Induction dans un circuit mobile ; conversion de puissance

Ce qu'il faut savoir faire

- Rails de Laplace, alimentés (conversion électrique $\rightarrow$ mécanique) ou forcés mécaniquement (conversion mécanique $\rightarrow$ électrique) : savoir décrire ce qu'il se passe, savoir écrire l'équation électrique et mécanique, savoir faire un bilan énergétique.
- Freinage par induction : expliquer l'origine de l'apparition de courants de Foucault, justifier avec la loi de Lenz l'aspect freinage.
- Spire rectangulaire non alimentée, forcée en rotation dans un champ $\vec{B}$ uniforme et stationnaire $\perp$ à l'axe de rotation : savoir décrire ce qu'il se passe, savoir écrire l'équation électrique et mécanique, faire un bilan énergétique. $\rightarrow$ EC3
- Moteur à courant continu à entrefer plan : son fonctionnement étant décrit, savoir en mener une analyse.

COURS

Dans le chapitre précédent, nous avons donné les lois de l'induction. Nous avons uniquement considéré des circuits fixes, et donc le flux Φ du champ magnétique à travers le circuit pouvait varier car le champ $\vec{B}$ dépendait du temps.

Dans ce chapitre nous allons envisager des circuits qui bougent. Ceci permet aussi à Φ de varier, et donc à une fem d'apparaître. Le fait qu'il y ait des parties mobiles va permettre l'étude de dispositifs qui permettent une conversion de puissance :

- conversion électrique $\rightarrow$ mécanique (moteur électrique, haut-parleur...);
- conversion mécanique $\rightarrow$ électrique (générateur de type dynamo ou alternateur, freinage par induction...).

Traiter un exercice d'induction dans un circuit en mouvement ou déformable

Il n'y a rien de neuf quant à la théorie, il faudra juste rajouter une étude mécanique couplée à l'étude magnétique menée comme au chapitre précédent :

- 1 : Représenter la force de Laplace due au courant induit (i étant supposé positif dans le sens positif choisi !)
- 2 : Appliquer le PFD ou le TMC suivant la situation
- 3 : On aboutit à deux équations couplées, électrique (i dépend de v) et mécanique (v dépend de i), qu'il faut découpler pour accéder à i et v
- 4 : TOUJOURS vérifier que les résultats obtenus (i et v) vérifient la loi de Lenz !

Exercice C1 - Principe de la conversion mécanique $\rightarrow$ électrique : rails de Laplace tractés

On considère le dispositif des rails de Laplace schématisé ci-contre. La longueur de la tige mobile entre les deux points de contact est notée a , sa masse m , et elle peut glisser sans frottement sur les rails. Le champ magnétique extérieur $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_y$ est constant et uniforme à travers le circuit.

Il n'y a pas de générateur électrique. En revanche, un opérateur exerce une force $\vec{F}$ sur la tige afin de la faire glisser avec une vitesse constante $\vec{v} = v \vec{e}_x$.

La résistance R représente un dipôle à alimenter (ceci peut-être une lampe, une batterie à charger, peu importe). On néglige la résistance électrique r des rails ou de la tige, ainsi que l'inductance propre L du circuit.

1 - Description de ce qu'il se passe :

- a - Expliquer pourquoi le fait de forcer la tige à se déplacer va donner lieu à un courant induit.
- b - D'après la loi de Lenz, que tend à faire ce courant ? En déduire le sens dans lequel il s'établit. Dans la suite nous orientons le circuit dans le sens de ce courant.

Bilan : il y a production d'un courant i , donc on a bien fabriqué un générateur de courant.

La force de Laplace associée à ce courant induit tend à nous empêcher de déplacer la tige : la puissance mécanique que l'on fournit via la force $\vec{F}$ sert donc à s'opposer à cette force de Laplace résistante.

2 - Détermination du courant produit et de la puissance électrique produite

- a - Suivre la méthode habituelle pour aboutir à l'expression du courant i en fonction de a, B_0, v et R (il s'agira de l'équation électrique). Attention à l'orientation de la normale du circuit.

Bilan : on a là un dispositif qui produit un courant i continu, et donc qui fournit une certaine puissance électrique au dipôle à alimenter.

