

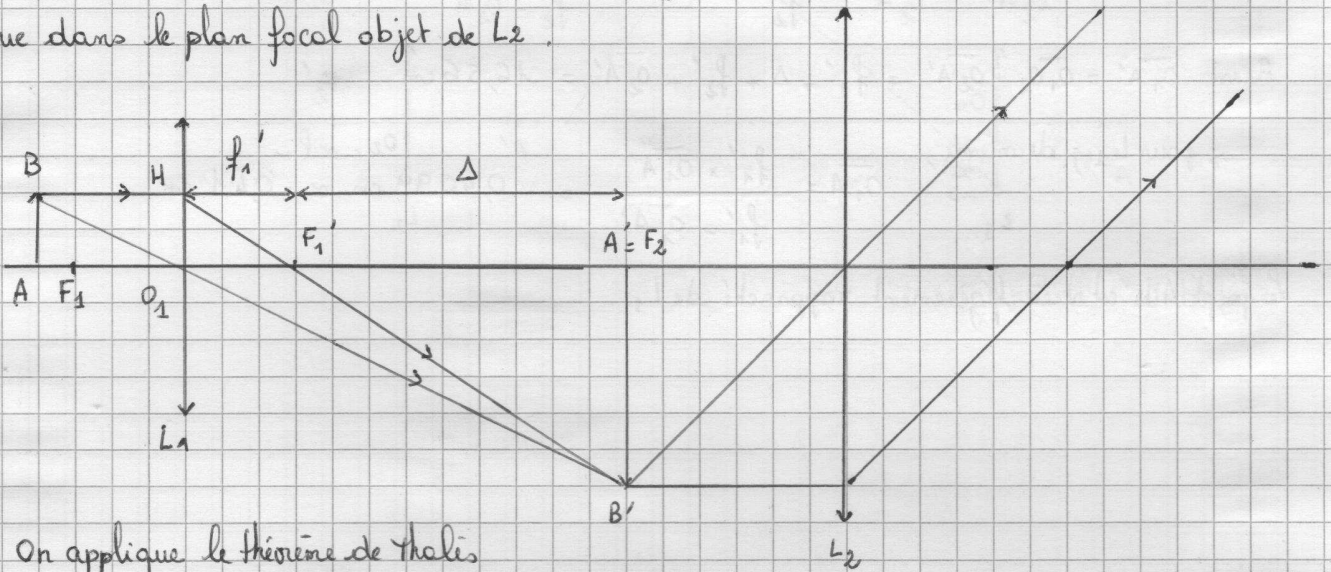
Détection de molécules individuelles à température ambiante

I - Détection du signal de fluorescence de molécules individuelles à température ambiante

I.A - Objectif de microscope et microscopie classique

Q1. Un œil normal n'accrode pas lorsque l'image finale est rejeté à l'infini. L'image intermédiaire, qui est l'objet conjugué de l'image finale par l'oculaire  $L_2$ , se situe dans le plan focal objet de  $L_2$ .

Q2.



Q3. On applique le théorème de Thalès

dans les triangles  $HO_1F_1'$  et  $F_1'F_2B'$ :  $\frac{O_1H}{F_2B'} = \frac{f_1'}{\Delta}$

De plus,  $\frac{O_1H}{F_2B'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{1}{181}$  On en déduit que  $\frac{f_1'}{\Delta} = \frac{1}{181}$  donc  $f_1' = \frac{\Delta}{181} = \underline{4 \text{ mm}}$ .

Q4. Commençons par déterminer la distance  $O_1A$  en utilisant la relation de conjugaison de Descartes:

$$\frac{1}{O_1F_2} - \frac{1}{O_1A} = \frac{1}{f_1'} \Leftrightarrow \overline{O_1A} = \frac{f_1' \times \overline{O_1F_2}}{f_1' - \overline{O_1F_2}} = -4,1 \text{ mm} \text{ ainsi } \underline{O_1A = 4,1 \text{ mm}}$$

De plus,  $O_1A = O_1P + PA = O_1P + w$  donc  $w = O_1A - O_1P = 4,1 - 3,5 = \underline{0,6 \text{ mm}}$ .

D'après Q3, on remarque que lorsque  $181$  augmente,  $f_1'$  diminue à  $\Delta$  constant.

