

## ÉLECTROCINÉTIQUE

## CHAPITRE 3 : CIRCUITS DU DEUXIÈME ORDRE

## EN RÉPONSE INDICIELLE

Oscillateur harmonique. Exemple du circuit LC	Établir et reconnaître l'équation différentielle qui caractérise un oscillateur harmonique ; la résoudre compte tenu des conditions initiales. Caractériser le mouvement en utilisant les notions d'amplitude, de phase, de période, de fréquence, de pulsation. Réaliser un bilan énergétique.
Circuit RLC série	Analyser, sur des relevés expérimentaux, l'évolution de la forme des régimes transitoires en fonction des paramètres caractéristiques. Prévoir l'évolution du système à partir de considérations énergétiques. Écrire sous forme canonique l'équation différentielle afin d'identifier la pulsation propre et le facteur de qualité. Décrire la nature de la réponse en fonction de la valeur du facteur de qualité. Déterminer la réponse détaillée dans le cas d'un régime libre ou d'un système soumis à un échelon en recherchant les racines du polynôme caractéristique. Déterminer un ordre de grandeur de la durée du régime transitoire selon la valeur du facteur de qualité.
Stockage et dissipation d'énergie.	Réaliser un bilan énergétique.

## I Oscillateurs harmoniques

avec le circuit LC série

- 1) Équation différentielle
- 2) Solution de l'équation différentielle
- 3) Représentation graphique
- 4) Autres grandeurs électriques
- 5) Étude énergétique

## II Oscillateurs amortis

avec le circuit RLC série

## A Équation différentielle

Pour chacun des régimes selon le facteur de qualité  $Q$  :

- (a) Régime apériodique critique  $Q = \frac{1}{2}$
- (b) Régime apériodique  $Q < \frac{1}{2}$
- (c) Régime pseudo-périodique  $Q > \frac{1}{2}$

## B Solutions de l'équation différentielle

- (a) avec le temps caractéristique  $\tau_c$
- (b) avec les racines réelles  $r_{1,2}$
- (c) avec la pseudo-pulsation  $\omega_p$  et le temps caractéristique  $\tau_p$

## C Représentations graphiques

- (c) avec la pseudo-pulsation  $\omega_p$  et le temps caractéristique  $\tau_p$  et le décrement logarithmique  $\delta$  et  $Q \approx$  le nombre d'oscillations

## D Autres grandeurs électriques

## E Études énergétiques

**Questions de cours / Applications directes du cours :**

1. Donner l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique sans second membre/avec second membre constant.  
Préciser le nom et l'unité SI de la grandeur physique qui intervient.
2. Donner les deux formes de la solution générale de l'équation différentielle de l'oscillateur harmonique sans second membre/avec second membre constant en précisant les relations entre les deux couples de constantes qui interviennent.
3. Déterminer l'expression de  $\omega_0$  pour un circuit LC série et parallèle.
4. Donner l'équation différentielle de l'oscillateur amorti sans second membre/avec second membre constant.  
Préciser le nom et l'unité SI des grandeurs physiques qui interviennent.
5. Déterminer les conditions sur le facteur de qualité à partir du discriminant de l'équation caractéristique pour différencier les 3 régimes en précisant leurs noms.
6. Donner les solutions générales de l'équation différentielle de l'oscillateur amorti sans second membre/avec second membre constant dans :  
- le régime aperiodique (avec racines réelles en fonction de  $\omega_0$  et  $Q$ )  
- le régime aperiodique critique (avec  $\tau_c$  en fonction de  $\omega_0$ )  
- le régime pseudo-periodique (avec  $\omega_p$  et  $\tau_p$  en fonction de  $\omega_0$  et  $Q$  en donnant les deux formes et en précisant les relations entre les deux couples de constantes qui interviennent).
7. Déterminer l'expression de  $\omega_0$  et  $Q$  pour un circuit RLC série.  
Déterminer l'expression de  $\omega_0$  et  $Q$  pour un circuit RLC parallèle.
8. Réponse indicelle d'un circuit électrique constitué d'un générateur de tension idéal avec un échelon descendant absolu en zéro en série avec un résistor de résistance  $R$ , une bobine d'inductance  $L$  et un condensateur de capacité  $C$  pour la tension aux bornes du condensateur  $u_C(t)$ .
9. Réponse indicelle d'un circuit électrique constitué d'un générateur de tension idéal avec un échelon montant absolu en zéro en série avec un résistor de résistance  $R$ , une bobine d'inductance  $L$  et un condensateur de capacité  $C$  pour la tension aux bornes du condensateur  $u_C(t)$ .
  - (a) Faire un schéma du circuit.
  - (b) Établir l'équation différentielle.
  - (c) Résoudre l'équation différentielle dans les différents régimes.
  - (d) Tracer les solutions dans les différents régimes.
  - (e) Faire un bilan de puissance.
10. Reprendre les réponses indicelles précédentes en étudiant d'autres grandeurs électriques (tension aux bornes de chaque dipôle, courant traversant chaque dipôle,...), d'autres échelons (non absolus ou non en zéro), d'autres générations d'échelons (interrupteurs), d'autres conditions initiales (pas totalement chargé ou déchargé) ou encore bien sûr d'autres circuits électriques!