3 - Considérations mécaniques : calcul de la force F à fournir

- a - Donner l'expression de la force de Laplace $\vec{F}_L$ qui s'exerce sur la tige. (on vérifiera que son signe est cohérent)
 b - Appliquer le théorème de la résultante cinétique à la tige afin d'obtenir l'expression de la force F en fonction de i, a et B_0 (souvenez-vous que $v = \text{cst}$ ici). Il s'agit de l'équation mécanique.

Bilan : ceci donne la relation entre la force F et le courant i que l'on souhaite obtenir.

On constate de plus que F doit compenser exactement la force induite de Laplace si on souhaite maintenir une vitesse constante.

4 - Considérations énergétiques

- a - Exprimer, en fonction de i, a, B_0 et v , la puissance électrique reçue par la résistance, et faire de même avec la puissance mécanique fournie à la tige par la force $\vec{F}$.

Que constate-t-on ? Est-ce qu'on s'y attendait ?

Bilan : notre modèle ne prend pas en compte les pertes, il est donc normal que toute la puissance fournie mécaniquement soit convertie en puissance électrique reçue par le dipôle :

$$\mathcal{P}_{\text{méca fournie}} = \mathcal{P}_{\text{elec reçu dipôle}} .$$

Exercice C2 - Principe de la conversion électrique $\rightarrow$ mécanique : rails de Laplace alimentés

On considère le dispositif des rails de Laplace schématisé ci-contre. La longueur de la tige mobile entre les deux points de contact est notée a , sa masse m , et elle peut glisser sans frottement sur les rails.

Le champ magnétique extérieur $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_y$ est constant et uniforme à travers le circuit. Pour $t < 0$ le générateur ne fournit pas de tension. Puis à partir de $t = 0$ il fournit une tension constante E_0 . On note R la résistance électrique totale du circuit.

- 1 - L'orientation du générateur n'est pas précisée. On voudrait que le flux de $\vec{B}_0$ à travers le circuit orienté soit positif. Orienter le générateur pour que ce soit le cas.

2 - Équation mécanique

- a - Donner l'expression de la résultante $\vec{F}_L$ des forces de Laplace qui s'exerce sur la tige mobile, en fonction de a, i, B_0 et d'un vecteur de la base. En quel point s'applique-t-elle ?

- b - Établir l'équation du mouvement sur la composante $v(t)$ de la vitesse de la tige selon $\vec{e}_x$. Il s'agit de l'équation mécanique du système.

- c - La résoudre dans l'hypothèse où le courant i est constant. On prendra $v_x(t = 0) = 0$.

En pratique, le courant i est-il constant ? Pourquoi ? On attend un raisonnement qui évoque la loi de Lenz.

Bilan : l'équation mécanique fait intervenir la vitesse et le courant, qui n'est pas constant (effets d'induction). Il y a donc deux inconnues (v et i) pour une équation : il en faut une autre.

3 - Équation électrique

Afin de connaître l'évolution du courant, il faut établir l'équation électrique du circuit équivalent. Comme le circuit ne comporte qu'une seule boucle, on néglige son inductance propre (donc $L = 0$, le flux propre est négligeable devant le flux de $\vec{B}_0$).

- a - Suivre les étapes de la méthode (chapitre 2) pour établir l'équation électrique du circuit (équation sur i , qui fera aussi intervenir la position x de la barre ou ses dérivées).

Bilan : l'équation électrique relie elle aussi v et i .

- 4 - Utiliser les deux équations précédentes (électrique et mécanique) pour aboutir à une équation différentielle sur la vitesse de la barre.

En déduire l'expression de la vitesse limite atteinte, puis du courant débité en régime permanent.

5 - Bilan énergétique (savoir refaire)

Multiplier l'équation électrique par i et interpréter chacun des termes en termes de puissance reçue ou fournie.

Exercice C3 - conversion mécanique → électrique avec machine en rotation : l'alternateur

On considère une spire rectangulaire de surface S , schématisée ci-contre. Cette spire est refermée sur une résistance R . La spire baigne dans un champ magnétique uniforme et stationnaire $\vec{B}_0$. On fournit un couple Γ_0 pour maintenir en rotation cette spire autour de l'axe Oz à une vitesse angulaire ω constante.