La relation de conjugaison montre lorsque  $f_1'$  diminue,  $O_1A$  diminue aussi; l'objet se rapproche de l'objectif. Il faut donc prendre des précautions pour ne pas abîmer l'objectif lors de la mise au point. Des objectifs à fort grandissement sont munis d'un système de ressorts, dispositif anti-choc, qui évitent la déformation de la lentille frontale.

Q5. L'image finale  $m'$  est plus rejetée à l'infini mais se situe à une distance  $d_m = 25 \text{ cm}$  de l'œil placé en  $F_2'$ .

Soit  $A''$  le point de l'image finale et appartenant à l'axe optique.

$$A \xrightarrow{L_1} A' \xrightarrow{L_2} A''$$

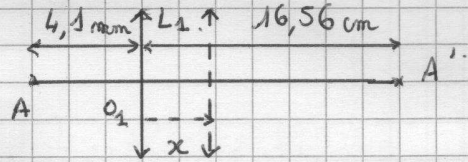
$$\overline{O_2 A''} = \overline{O_2 F_2'} + \overline{F_2' A''} = f_2' - d_m = -23 \text{ cm}$$

Nous utiliserons 2 fois la relation de conjugaison de Descartes pour déterminer  $A'$  puis le déplacement de l'objectif par rapport à l'objet resté fixe:

$$\rightarrow \text{pour } L_2: \frac{1}{\overline{O_2 A''}} - \frac{1}{\overline{O_2 A'}} = \frac{1}{f_2'} \Rightarrow \overline{O_2 A'} = -1,84 \text{ cm}$$

Le point  $A$  resté fixe se situe à la distance de  $0,41 + 0,4 + 16 + 2 - 1,84 = 16,97 \text{ cm}$  du point  $A'$ :  $AA' = 16,97 \text{ cm}$ . On cherche la distance  $x$  dont il faut déplacer  $L_1$  pour conjuguer ces deux points:

$$\rightarrow \text{pour } L_1: \frac{1}{16,97 - x} + \frac{1}{0,41 + x} = \frac{1}{f_1'}$$



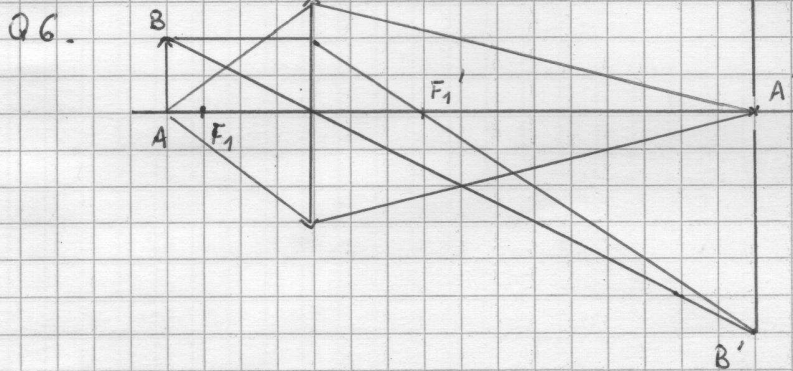
$$\Leftrightarrow \frac{0,41 + x + 16,97 - x}{(16,97 - x)(0,41 + x)} = \frac{1}{f_1'} \quad \text{On trouve 2 solutions } x = 6 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$$

$$x = 16,15 \text{ cm}$$

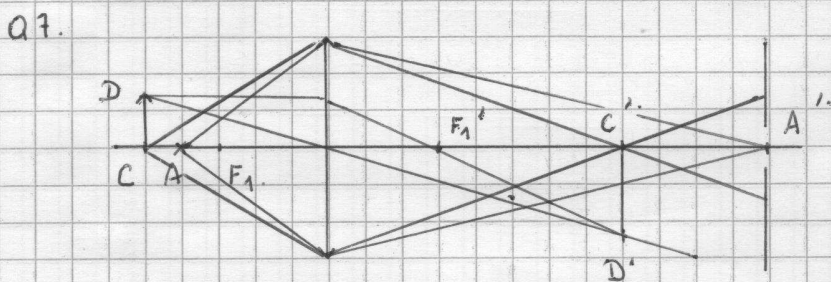
On écarte la 2<sup>e</sup> solution beaucoup trop importante pour en déduire que la latitude de mise au point est très faible et vaut  $6 \cdot 10^{-6} \text{ cm}$ .