11. Oscillateur harmonique (=non-amorti) : Donner la condition sur le facteur de qualité et déterminer la conséquence sur la pulsation et la constante de temps.

Oscillateur faiblement amorti : donner la condition sur le facteur de qualité et déterminer la conséquence sur la pulsation.

En régime pseudo-périodique :

12. Donner la méthode pour estimer  $Q$ .

13. Donner la méthode pour mesurer  $Q$  en connaissant  $\omega_0$  :

(a) à partir de la mesure de la constante de temps  $\tau_p$ ,

(b) à partir de la mesure de la pseudo-période  $T_p$ .

14. Donner la méthode pour mesurer  $Q$  en ne connaissant pas  $\omega_0$  :

(a) à partir des mesures de la constante de temps  $\tau_p$  et de la pseudo-période  $T_p$ ,

(b) à partir du décrément logarithmique  $\delta$  en rappelant sa définition.

15. ...

## ÉLECTRODINÉMIQUE

### CHAPITRE 4 : CIRCUITS EN RÉGIME SINUSOÏDAL FORCÉ

Impédances complexes.	Établir et connaître l'impédance d'une résistance, d'un condensateur, d'une bobine.
Association de deux impédances.	Remplacer une association série ou parallèle de deux impédances par une impédance équivalente.
Oscillateur électrique soumis à une excitation sinusoïdale. Résonance.	Relier l'acuité d'une résonance au facteur de qualité. Déterminer la pulsation propre et le facteur de qualité à partir de graphes expérimentaux d'amplitude et de phase.

## I L'électrocinétique en notation complexe

### A Notation complexe

1) Notation réelle  $\leftrightarrow$  Notation complexe

2) Propriétés

**B Lois de l'électrocinétique****1) Lois de Kirchhoff**

(a) Loi des mailles

(b) Loi des noeuds

**2) Impédances des dipôles linéaires passifs**

(a) Résistor

(b) Condensateur

(c) Bobine

**3) Association de dipôles linéaires passifs**

(a) Impédances équivalentes

(b) Ponts diviseurs

**4) Loi des noeuds en termes de potentiel****II Circuits électriques du 1<sup>er</sup> ordre en régime sinusoïdal forcé**

avec le circuit RC série

**1) Avec la notation réelle****2) Avec la notation complexe****3) Notation réelle ↔ Notation complexe****III Circuits électriques du 2<sup>ème</sup> ordre en régime sinusoïdal forcé**

avec le circuit RLC série

**A Intensité du courant dans le circuit RLC série****1) Transadmittance du circuit RLC série****2) Généralisation : Passe-bande du deuxième ordre****(a) Fonction de transfert**

$$\underline{H}(\omega) = \frac{H_0 \frac{j\omega}{Q\omega_0}}{1 + \frac{j\omega}{Q\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2} = \frac{H_0}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

**(b) Gain et phase****3) Résonance****(a) Pulsation de résonance**  $\omega_R = \omega_0$ **(b) Gain et phase à la résonance**  $|\underline{H}(\omega_R)| = |H_0|$   $\varphi(\omega_R) = \arg(H_0)$ **4) Pulsations de coupure et bande passante**

$$|\underline{H}(\omega_{c\pm})| = \frac{|H_0|}{\sqrt{2}} \quad \text{donc} \quad \Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$$

**5) Représentation graphique**

Q comme qualité de la résonance : sélectivité

**6) Résonance en intensité du circuit RLC série**

**B Tension aux bornes du condensateur dans le circuit RLC série****1) Amplification complexe en tension du circuit RLC série****2) Généralisation : Passe-bas du deuxième ordre****(a) Fonction de transfert**

$$\underline{H}(\omega) = \frac{H_0}{1 + \frac{j\omega}{Q\omega_0} + \left(j\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}$$

**(b) Gain et phase****3) Résonance****(a) Condition et pulsation de résonance**  $Q > \frac{1}{\sqrt{2}}$ **(b) Gain à la résonance****4) Pulsation de coupure et bande passante**  $|\underline{H}(\omega_c)| = \frac{|H_0|}{\sqrt{2}}$ **5) Représentation graphique**

