $T_C = 1173 \text{ K}$ .
- 4→1 : Transformation isochore de la température  $T_C$  à la température  $T_F$ .

La figure suivante représente les positions dans les états 1, 2, 3 et 4 de l'association de deux pistons qui permet la réalisation de ce cycle pour un système fermé contenant une masse  $m = 1,00.10^{-2} \text{ kg}$  de dihydrogène qu'on supposera se comporter en gaz parfait.

Les deux chambres (chaude à gauche et froide à droite) présentent les mêmes volumes maximum  $V_M = 2,0 \text{ L}$  et minimum  $V_m = 1,0 \text{ L}$ .



**Rendement du moteur de Stirling :**



Système étudié avec régénérateur parfait.

1. Exprimer en fonction des données de l'énoncé puis déterminer numériquement le nombre de moles  $n$  de gaz dans le système et les pressions atteintes au cours du cycle  $P_1, P_2, P_3$  et  $P_4$ .
2. Justifier proprement l'allure des deux types de transformations envisagées pour le gaz puis représenter le cycle moteur de Stirling sur un diagramme de Clapeyron  $P = f(V)$ . Commenter le sens de rotation sur le cycle.
3. Pour la transformation isotherme 1→2, exprimer la variation d'énergie interne du gaz, le travail  $W_{12}$  reçu par le gaz et la chaleur  $Q_{12}$  reçue par le gaz en fonction des données de l'énoncé. Faire de même pour la transformation 3→4
4. Pour la transformation isochore 2→3, exprimer la variation d'énergie interne du gaz, le travail  $W_{23}$  reçu par le gaz et la chaleur  $Q_{23}$  reçue par le gaz en fonction des données de l'énoncé. Faire de même pour la transformation 4→1.
5. Evaluer alors numériquement les travaux ainsi que les transferts thermiques.
6. En supposant qu'aucun système régénérateur n'intervient, exprimer la chaleur  $Q_C$  échangée avec la source chaude. Définir alors le rendement du moteur  $r_{sr}$ , l'exprimer en fonction des travaux et chaleurs échangées sur les différentes étapes et faire l'application numérique.

En présence d'un régénérateur parfait, les transferts thermiques  $Q_{23}$  et  $Q_{41}$  sont internes au système, ils ne sont donc plus échangés avec la source froide et la source chaude.

7. Vérifier que  $Q_{23}$  et  $Q_{41}$  se compensent, déterminer alors la nouvelle expression du rendement  $r_{ar}$  en fonction de  $T_F$  et  $T_C$ , puis évaluer le numériquement.
8. Rappeler la description du cycle du moteur réversible de Carnot et déterminer l'expression de son rendement  $r_C$ . Comparer les deux expressions et expliquer l'intérêt de la machine de Stirling.

Le régénérateur d'un moteur de Stirling n'est pas idéal, la compensation des échanges thermiques  $Q_{23}$  et  $Q_{41}$  ne peut pas être parfaitement réalisée.

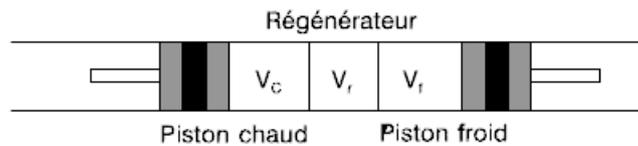
On suppose que lors des transformations isochores, une fraction  $x$  du transfert thermique est perdue par fuite thermique dans le régénérateur.

- Exprimer le rendement  $r'$  du moteur dans ce modèle en fonction de  $x$ , des travaux  $W_{12}$  et  $W_{34}$  et des transferts thermiques  $Q_{23}$ ,  $Q_{34}$ . Faire alors l'application numérique pour  $x = 0,1$ .

On considère un régénérateur constitué d'un empilement de disques de fils de cuivre tressés, le volume total de cuivre présent dans le système est  $V_{Cu} = 0,6$  L.

- Exprimer le transfert thermique vers le régénérateur en cuivre lors de la transformation (2→3). Exprimer la capacité thermique  $C_R$  du régénérateur en fonction des données de l'énoncé et en déduire l'expression de  $\Delta T$  la variation réelle de température du cuivre lors de cette transformation. Faire l'application numérique pour  $x = 0,1$  et commenter la valeur obtenue.

### Volume mort du moteur de Stirling :



Système étudié en tenant compte du régénérateur.