Un système de vis et de crémaillères permet de modifier la distance entre le tube et la préparation à observer.

### IB. Microscope de fluorescence utilisé en configuration confocale pour la réinjection du bruit de fond.



L'image  $B'$  de  $B$  n'est pas captée par le photodétecteur.



On peut se servir du point  $D$  hors de l'axe optique pour trouver  $C'$ . Le tracé montre que le photodétecteur capte certains rayons issus de  $C$ . Ces rayons perturbent la netteté de l'image  $A'$ .

Q8. Ce trou de petite taille permet de sélectionner les rayons issus de A tout en éliminant ceux issus des points voisins de A tels que B. On constate néanmoins qu'il ne permet pas de supprimer la totalité des rayons issus des points sur l'axe optique tels que C.

Q9. Un système de balayage permet de constituer l'image point par point.

### I.C. Séparation de la lumière fluorescente de la lumière diffuse.

Q10.  $\lambda_{\text{désexcitation}}$  vérifie la relation  $\frac{\Delta E_{\text{désexcitation}}}{\lambda_{\text{désexcitation}}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{désexcitation}}}$ .

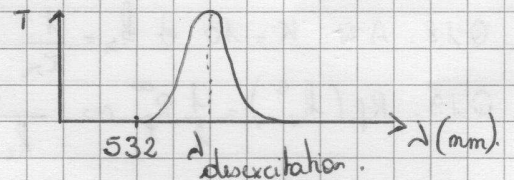
$\lambda_{\text{laser}}$  vérifie la même relation  $\frac{\Delta E_{\text{laser}}}{\lambda_{\text{laser}}} = \frac{hc}{\lambda_{\text{laser}}}$ .

Comme  $\Delta E_{\text{laser}}$  est supérieur à  $\Delta E_{\text{désexcitation}}$ , on en déduit  $\lambda_{\text{laser}} > \lambda_{\text{désexcitation}} = 532 \text{ nm}$ .

Q11. La lame semi-réfléchissante a pour fonction de réfléchir le rayonnement laser de longueur d'onde  $\lambda = 532 \text{ nm}$  et de transmettre le rayonnement relatif à la désexcitation fluorescente.

### I.D. Emission de la lumière de fluorescence par un fluorophore

Q12.  $P_2$  augmente lors de l'excitation et diminue par désexcitation:  $\frac{dP_2}{dt} = k_e P_1 - (k_n + k_{mr} + k_{isc}) P_2$ .



Les 3 équations différentielles ne sont pas indépendantes. Elles sont liées entre elles. En effet,

$$\frac{dP_1}{dt} + \frac{dP_2}{dt} + \frac{dP_3}{dt} = 0.$$

Q13. Le système est fermé: la probabilité de trouver une molécule sur les niveaux 1, 2 et 3 vaut 1:

$$P_1 + P_2 + P_3 = 1.$$

Q14. Les taches grisées de l'image b n'ont pas toutes la même intensité, certaines sont plus intenses que d'autres. Ceci montre que le phénomène de fluorescence peut s'atténuer puis disparaître.

Q15. En régime stationnaire, les probabilités d'occupation sont constantes donc

$$\frac{dP_1}{dt} = \frac{dP_2}{dt} = \frac{dP_3}{dt} = 0.$$

On obtient le système d'équations suivant:

$$\begin{cases} 0 = -k_e P_1 + (k_n + k_{mr}) P_2 + k_r P_3 & (1) \\ 0 = k_{isc} P_2 - k_r P_3 & (2) \\ 1 = P_1 + P_2 + P_3 & (3) \end{cases}$$

On élimine  $(P_1)$  à l'aide des équations 1 et 3:  
 $k_e (1 - P_2 - P_3) = (k_n + k_{mr}) P_2 + k_r P_3$   
 On élimine  $P_3$  à l'aide de (2):

$$k_e \left( 1 - \left( 1 + \frac{k_{isc}}{k_T} \right) P_2 \right) = (k_x + k_{nr}) P_2 + k_{isc} P_2 \Leftrightarrow P_2^s = \frac{k_e}{k_e K + k_x + k_{nr} + k_{isc}}$$

