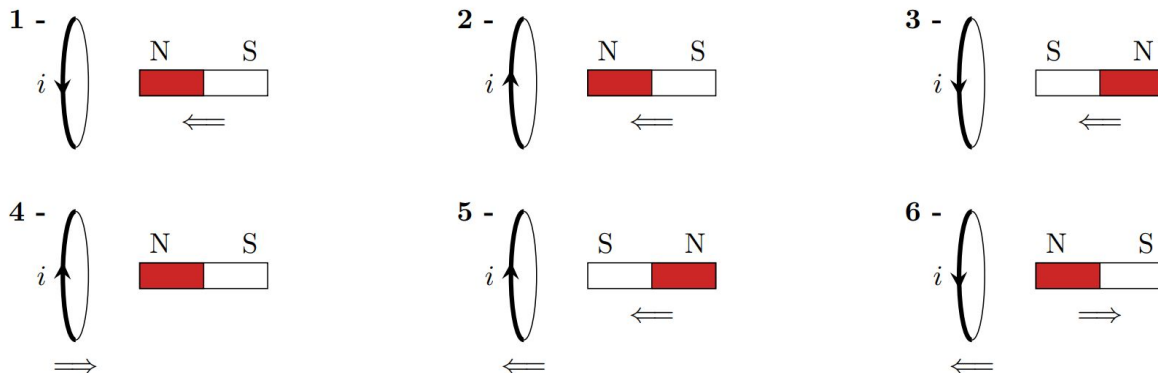


Induction dans un circuit fixe

1 Signe du courant induit

Dans chacun des circuits ci-dessous, la spire circulaire et/ou l'aimant droit sont déplacés dans le sens indiqué par la double flèche. Indiquer le signe du courant i apparaissant dans la spire pendant le déplacement.



Rép : 1 : + ; 2 : - ; 3 : - ; 4 : - ; 5 : ? ; 6 : -

2 Chauffage par induction

Le chauffage par induction est beaucoup utilisé dans nos foyers avec les plaques de cuisson dites "à induction" mais également dans l'industrie pour chauffer fortement des matériaux afin de les ramollir ou les faire fondre. Nous présentons ici le chauffage par induction d'un anneau métallique placé dans une bobine.

On place un anneau métallique assimilé à une spire de rayon $r = 2.5 \text{ cm}$ et de résistance $R = 0.1 \Omega$ dans bobine qu'on considérera comme infiniment longue possédant une densité linéique de spires n . On alimente la bobine par un courant sinusoïdal de la forme $i(t) = I_0 \cos(\omega t)$. La bobine et l'anneau ont le même axe de révolution Oz . Le champ à l'intérieur de la bobine infiniment longue, appelé solénoïde, vaut $\vec{B} = \mu_0 n i(t) \vec{e}_z$ où on aura orienté l'axe Oz par rapport au sens du courant dans la bobine et la règle de la main droite.

1. Calculer le flux magnétique à travers l'anneau.
2. En déduire la force électromotrice induite ainsi que le courant induit. On négligera l'auto-induction dans ce cas.
3. Exprimer la puissance dissipée par effet Joule dans l'anneau en fonction du temps.
4. En déduire la puissance dissipée en moyenne.
5. Sachant que la bobine possède 200 spires par mètre et qu'on alimente avec une fréquence de 100kHz, calculer l'amplitude courant I_0 nécessaire pour chauffer avec une puissance de 500 W dans l'anneau.
6. Sachant que la capacité calorifique du cuivre est de $c = 385 \text{ J}/(\text{K} \cdot \text{kg})$ et que la température de fusion est de 1085°C , combien de temps faut-il chauffer l'anneau de cuivre de 20 g pour qu'il atteigne sa température de fusion ?

Rép : $\Phi = \pi r^2 \mu_0 n i(t)$; $i_i(t) = \frac{\pi r^2 \mu_0 n I_0 \omega}{R} \sin(\omega t)$; $p_J(t) = \frac{(\pi r^2 \mu_0 n I_0 \omega)^2}{R} \sin^2(\omega t)$; $I_0 = \frac{\sqrt{2RP_J}}{\pi r^2 \mu_0 n \omega}$; $\Delta t = 16.4 \text{ s}$

3 Modèle du transformateur idéal

Un schéma de transformateur est présenté ci-contre. Le noyau est un matériau magnétique qui canalise les lignes de champ magnétique entre le circuit primaire et le secondaire.

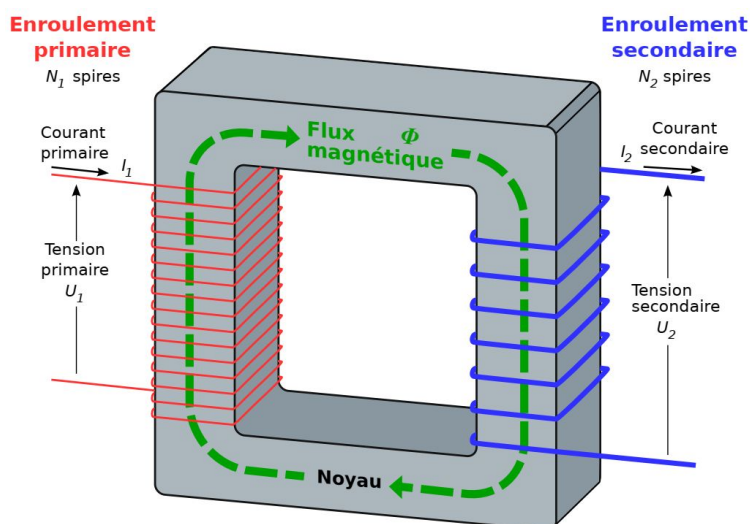
On supposera, dans le cadre du modèle idéal, qu'il n'y a aucune perte de flux : aucune ligne de champ ne sort du noyau. Ainsi, le flux magnétique Φ est le même pour toute section droite du noyau.