On adopte un nouveau modèle pour le régénérateur, dans lequel on néglige à nouveau les pertes thermiques et on considère qu'il y a en permanence un volume de gaz  $V_R = 0,2$  L à l'équilibre thermique avec le régénérateur dont on supposera qu'il présente une température constante qui est la moyenne des températures des deux chambres

$$T_R = \frac{(T_F + T_C)}{2}.$$

- Dans un état quelconque, on a donc un système composé de trois éléments de températures différentes. Justifier qu'on puisse tout de même faire l'hypothèse que la pression dans le système est homogène.
- Montrer alors que la quantité de matière s'exprime dans un état quelconque  $n = \frac{P}{R} \left( \frac{V_C}{T_C} + \frac{V_R}{T_R} + \frac{V_F}{T_F} \right)$  où l'indice C fait référence du piston chaud, l'indice F fait référence au piston froid et l'indice R au régénérateur.
- En déduire une expression simplifiée de la pression lors de la compression isotherme 1'→2', puis exprimer le travail  $W_{1'2'}$  reçu par le gaz au cours de cette étape. Par analogie, obtenir l'expression de  $W_{3'4'}$ .
- Evaluer numériquement le nouveau travail total fourni par le moteur sur un cycle. Comparer le au travail total fourni sur un cycle par le moteur de Stirling idéal.
- Pour chaque sous partie du système, comparer les températures de la source de chaleur et du gaz qui est à son contact. Que peut-on en déduire sur la réversibilité des échanges thermiques dans ce nouveau modèle ? Que peut-on en déduire sur le rendement du moteur de Stirling dans ce modèle ?

### **Problème 2 : Climatiseur.**

Une façon d'améliorer les systèmes de climatisation consiste en l'utilisation des heures creuses de demande énergétique. Cela implique de pouvoir « stocker du froid ». Le fluide qui permet ce stockage est appelé coulis, il est constitué d'un mélange d'eau liquide et d'hydrate, ce dernier subissant au cours du fonctionnement du système un changement d'état de type solide-liquide.

Le système comporte alors deux fluides caloporteurs. Le fluide primaire est le butane et le fluide secondaire sera ce fameux coulis.

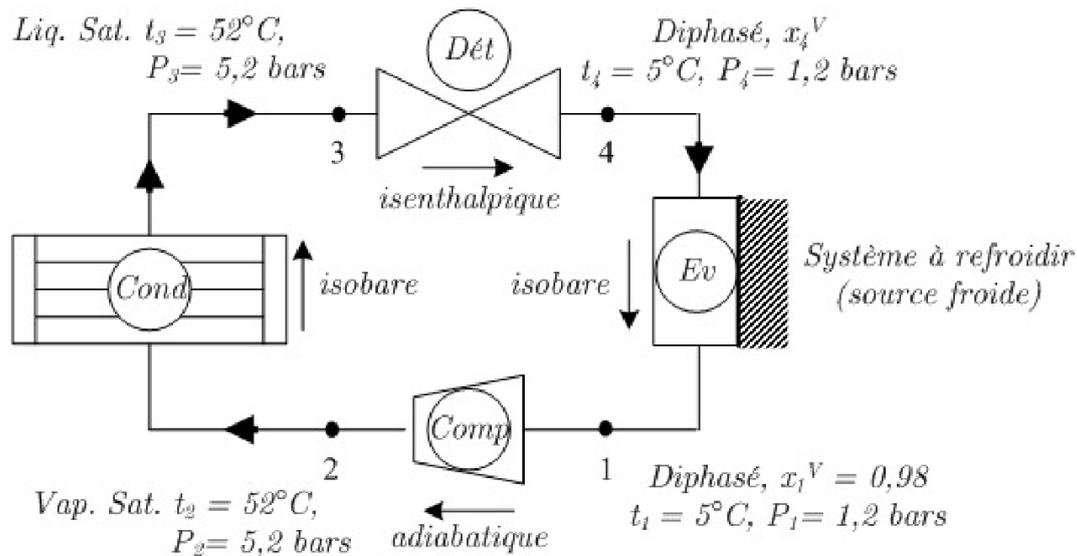
#### Primaire du système de climatisation :

La figure suivante représente le système dans lequel circule le fluide caloporteur primaire et fournit les informations essentielles sur les états du butane en différents points du système.

L'évaporateur est en contact thermique avec la source froide qui serait l'intérieur de la pièce dans un système classique, le condenseur est en contact avec la source chaude qui reste, dans un système classique ou à double fluide, l'extérieur de température constante  $T_{Ext} = 35^\circ\text{C}$ .

On considère un élément actif du circuit fermé parcouru par le fluide caloporteur. Cet élément fournit un travail massique utile  $w_u$  et un transfert thermique massique  $q$  au fluide qui passe d'un état en entrée E vers un état en sortie S.

- Etablir proprement l'expression de  $h_s - h_e$ , la variation d'enthalpie massique du fluide lorsqu'il traverse cet élément du circuit.