Q16. Le taux de fluorescence s'écrit  $R_f = k_x P_2^s$

$$R_f = \frac{k_x k_e}{k_e K + k_x + k_{nr} + k_{isc}}$$

Dans le cas où  $k_e \gg k_x, k_{nr}$  et  $k_{isc}$ ,  $R_f^\infty = \frac{k_x}{K}$ . Le niveau 2 se remplit très vite et se vide très lentement. Comme le nombre de molécules fluorescentes est constant, le niveau 2 atteint une population constante et maximale.  $P_2$  atteint sa valeur limite  $P_2^s$ . Le taux de désintégration fluorescente, proportionnel à  $P_2^s$ , est limite aussi.

Q17. Exciter trop fortement l'échantillon augmente le bruit sans pour autant augmenter le signal: le rapport signal/bruit diminue.

Exciter trop fortement l'échantillon accroît l'instabilité des molécules fluorescentes: la photo stabilité diminue.

Q18. A.N:  $K = 10$  et  $k_x = \frac{1}{\tau_x}$  donc  $R_f^\infty = 2 \cdot 10^7$ .

$$Q19. R_f(k_e^s) = \frac{1}{2} R_f^\infty \Leftrightarrow \frac{k_x k_e}{k_e K + k_x + k_{nr} + k_{isc}} = \frac{k_x}{2K} \Leftrightarrow k_e^s = \frac{k_x + k_{nr} + k_{isc}}{K}$$

$$\text{En posant } \frac{k_x}{\Phi_f} = k_x + k_{nr} + k_{isc}, \quad k_e^s = \frac{k_x}{\Phi_f \cdot K}. \quad \text{On obtient } \Phi_f = \frac{k_x}{k_x + k_{nr} + k_{isc}}$$

$$\text{Ainsi } R_f^\infty \text{ égal à } \frac{k_x}{K} \text{ devient } R_f^\infty = \Phi_f \cdot k_e^s$$

Q20. L'unité de  $\epsilon_{\max}$  est  $\text{mol}^{-1} \cdot \text{L} \cdot \text{cm}^{-1}$  donc celle de  $\sigma$  est  $\text{L} \cdot \text{cm}^{-1}$ .

$$\text{Ainsi } [\sigma] = \text{L}^2 \quad (\text{L} = \text{longueur}).$$

$\epsilon_{\max}$  est le coefficient d'extinction molaire c'est la capacité d'une mole de fluorophores à absorber la lumière incidente.

$\sigma = \frac{\epsilon_{\max}}{N_A}$  est la capacité d'une molécule (fluorophore) à absorber la lumière incidente.

$$\sigma = 0,17 \cdot 10^{-18} \text{ L} \cdot \text{cm}^{-1}$$

Posons  $\sigma = \frac{V}{1L}$  où  $V =$  volume d'1 fluorophore et  $1L$  le volume de la solution contenant des fluorophores.

On en déduit  $V = 0,17 \cdot 10^{-21} \text{ m}^3$ . Supposons que le fluorophore soit sphérique,

$$V = \frac{4\pi}{3} R^3, \quad \text{On en déduit } R = 34 \text{ nm}. \quad \text{Cette valeur correspond bien à la taille d'une molécule}$$

On peut donc poser  $V = \frac{\text{volume d'un fluorophore}}{1L}$ .

$$Q21. \text{ A.N. } I_s = k_e \frac{h\nu}{\sigma} = \frac{1}{\Phi_f} \times \frac{h\nu}{K} \times \frac{h\nu}{\lambda} \times \frac{N_A}{\epsilon_{\max}} = \frac{1}{1} \times \frac{1}{5 \cdot 10^{-9} \times 10} \times \frac{6,62 \cdot 10^{-34} \times 3 \cdot 10^8}{532 \cdot 10^{-9}} \times \frac{6 \cdot 10^{23}}{1 \cdot 10^5}$$

$$I_s = 45 \text{ MW} \cdot \text{m}^{-2} = 4500 \text{ W} \cdot \text{cm}^{-2}.$$