On l'appelle le flux commun. Il est dû à la fois au champ produit par l'enroulement primaire et au champ produit par l'enroulement secondaire. Le flux total à travers une spire vaut donc $\pm \Phi$, en fonction de l'orientation de sa normale. On négligera également toute résistance.

1 - Exprimer le flux du champ magnétique à travers le circuit 1 en fonction de Φ et de N_1 . On prendra garde au fait que ce flux est à travers la normale au circuit 1, dont le sens est donné en fonction du courant par la règle de la main droite. Faire de même pour le flux à travers le circuit 2.

2 - Faire un circuit électrique équivalent, où apparaissent les tensions induites e_1 et e_2 (orientées correctement !). Donner l'expression de ces tensions à l'aide de la loi de Faraday.

3 - En déduire une relation entre e_2 et e_1 (c'est-à-dire l'équation électrique du circuit), puis entre U_1 et U_2 . On posera le rapport de transformation $m = N_2/N_1$. Encore une fois, attention aux signes...



4 - Dans le modèle idéal, la puissance dans le primaire se retrouve intégralement dans le secondaire. En déduire une relation entre les courants i_1 et i_2 en fonction de m .

Rép : $\Phi_{\text{tot} \rightarrow 1} = N_1 \Phi$; $\Phi_{\text{tot} \rightarrow 2} = N_2 \Phi$; $\frac{e_2}{e_1} = \frac{N_2}{N_1}$; $\frac{U_2}{U_1} = -m$; $\frac{i_2}{i_1} = -\frac{1}{m}$

4 Solénoïdes imbriqués

Deux solénoïdes S_1 et S_2 de même axe (Oz), de même longueur l , même nombre de spires N et de rayons r_1 et $r_2 > r_1$ sont emboîtés l'un dans l'autre.

On suppose que la longueur l est très supérieure aux rayons, si bien que le champ magnétique produit à l'intérieur du solénoïde p ($p = 1$ ou 2) est $\vec{B}_p = \mu_0 n i_p \vec{e}_z$ (n nombre de spires par mètre de bobine)

1 - Déterminer les coefficients d'induction propre L_1, L_2 , et le coefficient d'induction mutuelle M .

La bobine intérieure est maintenant parcourue par un courant $i_1(t) = I \cos(\omega t)$ avec $I = 1,0$ A. La bobine extérieure est en court-circuit.

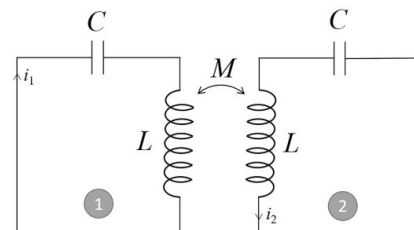
2 - En négligeant les résistances internes des fils, déterminer le courant $i_2(t)$ parcourant la bobine extérieure.

3 - Que vaut le champ magnétique à l'intérieur du solénoïde central ?

Rép : $L_1 = \pi r_1^2 \mu_0 \frac{N^2}{l}$; $M = \pi r_1^2 \mu_0 \frac{N^2}{l}$; $i_2(t) = -\frac{M}{L_2} I \cos(\omega t)$; $\vec{B}(M) = \mu_0 \frac{N}{l} \left(1 - \frac{M}{L_2}\right) I \cos(\omega t) \vec{e}_z$

5 Circuit LC couplés

On considère les deux circuits LC identiques du schéma ci-dessous couplés via les bobines avec un coefficient d'inductance mutuelle M . On note L les inductances et C les capacités. On note 1 le circuit de gauche et 2 celui de droite. Le condensateur 1 (à gauche) est initialement chargé avec une charge q_0 sur l'armature de gauche et donc $-q_0$ sur celle de droite. Le condensateur 2 (à droite) est initialement déchargé. À l'instant $t = 0$ on ferme le circuit 1 à l'aide d'un interrupteur et on étudie l'évolution des charges des condensateurs au cours du temps.



1. Établir les équations différentielles couplées sur les charges q_1 et q_2 des condensateurs 1 et 2. On posera $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $K = \frac{M}{L}$, dont on donnera les significations.

2. En posant $S = q_1 + q_2$ et $A = q_1 - q_2$, établir les équations différentielles découplées sur les nouvelles variables S et A . On posera les nouvelles pulsations caractéristique ω_S et ω_A .

3. Résoudre les équations sur S et A .

4. En déduire les expressions des charges q_1 et q_2 en fonction du temps et des conditions initiales. On les présentera sous forme d'un produit de fonctions sinusoïdales.

Rép : $\ddot{q}_1 + K\ddot{q}_2 + \omega_0^2 q_1 = 0$; $\ddot{q}_2 + K\ddot{q}_1 + \omega_0^2 q_2 = 0$; $\omega_S = \frac{\omega_0}{\sqrt{1+K}}$; $\omega_A = \frac{\omega_0}{\sqrt{1-K}}$; $q_1(t) = q_0 \cos\left(\frac{\omega_S + \omega_A}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_A - \omega_S}{2} t\right)$; $q_2(t) = q_0 \sin\left(\frac{\omega_S + \omega_A}{2} t\right) \sin\left(\frac{\omega_A - \omega_S}{2} t\right)$