Induction dans 1 circuit fixe

Signe du courant 1) $\overset{\longleftarrow}{\vec{B}}$ $\vec{S}$ $\|\vec{B}\| \nearrow$ qd on approche l'aimant, ($\phi = -BS$) donc $\phi \searrow$, $e = -\dfrac{d\phi}{dt} > 0$, $i > 0$

2) $i<0$ 3) $i<0$ 4) $i>0$, 5) ? suivant les vitesses relatives

6) $i<0$

Chauffage par induction

1) 

$\phi = \vec{B}\cdot\vec{S} = \mu_0 n i(t) \pi r^2$

2) $e = -\dfrac{d\phi}{dt} = \pi r^2 \mu_0 n I_0 \omega \sin(\omega t)$, $i = \dfrac{e}{R} = \dfrac{\pi r^2 \mu_0 n I_0 \omega \sin \omega t}{R}$

3) $P_J = Ri^2 = \dfrac{e^2}{R} = \dfrac{(\pi r^2 \mu_0 n I_0 \omega)^2}{R} \sin^2(\omega t)$

4) En moyenne, $\langle \sin^2 \rangle = \dfrac{1}{2} \Rightarrow \langle P_J \rangle = \dfrac{(\pi r^2 \mu_0 n I_0 \omega)^2}{2R}$

5) On en tire $\boxed{I_0 = \dfrac{\sqrt{2RP_J}}{\pi r^2 \mu_0 n \omega}} = 32\,A$

6) 1er P sur l'anneau : $mc\Delta T = Q = W_J = P_J \Delta t$

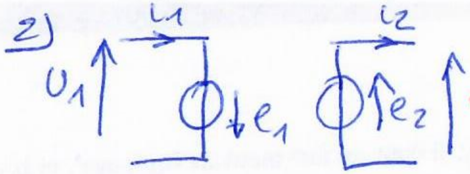
$\Rightarrow \Delta t = \dfrac{mc\Delta T}{P_J} \overset{AN}{=} 16\,s.$

Transformateur idéal

1) Tire bouchon $\Rightarrow \vec{S_1}$ vers le haut. $\phi_1 = +\phi$ pour 1 spire

primaire $\Rightarrow$ pour N spires $\phi_1 = N_1 \phi$

secondaire $\vec{S_2}$ vers le bas $\Rightarrow \phi_2 = N_2 \phi$

2) 

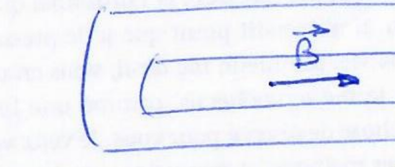
orientés en générateur (même sens que i_1, i_2)

$e_1 = -N_1 \dfrac{d\phi}{dt}$, $e_2 = -N_2 \dfrac{d\phi}{dt}$

3) D'où $\dfrac{e_1}{N_1} = \dfrac{e_2}{N_2}$. Or $\begin{cases} U_1 = -e_1 \\ U_2 = e_2 \end{cases} \Rightarrow \boxed{\dfrac{U_2}{U_1} = -\dfrac{N_2}{N_1}} = -m$

4) $P_1 = P_2 \Leftrightarrow U_1 i_1 = U_2 i_2 \Rightarrow \boxed{\dfrac{i_2}{i_1} = -\dfrac{1}{m}}$

Solénoïdes imbriqués



1) La bobine 1 crée $\vec{B_1} = \mu_0 n i_1 \vec{e_z}$ $\left(n = \dfrac{N}{\ell}\right)$

$\phi_{1\,spire} = B_1 S_1$

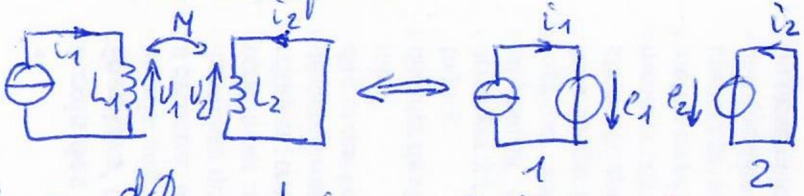
$\Rightarrow \phi_{1\,propre} = N B_1 S_1 = \underbrace{\dfrac{N^2}{\ell} \mu_0 \pi r_1^2}_{L_1} i_1$ (définition de L_1)