La section ouverte d'un laser vaut  $S = \pi R^2$  avec  $R \approx 1 \text{ mm}$

$$I = \frac{10^{-3}}{\text{laser} \cdot \pi (10^{-3})^2} = 320 \text{ W} \cdot \text{m}^{-2} \ll I_s.$$

### I. E. Excitation laser.

Q22. La figure 3 permet de déterminer  $w_x$ . En effet,  $w_x$  est la demi-largeur du faisceau en  $z=0$ . Sur le graphique, on lit  $w_x = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m}$ . On en déduit

$ON = 0,5 \times \frac{\lambda}{w_x} = 0,66$ . On retrouve la valeur de l'énergie. Un  $ON$  élevé permet de recueillir plus de photons.

Q23.  $P = I_s \times S$  où  $S$  est la surface du faisceau en  $z=0$ :  $S = \pi w_x^2$ .

$$\text{A.N. } P = 45 \cdot 10^6 \times \pi (0,4 \cdot 10^{-6})^2 = 2,3 \cdot 10^{-5} \text{ W}.$$

Q24. Le faisceau laser est limité selon  $x$ , limitation caractérisée par  $w_x$ , et selon  $z$ , limitation caractérisée par  $w_z$ . Au delà de ces distances, la puissance du faisceau est quasi-nulle. On en déduit que le volume excité vaut  $\pi w_x^2 \times w_z$ .

$$\text{A.N. } w_x = 0,4 \cdot 10^{-6} \text{ m et } w_z = 0,8 \frac{\lambda}{1 - \cos \theta} = 1,7 \cdot 10^{-6} \text{ m}.$$

$$\text{volume excité} = 8,5 \cdot 10^{-19} \text{ m}^3.$$

Q25. Pour connaître la concentration, on peut compter le nombre de taches grises de la volume considéré. Sur la figure b, on compte 17 fluorophores dans un volume de  $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m} \times 100 \text{ nm}$  soit une concentration de  $1,7 \cdot 10^{18} \text{ molec} \cdot \text{m}^{-3}$  ou  $2,8 \cdot 10^{-6} \text{ mol} / \text{m}^3$ .

### I. F. Rapport signal sur bruit.

Q26.  $S_f$  est d'autant plus grand que l'efficacité de détection,  $R_f$  et  $\tau_a$  sont grands.

On peut écrire  $S_f = \text{efficacité} \times R_f \times \tau_a$ .

Q27. Le détecteur capte, à chaque acquisition, une surface égale à  $\pi w_x^2$ . Sur la figure 3b, la surface à balayer est  $10 \mu\text{m} \times 10 \mu\text{m}$ .

$$\text{On peut en déduire qu'il a fallu } N = \frac{(10 \cdot 10^{-6})^2}{\pi (0,4 \cdot 10^{-6})^2} = 199 \text{ acquisitions}.$$

la durée d'une acquisition étant la somme de la durée d'excitation  $\tau_e$  et la durée d'émission  $\tau_r$

on en déduit  $\tau_i = N(\tau_e + \tau_r) = N\left(\frac{1}{k_e} + \frac{1}{k_r}\right)$  avec  $k_e = 0,1 k_e^S$

$$\tau_i = N \tau_r \left( \frac{\Phi_f \cdot k}{0,1} + 1 \right)$$

$$k_e^S = \frac{k_r}{\Phi_f \cdot k} \quad (\text{question 19})$$

$$\tau_i = 1 \cdot 10^{-4} \text{ s}$$

$$k_r = \frac{1}{\tau_r} = \frac{1}{5 \cdot 10^{-9}} \text{ s}^{-1}$$

$$Q28. \frac{S_f}{B} = \frac{S_f}{\sqrt{S_f + S_d}} = \frac{R_f \cdot \eta_D \cdot \tau_a}{\sqrt{R_f \cdot \eta_D \cdot \tau_a + \eta_D \cdot \sqrt{D} \cdot mV \frac{I_0 \cdot \tau_a}{h\nu}}}$$

Q29. On se souhaite recueillir que la lumière émise par un volume élémentaire entourant un point A. La question 6 a montré que le trou du photodétecteur élimine les points B voisins de A et hors de l'axe optique. Le diaphragme, lui, bloque les rayons provenant des points C, voisins de A et appartenant à l'axe optique.

