TD Champ magnétique - Force de Laplace

1 Champ magnétique terrestre

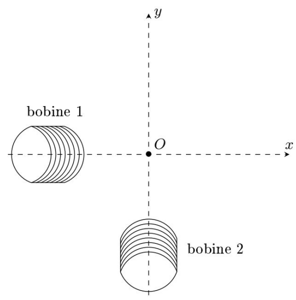
Un solénoïde comportant $N = 1000$ spires jointives a pour longueur $L = 80$ cm est parcouru par un courant d'intensité I. On rappelle que $\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$ unité S.I.
1. Faire un schéma sur lequel vous représenterez le spectre magnétique du champ magnétique (i.e. les lignes de champ), les faces Nord et Sud du solénoïde et le vecteur champ magnétique au centre du solénoïde. On suppose le solénoïde suffisamment long pour être assimilable à un solénoïde de longueur infinie.
2. Quelle est l'expression de l'intensité du champ magnétique au centre du solénoïde ? A.N. pour $I = 20$ mA. Comparer à d'autres systèmes connus.
On appelle plan méridien magnétique en un point de la Terre, le plan vertical et contenant le vecteur champ magnétique en ce point. L'axe du solénoïde est placé perpendiculairement au plan méridien magnétique. Au centre du solénoïde est placée une petite boussole mobile autour de son axe vertical.
3. Quelle est l'orientation de la boussole pour $I = 0$?
4. Quand le courant est d'intensité $I = 20$ mA, la boussole tourne d'un angle $\alpha = 32.5°$. En déduire l'intensité de la composante horizontale du champ magnétique terrestre.

2 Moment magnétique et moment cinétique

Une particule de masse m et de charge q décrit un mouvement circulaire uniforme à la vitesse v. On souhaite modéliser ce système comme une spire parcourue par un courant d'intensité I constante.
1. Si on note T la période de révolution de la particule, quelle définition peut-on adopter pour l'intensité moyenne I ? En déduire une expression du moment magnétique du système en fonction de q, du rayon R et de T.
2. Quel est par ailleurs le moment cinétique, exprimé au centre de l'orbite, pour ce système ? Vérifier qu'il y a proportionnalité entre le moment magnétique et le moment cinétique exprimé en O. Que remarque-t-on sur le coefficient de proportionnalité ?

3 Champ tournant

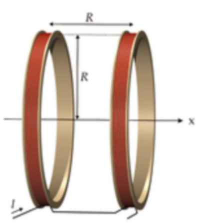
Les deux bobines représentées ci-contre ont même rayon, même hauteur et même nombre de spires. Elles sont parcourues par des courants $i_1 = I_m \cos(\omega t)$ et $i_2 = I_m \sin(\omega t)$. Le champ créé par chacun des bobines en O a pour expression $\vec{B} = K i \vec{n}$ où $\vec{n}$ est un vecteur unitaire colinéaire à l'axe de la bobine.
1. Quel est le déphasage entre les deux courants ?
2. Déterminer l'expression du champ magnétique créé en O.
3. Montrer que celui-ci a une norme constante et qu'il tourne à la vitesse angulaire ω. Préciser le sens de rotation.

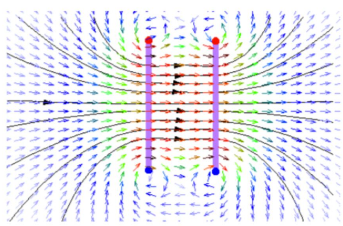


4. On envisage un dispositif similaire utilisant trois bobines. Comment doit-on intuitivement disposer les bobines et quels doivent être les déphasages entre les courants ?

4 Bobines de Helmholtz

Les bobines de Helmholtz sont un dispositif constitué de deux bobines circulaire de même rayon, parallèles, et placées l'une en face de l'autre à une distance égale à leur rayon. En faisant circuler un courant électrique identique dans ces bobines, un champ magnétique est créé dans leur voisinage, qui a la particularité d'être relativement uniforme au centre du dispositif dans un volume plus petit que les bobines elles-mêmes.





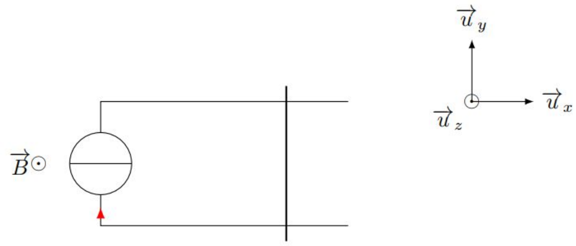
On peut modéliser les bobines de Helmholtz par deux associations de N spire confondues parcourues par un même courant i, de même rayon R et séparées d'une distance R : le champ créé par l'une d'elle sur l'axe (Ox) à une distance x du centre du dispositif vaut :

$$\vec{B}(x) = \frac{\mu_0 N i R^2}{2\left(R^2 + x^2\right)^{3/2}} \vec{u}_x.$$

1. En sommant les champs créés par les deux bobines, calculer le champ en O. On fera attention au choix du système de coordonnées.
2. Montrer par un développement limité correctement justifié que le champ est quasi-uniforme au voisinage de O. On précisera l'ordre d'approximation auquel on peut dire que le champ est uniforme.

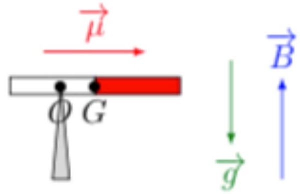
5 Rail de Laplace

Soit deux rails conducteurs parallèles séparés d'une distance l et raccordés à un générateur de courant de c.e.m. η, le tout fixe dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen. On ferme le circuit en déposant une tige conductrice de masse m et de longueur l sur les rails et libre de se déplacer sans frottement. L'ensemble est plongé dans un champ magnétique uniforme vertical et stationnaire $\vec{B} = B\vec{u}_z$ perpendiculaire au circuit.