De même, $L_2 = \mu_0 \pi r_2^2 \dfrac{N^2}{\ell}$

• B_2 crée un champ uniforme dans B_1,

$\phi_{2\to1} = N B_2 S_1 = \underbrace{\dfrac{N^2}{\ell} \mu_0 \pi r_1^2}_{M} i_2$

2) On a le schéma électrique :



On a
$$\begin{cases} e_1 = -\dfrac{d\phi_1}{dt} = -\dfrac{d}{dt}(L_1 i_1 + M i_2) \leftarrow \text{aspect induction (convention générateur)} \\ \text{ou} \\ u_1 = L_1 \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_2}{dt} \end{cases}$$

$\Updownarrow$

aspect électricité (convention récepteur)

Maille 2 : $e_2 = 0 = L_2 \dfrac{di_2}{dt} + M\dfrac{di_1}{dt} \Rightarrow i_2 = -\dfrac{M}{L} i_1 + \underbrace{cste}_{=0}$

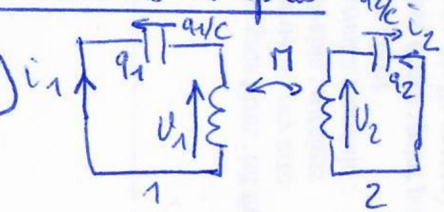
i_1 est imposé (par le générateur de courant)

$$\Rightarrow \boxed{i_2 = -\frac{M}{L_2} I \cos \omega t.}$$

3) Dans le solénoïde central se superposent $\vec{B_1}$ et $\vec{B_2}$

$$\vec{B} = \mu_0 \frac{N}{\ell}(i_1 + i_2)\vec{e_z} = \mu_0 \frac{N}{\ell}\left(1 - \frac{M}{L_2}\right) I \cos(\omega t)\vec{e_z}$$

Circuits couplés

1) 

Circuit 1 :
$$\frac{q_1}{c} + U_1 = 0$$
$$\Leftrightarrow \frac{q_1}{c} + L\frac{di_1}{dt} + M\frac{di_2}{dt} = 0$$

De m̂ pour 2e circuit :

$$\begin{cases} \dfrac{q_1}{c} + L\dfrac{d^2q_1}{dt} + M\dfrac{d^2q_2}{dt} = 0 \\ \dfrac{q_2}{c} + L\dfrac{d^2q_2}{dt} + M\dfrac{d^2q_1}{dt} = 0 \end{cases} \overset{\text{énoncé}}{\Longleftrightarrow} \begin{cases} \ddot{q}_1 + K\ddot{q}_2 + \omega_0^2 q_1 = 0 \quad (1) \\ \ddot{q}_2 + K\ddot{q}_1 + \omega_0^2 q_2 = 0 \quad (2) \end{cases}$$

2) $\boxed{\begin{matrix}(1)+(2) \\ (1)-(2)\end{matrix}}$ $\begin{matrix} \Rightarrow (1+K)\ddot{S} + \omega_0^2 S = 0 \quad (S = q_1 + q_2) \\ \Rightarrow (1-K)\ddot{A} + \omega_0^2 A = 0 \quad (A = q_1 - q_2) \end{matrix}$

Méthode CLASSIQUE !

On a donc $\boxed{\omega_S = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{1+K}} , \ \omega_A = \dfrac{\omega_0}{\sqrt{1-K}}}$

3) A $t=0$ $\begin{cases} q_1 = q_0 \\ q_2 = 0 \end{cases}$, $i_1 = i_2 = 0$ (continuité du courant ds bobine)

donc $\begin{cases} S(0) = q_0 = A(0) \\ \dot{S}(0) = 0 = \dot{A}(0) \end{cases}$ S et A sont sinusoïdales $\Bigg\}$ $\boxed{\begin{matrix} S(t) = q_0 \cos(\omega_S t) \\ A(t) = q_0 \cos(\omega_A t) \end{matrix}}$

donc $q_1 = \dfrac{S+A}{2} = \dfrac{q_0}{2}\left[\cos(\omega_S t) + \cos(\omega_A t)\right]$
$$= q_0 \cos\left(\frac{(\omega_S + \omega_A)t}{2}\right)\cos\left(\left(\frac{\omega_S - \omega_A}{2}\right)t\right)$$

$q_2 = \dfrac{S-A}{2}$
$$= q_0 \sin\left(\frac{\omega_S + \omega_A}{2} t\right)\sin\left(\frac{\omega_A - \omega_S}{2} t\right)$$