## II. Analyse de la lumière de fluorescence.

Q30. Si à l'instant  $t_m = m\tau$  la particule est à  $x_m = ma$ , c'est qu'à l'instant  $t_{m-1} = (m-1)\tau$  elle était soit en  $x_{m-1} = (m-1)a$  soit en  $x_{m+1} = (m+1)a$ . Comme ces événements sont disjoints, on peut sommer leur probabilité. Mais si elle se trouvait en  $x_{m-1}$ , elle n'a qu'une probabilité de  $1/2$  d'aller sur  $x_m$  et si elle se trouve en  $x_{m+1}$ , elle n'a qu'une probabilité de  $1/2$  d'aller sur  $x_m$ . On obtient:

$$p(x_m, t_m) = \frac{1}{2} p(x_{m-1}, t_{m-1}) + \frac{1}{2} p(x_{m+1}, t_{m-1})$$

Q31. Par un développement de Taylor,  $p(x_m, t_m) = p(x_m, m\tau) \approx p(x_m, (m-1)\tau) + \tau \frac{\partial p}{\partial t}$  au 1<sup>er</sup> ordre.

Q32. Par un développement de Taylor au 2<sup>o</sup> ordre,

$$p(x_{m \pm 1}, t_{m-1}) = p(x_m = ma, t_{m-1}) \pm a \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{2} a^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2}$$

Q33. En remplaçant ces développements dans l'équation de Q30:

$$p(x_m, t_{m-1}) + \tau \frac{\partial p}{\partial t} = \frac{1}{2} \left( p(x_m, t_{m-1}) + a \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{2} a^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right) + \frac{1}{2} \left( p(x_m, t_{m-1}) - a \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{2} a^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \right)$$

$$\Leftrightarrow \tau \frac{\partial p}{\partial t} = a^2 \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \quad \text{Equation de diffusion.}$$

Q34. Coefficient de diffusion  $D = \frac{a^2}{\tau}$

Q35.  $\langle \vec{OA}_N \rangle = \langle x_N \rangle \vec{e}_x + \langle y_N \rangle \vec{e}_y$ . Comme chaque position est équiprobable,

$$\langle x_N \rangle = \langle y_N \rangle = 0 \text{ donc } \langle \vec{OA}_N \rangle = \vec{0}.$$

Il n'est donc pas possible d'estimer le parcours suivi par la molécule lors de sa diffusion en calculant  $\langle \vec{OA}_N \rangle$ .

Q36. En utilisant les ordres de grandeur dans l'équation de diffusion:

$$\frac{\partial p}{\partial t} = D \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} \rightarrow \frac{p}{\Delta t} = D \frac{p}{\Delta^2} \text{ soit } D = \frac{\Delta^2}{\Delta t} \Leftrightarrow \boxed{\Delta^2 = D \Delta t}.$$

Q37. A 2 dimensions, on admet que  $\Delta^2 = 2D \Delta t$ .

la figure 6 donne  $2D = \beta = 4 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ . On en déduit  $\underline{D = 2 \cdot 10^{-13} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}}$ .

Pour une diffusion dans un liquide,  $D \approx 10^{-9} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .

Pour une diffusion dans un solide,  $D \approx 10^{-30} \text{ m}^2 \cdot \text{s}^{-1}$ .

la valeur trouvée est relative à une diffusion dans un film sol-gel, elle doit se situer entre  $10^{-9}$  et  $10^{-30}$ .

III Exaltation du signal par un substrat métallique présentant une rugosité.

III A - Dipôle induit dans une nanoparticule métallique sphérique de taille 10 nm.

Q38.  $\alpha$  est la polarisabilité des particules.

unité de  $p$ : C.m

unité de  $\epsilon_0$ : F.m<sup>-1</sup>

unité de  $E$ : V.m<sup>-1</sup>

$$\left. \begin{array}{l} \text{unité de } p: \text{C.m} \\ \text{unité de } \epsilon_0: \text{F.m}^{-1} \\ \text{unité de } E: \text{V.m}^{-1} \end{array} \right\} \text{ unité de } \alpha: \frac{\text{C.m}}{\text{F.m}^{-1} \cdot \text{V.m}^{-1}} = \frac{\text{C}}{\text{F.V}} \text{ m}^3$$

Or d'après la formule,  $q = C u$ ,  $C = F.V$

on en déduit que l'unité de  $\alpha$  est m<sup>3</sup> et sa dimension L<sup>3</sup>.