$Q$  comme qualité de la résonance : intensité

**6) Résonance en tension du circuit RLC série****Questions de cours / Applications directes du cours :**

- Comment passer d'une notation réelle à une notation complexe ?  
Comment passer d'une notation complexe à une notation réelle ?
- Quel est l'équivalent d'une équation différentielle temporelle en complexes ?  
Quel est l'équivalent d'une fonction de transfert en  $(j\omega)$  en réels ?
- Donner la définition de l'impédance complexe d'un dipôle linéaire passif à partir d'un schéma.  
Déterminer les expressions des impédances complexes d'un résistor, d'un condensateur et d'une bobine.
- Quelle est l'impédance complexe équivalente d'une association série/parallèle de dipôles linéaires passifs ?  
Déterminer les impédances complexes équivalentes de n'importe quelle association de dipôles linéaires passifs.
- Quelle est la formule du pont diviseur de tension/courant en régime sinusoïdal forcé ?
- Présenter la loi des noeuds en termes de potentiel.
- Pour chaque signal en sortie  $s(t)$  dans les circuits électriques en régime sinusoïdal forcé de pulsation  $\omega$  :  
Déterminer l'équation différentielle vérifiée par  $s(t)$  en fonction de  $e(t)$  à partir de la fonction de transfert  $\frac{s}{e}$ .
  - Pour la tension aux bornes du condensateur dans le circuit RC série.
  - Pour la tension aux bornes de la résistance dans le circuit RC série.
  - Pour la tension aux bornes du condensateur dans le circuit RLC série.
  - Pour la tension aux bornes de la résistance dans le circuit RLC série.  
Déterminer l'équation différentielle à partir de la fonction de transfert de n'importe quel circuit électrique en régime sinusoïdal forcé.

8. Régime sinusoïdal forcé d'un circuit électrique constitué d'un générateur de tension idéal avec un signal alternatif en série avec un résistor de résistance  $R$  et un condensateur de capacité  $C$  pour la tension aux bornes du condensateur  $u_c$ .
  - (a) en réels : faire un schéma du circuit, établir l'équation différentielle, déterminer la solution particulière sinusoïdale.
  - (b) en complexes : faire un schéma du circuit, établir la fonction de transfert, déterminer la partie réelle de la solution complexe.
9. Donner les deux formes canoniques de la fonction de transfert d'un passe-bande du deuxième ordre.  
Déterminer le gain et la phase de la fonction de transfert d'un passe-bande du deuxième ordre.
10. Déterminer les limites à basses fréquences et à hautes fréquences du gain et de la phase de la fonction de transfert d'un passe-bande du deuxième ordre.
11. Déterminer la pulsation de résonance d'un passe-bande du deuxième ordre.  
Déterminer le gain et la phase à la résonance d'un passe-bande du deuxième ordre.
12. Déterminer l'expression de la bande passante d'un passe-bande du deuxième ordre.
13. Tracer l'allure du gain et de la phase d'un passe-bande du deuxième ordre en fonction de la pulsation en précisant les limites, les coordonnées de la résonance et la position et l'expression de la bande passante.
14. Régime sinusoïdal forcé d'un circuit électrique constitué d'un générateur de tension idéal avec un signal alternatif en série avec un résistor de résistance  $R$ , une bobine d'inductance  $L$  et un condensateur de capacité  $C$  pour le courant dans le circuit  $i$ .
  - (a) Faire un schéma du circuit.
  - (b) Établir la fonction de transfert.
  - (c) Caractériser la résonance et la bande passante.
  - (d) Tracer les allures de la courbe en gain et en phase.
15. Donner la forme canonique de la fonction de transfert d'un passe-bas du deuxième ordre.  
Déterminer le gain et la phase de la fonction de transfert d'un passe-bas du deuxième ordre.
16. Déterminer les limites à basses fréquences et à hautes fréquences du gain et de la phase de la fonction de transfert d'un passe-bas du deuxième ordre.
17. Déterminer le gain et la phase à la pulsation propre d'un passe-bas du deuxième ordre.
18. Déterminer la condition de résonance d'un passe-bas du deuxième ordre.  
Déterminer la pulsation de résonance d'un passe-bas du deuxième ordre.
19. Tracer l'allure du gain et de la phase d'un passe-bas du deuxième ordre en fonction de la pulsation en précisant les limites, les coordonnées de la pulsation propre, la condition de résonance et les positions de la pulsation de résonance et du gain à la résonance et la position de la pulsation de coupure en fonction de la valeur du facteur de qualité.
20. Régime sinusoïdal forcé d'un circuit électrique constitué d'un générateur de tension idéal avec un signal alternatif en série avec un résistor de résistance  $R$ , une bobine d'inductance  $L$  et un condensateur de capacité  $C$  pour la tension aux bornes du condensateur  $u_c$ .
  - (a) Faire un schéma du circuit.
  - (b) Établir la fonction de transfert.
  - (c) Caractériser la résonance et la bande passante.
  - (d) Tracer les allures de la courbe en gain et en phase.
21. ...