Ceci va avoir pour effet de produire un courant induit i dans la spire, et donc d'alimenter le dipôle R . Il s'agit donc d'un convertisseur de puissance mécanique ($\Gamma_0 \omega$ donne la puissance mécanique fournie pour maintenir la rotation) en puissance électrique (Ri^2 fournie au dipôle). C'est le principe de base des dynamos de vélo ou des alternateurs de voiture qui rechargent la batterie en roulant.

Description de ce qu'il se passe

1 - Expliquer qualitativement (= sans équations) pourquoi la rotation de la spire dans le champ $\vec{B}_0$ induit un courant i .

Détermination du courant produit et de la puissance électrique produite

2 - Suivre les étapes de la méthode du chapitre précédent pour établir l'équation électrique :

a - Étape 1 : Orienter le circuit en choisissant un sens du courant (c'est déjà fait sur le schéma!).

b - Étape 2 : Montrer que le flux de $\vec{B}_0$ à travers la spire s'écrit $\Phi = B_0 S \cos \omega t$.

c - Étape 3 : Faire un schéma électrique équivalent.

d - Étape 4 : à l'aide de la loi des mailles, en déduire l'expression du courant i induit.

(Remarque : On a négligé l'inductance propre de la spire, qu'on aurait pu prendre en compte soit en ajoutant un terme Li à Φ , soit en ajoutant une inductance L dans le schéma électrique équivalent.)

3 - En déduire l'expression de la puissance $\mathcal{P}_{\text{elec}} = ei$ fournie par la fem induite (et donc aussi reçue par le dipôle R).

Bilan : l'expression de i montre qu'on a bien fabriqué un générateur de courant alternatif

Considérations mécaniques : calcul du couple Γ_0 à fournir

On suppose la liaison pivot selon Oz parfaite. Il n'y a donc pas de dissipation d'énergie. Le moyen le plus simple d'obtenir le couple à fournir est alors de dire que la puissance électrique calculée précédemment provient entièrement de la puissance mécanique fournie à la spire.

4 - Donner l'expression de cette puissance mécanique fournie en fonction de Γ_0 et de ω , puis en l'égalant à la puissance reçue par le dipôle, en déduire l'expression de Γ_0 .

Remarque : on vient en fait d'utiliser $ei + \mathcal{P}_{\text{Laplace}} = 0$.

Complément : Exemple de mise en œuvre réel de ces principes dans le freinage par induction

L'aspect modérateur de l'induction peut servir dans des dispositifs de freinage.

Considérons à nouveau le rail de Laplace non alimenté. Si on donne une vitesse initiale $\vec{v}_0$ à la tige, alors ce mouvement provoque une variation de flux, une fem, un courant induit, et une force de Laplace qui s'oppose au mouvement.

→ Il y a donc un effet de freinage. (cf par ex. TD sur la suspension magnétique.)

Ce principe est utilisé dans des dispositifs de freinage des camions, bus, trains, tram et métros. Un disque conducteur est solidaire de la roue. Lorsqu'un freinage est souhaité, un champ magnétique $\vec{B}$ est produit sur une partie du disque. Alors, vu du disque en rotation,

$\vec{B}$ n'est pas stationnaire $\Rightarrow \Phi$ non constant, d'où une fem e induite $\Rightarrow$ il en résulte des courants.

Ces courants prennent place dans tout le volume du conducteur. On les appelle courants de Foucault.

Or

Courant + champ $\vec{B} \Rightarrow$ force de Laplace.

D'après la loi de Lenz, la résultante de ces forces freine le mouvement du disque, donc freine la roue. D'un point de vue énergétique, l'énergie cinétique du véhicule est dissipée par effet Joule dans le disque conducteur, qui s'échauffe.

Avantages : pas de frottements donc pas d'usure, création de chaleur répartie sur tout le volume donc moins violente, pas de risque de blocage car si la roue ne tourne plus la variation de flux est nulle et les courants également.

Il faut en revanche conserver un dispositif de freinage standard, puisque l'efficacité de celui par induction décroît avec la vitesse de rotation.

Enfin, certaines mises en œuvre permettent de récupérer le courant et de réinjecter la puissance électrique sur le réseau (cas de certains métros, trains, et même voitures électriques).

Courants de Foucault

On retiendra que les courants de Foucault sont des courants qui apparaissent dans le volume d'un conducteur lorsqu'il est soumis à un champ magnétique variable dans son référentiel, à cause des phénomènes d'induction.