TD hydrostatique

1 Fonte d'un glaçon

Un glaçon flotte dans un verre rempli à ras bord. Faut-il vider partiellement le verre pour éviter qu'il ne déborde lorsque le glaçon fond ?

2 20000 lieues sous les mers

De nouveaux hôtels grands luxes sont construits sous l'eau. Dans l'archipel des Fidji, un hôtel est ainsi constitué de 24 capsules, que l'on assimilera à des demi-sphères de rayon R, posées sur le fond de l'océan situé à la profondeur H .
1. Calculer par intégration la résultante des forces de pression qui s'exerce sur la paroi d'une capsule.
2. Le théorème d'Archimède s'applique-t-il dans cette situation ?
Montrer qu'en la modifiant légèrement, on peut quand même appliquer ce théorème pour retrouver simplement le résultat précédent.

Rép : $F_z = \pi R^2 \left[P_0 + \rho g \left(H - \dfrac{2}{3}R\right)\right]$

3 Tube en U

On considère un tube en U rempli d'eau jusqu'à une hauteur $H = 10$ cm par rapport au fond. La section du tube est $s = 1.0$ cm^2. On ajoute 2 cm^3 d'huile dans une des branches du tube. La masse volumique de l'huile est égale à 0.6 fois celle de l'eau.
1. À quelle hauteur se trouve l'interface entre l'eau et l'huile ?
2. À quelle hauteur se trouve la surface libre de l'eau dans l'autre branche ?

Rép : Exprimer la pression au fond de deux manières ; l'interface est à 9,4 cm, la surface de l'eau à 10,6 cm

4 Pression au sommet de l'Éverest

On considère que la température de l'air, assimilé à un gaz parfait, décroît linéairement avec l'altitude. Au niveau de la mer la température vaut 20°C et au sommet de l'Éverest (altitude 8850 m), elle vaut -40°C.
1. Déterminer la loi de variation de la température avec l'altitude.
2. Établir la loi de variation de la pression avec l'altitude. En déduire la pression au sommet de l'Éverest en fonction de la pression au niveau de la mer. Comparer cette expression à celle du modèle de l'atmosphère isotherme.

Rép : $T = T_0 - Az, A = 6.78.10^{-3}\text{K.m}^{-1}; P(z) = P_0\left(\frac{T_0 - Az}{T_0}\right)^{\frac{Mg}{AR}}; P(8807m) = 0,31$ bar, modèle isotherme $p(z) = P_0 \exp\left(-\frac{Mg}{RT}z\right) \Rightarrow P(8807m) = 0.358$ bar

5 Iceberg

On considère un iceberg. On note V le volume total de l'iceberg, V_i son volume immergé et V_e son volume émergé.
1. Donner les expressions de la poussée d'Archimède et de la force de pesanteur qui s'appliquent sur l'iceberg.
2. En utilisant que l'iceberg est à l'équilibre, déterminer la proportion volumique de glace émergée.
Données : masse volumique de la glace $\rho_g = 0.92 \times 10^3$ kg m^{-3} ; masse volumique de l'eau liquide salée $\rho_e = 1.02 \times 10^3$ kg m^{-3} ; masse volumique de l'air $\rho_a = 1.2$ kg m^{-3}

Rép : $\dfrac{V_e}{V} = \dfrac{\rho_g - \rho_e}{\rho_a - \rho_g} = 10\%$

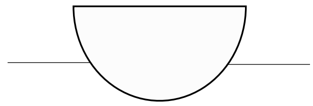
6 Oscillation d'un flotteur

Un flotteur cylindrique de masse volumique μ flotte à la surface de l'eau de masse volumique ρ_e. Le niveau supérieur du flotteur est repéré par sa cote z par rapport au niveau de la surface de l'eau. On suppose que le diamètre D du flotteur est très grand devant sa hauteur H, de façon à éviter tout basculement. On négligera la poussée d'Archimède exercée par l'air sur la partie émergée du flotteur. On néglige aussi tout frottement dans cette question. On suppose le bassin de volume suffisamment grand pour négliger les variations du niveau de l'eau.
1. Exprimer la position d'équilibre z_{eq}. À quelle condition le flotteur flotte-t-il effectivement ?
2. Si on perturbe l'équilibre, il apparaît des oscillations du flotteur à la surface. Écrire l'équation différentielle du mouvement satisfaite par $z(t)$. Exprimer la période T d'oscillation du flotteur ainsi que sa vitesse maximum $v_{\max}$ en fonction de l'amplitude a des oscillations et de la pulsation ω_0 des oscillations.
3. Calculer T et $v_{\max}$ pour $\mu = 500$ kg m$^{-3}, H = 0.1$ m et $a = 5$ cm.

Rép : $z_{eq} = H(1 - \mu/\rho_e); \ddot{z} + \dfrac{\rho_e g}{\mu H} z = \left(\dfrac{\rho_e}{\mu} - 1\right) g; T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\mu H}{\rho_e g}}; v_{max} = a\omega_0$

7 Équilibre d'un flotteur

Un flotteur semi-cylindrique de masse volumique μ est posé à la surface de l'eau de masse volumique ρ_e. A l'équilibre, le flotteur est enfoncé de la moitié de sa hauteur. En déduire l'expression de μ en fonction de ρ_e



Rép : Faire un gros dessin, exprimer un volume élémentaire en fonction de R, θ, puis intégrer pour trouver le volume immergé ; $\mu = \rho_e \left(\frac{2}{3} - \frac{\sqrt{3}}{2\pi}\right)$