

Exercice 1

Écrire la négation des propositions suivantes

- a) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$
- b) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 1$
- c) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x < y$ ou $y < x$
- d) $\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x < y$ et $y < x$
- e) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, y < x$
- f) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, y \leq x \Rightarrow 2y \leq x^2$
- g) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, xy = 0 \Rightarrow x = 0$

Exercice 2

Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$
- b) $\forall x \in \mathbb{R}, x < 2 \Rightarrow x^2 < 4$
- c) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$
- d) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 4 \Rightarrow x < 1$
- e) $\forall x \in \mathbb{R}, x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 3$
- f) $\forall x \in \mathbb{R}^*, x > 2 \Rightarrow 1/x < 1/2$
- g) $\forall x \in \mathbb{R}^*, x < 2 \Rightarrow 1/x > 1/2$
- h) $\forall x \in \mathbb{R}^*, 1/x < 0 \Rightarrow x > 0$

Exercice 3 Voici une liste de propositions

- a) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, y > x$
- b) $\exists y \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{N}, y > x$
- c) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, y < x$
- d) $\exists y \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{N}, y < x$
- e) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, y \leq x$
- f) $\exists y \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{N}, y \leq x$
- g) $\forall x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z}, y < x$
- h) $\exists y \in \mathbb{Z}, \forall x \in \mathbb{Z}, y \leq x$

1. Certaines de ces propositions sont les négations des autres. Lesquelles ?
2. Pour chacune de ces propositions, démontrer si elles sont vraies ou fausses.

Exercice 1

Écrire la négation des propositions suivantes

- a) $\exists x \in \mathbb{R}, x^2 < 0$
- b) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 1$
- c) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, x < y$ ou $y < x$
- d) $\exists x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{R}, x < y$ et $y < x$
- e) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, y < x$
- f) $\exists x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, y \leq x \Rightarrow 2y \leq x^2$
- g) $\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{R}, xy = 0 \Rightarrow x = 0$

Exercice 2

Dire si les propositions suivantes sont vraies ou fausses

- a) $\forall x \in \mathbb{R}, x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 4$
- b) $\forall x \in \mathbb{R}, x < 2 \Rightarrow x^2 < 4$
- c) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 4 \Rightarrow x \geq 2$
- d) $\forall x \in \mathbb{R}, x^2 < 4 \Rightarrow x < 1$
- e) $\forall x \in \mathbb{R}, x \geq 2 \Rightarrow x^2 \geq 3$
- f) $\forall x \in \mathbb{R}^*, x > 2 \Rightarrow 1/x < 1/2$
- g) $\forall x \in \mathbb{R}^*, x < 2 \Rightarrow 1/x > 1/2$
- h) $\forall x \in \mathbb{R}^*, 1/x < 0 \Rightarrow x > 0$

Exercice 3 Voici une liste de propositions

- a) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, y > x$
- b) $\exists y \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{N}, y > x$
- c) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, y < x$
- d) $\exists y \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{N}, y < x$
- e) $\forall x \in \mathbb{N}, \exists y \in \mathbb{N}, y \leq x$
- f) $\exists y \in \mathbb{N}, \forall x \in \mathbb{N}, y \leq x$
- g) $\forall x \in \mathbb{Z}, \exists y \in \mathbb{Z}, y < x$
- h) $\exists y \in \mathbb{Z}, \forall x \in \mathbb{Z}, y \leq x$

1. Certaines de ces propositions sont les négations des autres. Lesquelles ?
2. Pour chacune de ces propositions, démontrer si elles sont vraies ou fausses.