Pour une molécule sphérique de rayon R,  $\alpha \approx \frac{4}{3} \pi R^3$ .

Q39.  $\alpha_1$  est la polarisabilité de la nanoparticule de taille 10 nm,  $\alpha_2$  celle du fluorophore de taille 0,8 μm (fig. 3).

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1} \approx \frac{(0,8 \cdot 10^{-6})^3}{(10 \cdot 10^{-9})^3} = 512000 \gg 1.$$

la réponse Raman des molécules est très peu intense mais l'adsorption de ces molécules sur le substrat métallique et la polarisation des nanoparticules qui s'en suit conduit à l'amplification du champ EM diffusé. Le champ EM induit par la polarisation des nanoparticules renforce celui des molécules, les nanoparticules

servent "d'antenne". Cette exaltation permet ainsi de détecter spécifiquement des échantillons adsorbés avec des concentrations extrêmement faibles.

### III. B. Modèle de Drüide pour les électrons métalliques de la monoparticule.

Q40.  $\vec{j}_e = -me\vec{v}$

Q41. On applique le PFD à un électron libre du métal soumis aux forces  $-e\vec{E}$  et  $-\frac{m}{\tau}\vec{v}$ :

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = -\frac{m}{\tau}\vec{v} - e\vec{E} \text{ qui devient en notation complexe } (j\omega m + \frac{m}{\tau})\vec{v} = -e\vec{E}$$

ainsi  $\vec{v} = \frac{-e}{m(\frac{1}{\tau} + j\omega)}\vec{E}$  On en déduit  $\vec{j}_e = \frac{me^2}{m(\frac{1}{\tau} + j\omega)}\vec{E}$  et  $\sigma = \frac{me^2}{m(\frac{1}{\tau} + j\omega)}$

En posant  $\omega_p^2 = \frac{ne^2}{m\epsilon_0}$ ,  $\sigma$  devient:

$$\sigma = \frac{\omega_p^2 \epsilon_0}{\frac{1}{\tau} + j\omega}$$

Q42. Dans l'hypothèse où  $\frac{1}{\tau} \ll \omega$  cad  $\tau \gg \frac{1}{\omega}$ ,  $\sigma$  se simplifie et devient imaginaire pur:

$$\sigma = -j \frac{\omega_p^2 \epsilon_0}{\omega}$$

Cette hypothèse revient à négliger la force visqueuse  $-\frac{m}{\tau}\vec{v}$ .

Cette conductivité imaginaire pure introduit un déphasage de  $\frac{\pi}{2}$  entre  $\vec{j}_e$  et  $\vec{E}$ .

On pose  $\vec{E} = E_0 \cos(\omega t - k_z) \vec{e}_x$  alors  $\vec{j}_e = \sigma \vec{E} = \sigma E_0 \cos(\omega t - k_z - \frac{\pi}{2}) \vec{e}_x = \sigma E_0 \sin(\omega t - k_z) \vec{e}_x$ .

La puissance volumique cédée au métal s'écrit:

$$P_v = \vec{j}_e \cdot \vec{E} = \sigma E_0^2 \cos(\omega t - k_z) \times \sin(\omega t - k_z) = \frac{\sigma E_0^2}{2} \sin(2\omega t - 2k_z)$$

$\langle P_v \rangle = 0$ . L'onde se propage sans céder d'énergie à la matière cad sans s'atténuer.

Q43.  $\epsilon = 1 - \frac{i\sigma}{\omega\epsilon_0} = 1 - \frac{i}{\omega\epsilon_0} \left( -i \frac{\omega_p^2 \epsilon_0}{\omega} \right) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}$

Q44.  $\lambda = 4\pi a^3 \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} = 4\pi a^3 \frac{1 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}{3 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2}}$   $\lambda$  devient très grand lorsque  $3 - \frac{\omega_p^2}{\omega^2} = 0$   
 cad pour  $\omega = \frac{\omega_p}{\sqrt{3}}$

Correction proposée par Christelle Luino.