1. Établir l'équation du mouvement de la barre. Résoudre l'équation en supposant que le générateur délivre une intensité η constante et que la vitesse initiale de la barre est nulle.
2. Déterminer la puissance des actions de Laplace s'exerçant sur la tige mobile.
3. Vérifier que l'on retrouve le résultat de la question 1 en appliquant le théorème de l'énergie cinétique sur la barre.

6 Équilibre d'un aimant

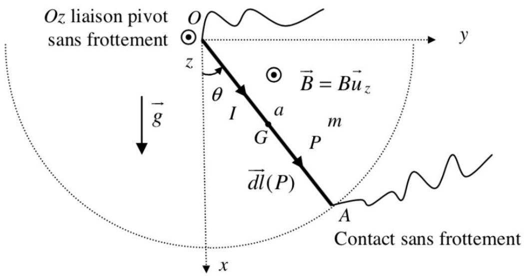


Un aimant très fin, de moment magnétique $\vec{\mu}$ et de masse m, repose en équilibre au sommet O d'une pointe. Il est soumis à un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ et à la gravité. Évaluer la distance $d = OG$ pour que l'aimant reste en équilibre.

7 Pendule magnétique

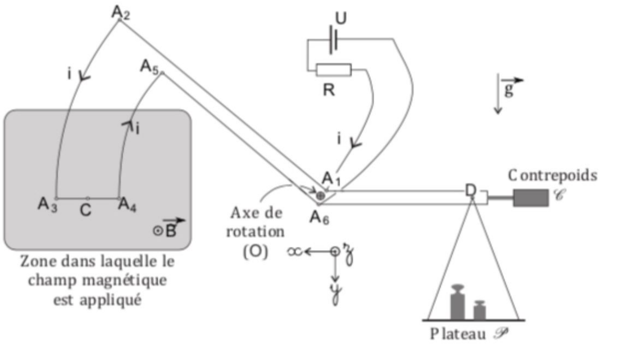
Une barre OA linéique, conductrice, homogène, de moment d'inertie J et de longueur a se comporte comme un pendule pesant dans le plan vertical Oxy, autour de l'axe Oz autour duquel la liaison pivot est parfaite. Un fil souple amène un courant d'intensité I constante dans la barre. Le champ de pesanteur est uniforme, le dispositif est plongé dans un champ magnétique extérieur uniforme et stationnaire $\vec{B} = B\overrightarrow{u_z}$.

Déterminer l'équation du mouvement.



8 La balance de Cotton

Ce type de balance, destinée à la mesure de champ magnétique, a été mis au point par Aimé Cotton en 1900. Le schéma de principe de la balance est représenté sur la figure ci-contre. L'ensemble des deux fléaux constitue un système rigide, mobile sans frottement, autour d'un axe horizontal passant par le point O et noté Oz. On désigne par C le milieu du segment A_3A_4 et D le point de suspension du plateau. On note d_1 la distance OC entre les points O et C, d_2 la distance OD entre les points O et D et l la longueur du segment A_3A_4.



La procédure de mesure est la suivante :

- Équilibrage «à vide » : en l'absence de courant i et de masses marquées dans le plateau, le contrepoids C est déplacé de façon à ce que la balance soit à l'équilibre, les trois points C, O et D étant alignés sur l'horizontale.
- Mesure du champ : on ferme le circuit électrique, ce qui permet au courant d'intensité i de circuler «dans la balance», le fléau de gauche penche vers le bas ; on ajoute alors des masses dans le plateau jusqu'à ce que la balance soit à l'équilibre, les trois points C, O et D étant alignés sur l'horizontale.

1. Montrer que, lorsque l'équilibrage à vide est réalisé, le centre de masse, G, des parties mobiles de la balance est en O.
2. Lorsque le courant circule «dans la balance », montrer que le moment résultant en O des forces de Laplace s'exerçant sur les parties en arc de cercle est nul.
3. À l'équilibre, en présence de courant et de champ magnétique, établir l'expression du moment en O des forces de Laplace. En déduire la relation liant B (norme du champ magnétique), la somme m des masses marquées posées sur le plateau, i, l, d_1, d_2 et le module g du champ de pesanteur.
4. La sensibilité de la balance étant de $\delta m = 0.05$ g, déterminer la plus petite valeur de B mesurable pour $i = 10$ A, $g = 10$ m s^{-2}, $l =$ 5 cm et $d_1 = d_2 = 10$ cm. En comparant cette valeur avec une ou des références connues, conclure quant à l'utilisabilité de la balance.

Rép : 1) $B = \mu_0 \frac{N}{L} I \simeq 3.14 \times 10^{-5}$ T, $B_T = \frac{B_s}{\tan\alpha} \simeq 4.93 \times 10^{-5}$ T.
2) $m = \frac{q}{T}\pi R^2 = \frac{q}{2m}\sigma$
3) $\Phi = \pi/2$; $B = KIm_{=}Cste$; champ tournant ; bobines décalées de de $2\pi/3$ et déphasées de $2\pi/3$
4) $\vec{B}_{tot}(O) = \frac{\mu_0 Ni}{R}\vec{u}_x$; $B_{tot}(x) \simeq \frac{\mu_0 Ni}{R}$ à l'ordre 1 en x
5)$x = -\frac{\eta l B}{2m}t^2 + x_0$; $\mathcal{P} = \frac{\eta^2 l^2 B^2}{m}t$
6)$d = \frac{\mu B}{mg}$
7)$\ddot{\theta} + \frac{amg}{2J}\sin\theta = -\frac{Ia^2 B}{2J}$
8) à l'équilibre $ild_1B = mgd_2.$; $\delta B \simeq$ 1mT