Sur le diagramme des frigoristes fourni en annexe :

- Positionner, en expliquant votre démarche, les isobares  $P_1 = P_4 = 1,2$  bars et  $P_2 = P_3 = 5,2$  bars.

Le long d'une isobare, on note L le point représentatif du liquide saturant, G le point représentatif de la vapeur saturante et M le point représentatif d'un état quelconque de fraction massique  $x_V$  en vapeur et  $x_L$  en liquide.

- Démontrer le théorème des moments, puis exprimer  $\overline{LM}$  en fonction de  $x_V$  et  $\overline{LG}$  uniquement.
- Positionner, en justifiant au mieux, les points représentatifs des états 1, 2, 3 et 4. Déterminer alors la valeur numérique de  $x_{V4}$ . Vérifier la cohérence de votre résultat à l'aide des courbes tracées sur le diagramme fourni.
- Représenter le cycle parcouru par le fluide dans la machine. On mettra en trait plein les courbes associées aux transformations parfaitement caractérisées et en pointillé la dernière courbe.
- Relever les valeurs numériques des enthalpies massiques du fluide dans les états 1, 2, 3 et 4.
- Etudier les différentes transformations pour établir les expressions de  $q_f$  chaleur par unité de masse échangée avec la source froide,  $q_c$  chaleur par unité de masse échangée avec la source chaude,  $w$  travail par unité de masse reçu par le fluide au cours de la totalité du cycle en fonction des enthalpies massiques dans les différents états.
- Définir l'efficacité  $e$  de ce système de climatisation, la ré-exprimer en fonction des différentes enthalpies massiques puis l'évaluer numériquement. Exprimer et évaluer l'efficacité de la machine de Carnot équivalente et commenter.
- Exprimer la variation d'entropie massique du fluide dans le condenseur, puis l'entropie d'échange au cours de cette transformation et enfin l'entropie créée au cours de cette transformation en fonction des enthalpies massiques dans les différents états et des températures évoquées dans l'énoncé. Faire l'application numérique de l'entropie créée et commenter le résultat obtenu.

### Utilisation des coulis d'hydrates :

Dans les systèmes à double fluide, l'évaporateur est intégré à un générateur de coulis. La fraction massique en hydrate dans le coulis est de  $X = 0,2$ , ce dernier est stocké à  $T_{\min} = 12^\circ\text{C}$  pour être acheminé ensuite vers l'ensemble des échangeurs thermiques des pièces à climatiser à une température de  $T_{\text{int}} = 20^\circ\text{C}$ .

Pour chaque pièce, on utilise un réservoir de stockage de volume  $V_S = 6 \text{ m}^3$  et un échangeur thermique permettant d'obtenir une puissance maximale de climatisation  $P_{\text{clim}} = 6 \text{ kW}$ . Le coulis entre dans l'échangeur thermique à la température de  $12^\circ\text{C}$  et en ressort, fondu, à la température de  $T_{\max} = 17^\circ\text{C}$ .

Pour les applications numériques, on utilisera les données suivantes :

- Capacité thermique massique de l'eau liquide :  $c_{\text{eau}} = 4,18 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .
- Capacité thermique massique de l'hydrate liquide :  $c_{\text{hyd}} = 2,22 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1} \cdot \text{K}^{-1}$ .
- Enthalpie massique de fusion de l'hydrate à  $12^\circ\text{C}$  :  $l_{\text{hyd}} = 200 \text{ kJ} \cdot \text{kg}^{-1}$ .
- Masse volumique moyenne du coulis :  $\mu_C = 1020 \text{ kg} \cdot \text{m}^{-3}$ .

- Exprimer la variation d'enthalpie massique du fluide entre l'entrée et la sortie de l'échangeur thermique. On prendra soin de décrire la transformation envisagée pour effectuer ce calcul. Faire l'application numérique.

11. Exprimer la variation d'entropie massique du fluide entre l'entrée et la sortie de l'échangeur thermique. Exprimer alors l'entropie massique d'échange et l'entropie massique créée dans l'échangeur. Faire l'application numérique pour cette dernière et commenter.
12. La capacité de stockage du réservoir est-elle suffisante pour faire fonctionner le climatiseur à pleine puissance pendant une journée de 12h ?

On souhaite renouveler le stock de coulis en faisant fonctionner le primaire pendant les 6h nocturnes les plus creuses en demande d'électricité. On supposera que le transfert thermique cédé par le coulis au niveau de l'évaporateur est entièrement transmis vers le fluide primaire.

13. Exprimer le débit massique  $D_m$  du primaire pour réaliser cette opération. Faire l'application numérique en kg par minute.

