

- | | |
|---|---|
| <p>1) $\frac{3}{3^a} = 3^{1-a}$ (C 010)</p> <p>2) Pour $x > 0$ et $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, $(x^b)^c = x^{bc}$ (C 015b)</p> <p>3) $(\sqrt{x})^2 = x$ Pour $x \geq 0$ (C 026b)</p> <p>4) $\ln(a+b) =$ PFC (C 044d)</p> <p>5) $\tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)}$ pour $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (C 099a)</p> <p>6) $\sin(5\pi/4) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ (C 100c)</p> <p>7) $\cos(3\pi/4) = \frac{-\sqrt{2}}{2}$ (C 100g)</p> <p>8) $\tan(-\pi/3) = -\sqrt{3}$ (C 101b)</p> <p>9) $\cos(x) = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ (C 102a)</p> <p style="padding-left: 40px;">$\iff x = \frac{5\pi}{6} + 2k\pi$ OU $x = \frac{-5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$</p> <p>10) $\sin x = \frac{-1}{2}$ (C 103b)</p> <p style="padding-left: 40px;">$\iff x = \frac{-\pi}{6} + 2k\pi$ OU $\frac{-5\pi}{6} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$</p> <p>11) $\tan x = \frac{-1}{\sqrt{3}} \iff x = \frac{-\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (C 104b)</p> <p>12) $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$ (C 105a)</p> <p>13) $\sin\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos x$ (C 106b)</p> | <p>14) $\tan(\pi - x) = \tan(-x) = -\tan x$ (C 107c)</p> <p>15) $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x = 2\cos^2 x - 1 = 1 - 2\sin^2 x$ (C 120c)</p> <p>16) $\sin 2x = 2\sin x \cos x$ (C 122c)</p> <p>17) $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{\tan x + \tan \pi/4}{1 - \tan x \tan \pi/4} = \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x}$ (C 126a)</p> <p>18) $\sin a \cos b = \frac{1}{2}[\sin(a+b) + \sin(a-b)]$ (C 152)</p> <p>19) $\sin x < 1/2 \iff 5\pi/6 + 2k\pi < x < 13\pi/6 + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}$
 $(\iff -7\pi/6 + 2k\pi < x < \pi/6 + 2k\pi$
 $\iff x \in \bigcup_{k \in \mathbb{Z}}]5\pi/6 + 2k\pi < x < 13\pi/6 + 2k\pi[)$ (C 163a)</p> <p>20) $\sum_{j=1}^n a_j \cdot k = k \sum_{j=1}^n a_j$ (C 501b)</p> <p>21) Soit (u_n) est une suite arithmétique de raison 3 (C 510d)
 telle que $u_{40} = 7$. Calculer u_{23}
 $u_{23} = u_{40} + (23 - 40) \times 3 = 7 - 17 \times 3 = 7 - 51 = -44$</p> <p>22) (u_n) géométrique de raison q (C 515c)</p> <p style="padding-left: 40px;">$\sum_{k=p}^n u_k = \frac{u_p - u_{n+1}}{1 - q} = u_p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q}$ pour $q \neq 1$</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin: 10px 0;"> <ul style="list-style-type: none"> Les deux formules sont à connaître et sont équivalentes puisque $u_p q^{n-p+1} = u_{n+1}$ Ne pas oublier le premier terme u_p car la somme commence avec $k = p$ (et non $k = 0$) </div> <p>23) Inversion : $\sum_{j=0}^n \sum_{k=0}^j a_{j,k} = \sum_{0 \leq k \leq j \leq n} a_{j,k} = \sum_{k=0}^n \sum_{j=k}^n a_{j,k}$ (C 536b)</p> |
|---|---|

$$24) \frac{2^{2n+1}}{5^n} = 2 \frac{2^{2n}}{5^n} = 2 \left(\frac{2^2}{5} \right)^n \quad (\text{C 553b})$$

$$25) \text{ Double Inégalité triangulaire : } \quad (\text{C 567})$$

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \text{ (ou } \mathbb{C}^2), \quad \left| |x| - |y| \right| \leq |x + y| \leq |x| + |y|$$

$$26) \text{ Définition : } \quad [x] = y \quad \Longleftrightarrow \quad \begin{cases} y \in \mathbb{Z} \\ y \leq x < y + 1 \end{cases} \quad (\text{C 600})$$

$$\Longleftrightarrow \quad x = y + \alpha \quad \text{avec} \quad y \in \mathbb{Z} \quad \text{et} \quad \alpha \in [0, 1[$$

Ne pas oublier que $y \in \mathbb{Z}$.

D'autre part, on ne peut pas utiliser la partie entière pour définir la partie entière. Cela n'aurait pas de sens.

$$27) \text{ Vrai ou Faux ? } \dots \dots \dots \text{ FAUX } \quad (\text{C 602a})$$

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2, [x + y] = [x] + [y]$$

$$\text{Par exemple : } [1, 5 + 1, 5] = 3 \neq [1, 5] + [1, 5] = 2$$

$$28) \text{ Donner un encadrement décimal de } x \in \mathbb{R} \text{ à } 10^{-n} \text{ près : } \quad (\text{C 605b})$$

$$\frac{[10^n x]}{10^n} \leq x < \frac{[10^n x] + 1}{10^n}$$

$$29) \text{ Pour } n \geq 1, \quad \prod_{k=1}^n k = n! \quad (\text{C 610b})$$

$$30) 1 \times 3 \times 5 \times \dots \times (2n+1) = \frac{(2n+1)!}{2 \times 4 \times 6 \times \dots \times (2n)} = \frac{(2n+1)!}{2^n n!} \quad (\text{C 623b})$$

$$31) \binom{n}{2} = \frac{n!}{(n-2)!2!} = \frac{n(n-1)}{2} \quad (\text{C 627})$$

$$32) \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^k 1^{n-k} = (1+2)^n = 3^n \quad (\text{C 640b})$$