

Exercice 1

Montrer les égalités suivantes :

$$(a) \quad \overline{\bigcup_{i \in I} A_i} = \bigcap_{i \in I} \overline{A_i} \quad (c) \quad A \cap \left(\bigcup_{i \in I} B_i \right) = \bigcup_{i \in I} (A \cap B_i)$$

Exercice 2 Montrer les propositions suivantes :

- 1) $A \cap B = A \iff A \subset B$
- 2) $A \cup B = B \iff A \subset B$
- 3) $[A \cap B \subset A \cap C \text{ et } A \cup B \subset A \cup C] \Rightarrow [B \subset C]$
- 4) $A \setminus B = A \iff A \text{ et } B \text{ sont disjoints } (A \cap B = \emptyset) (*)$
- 5) $[A \setminus C = B \setminus C] \iff [B = (A \setminus C) \cup (B \cap C)]$

Exercice 3

Soient $A; B$ deux parties de E .

Discuter et résoudre l'équation $A \cup X = B$ d'inconnue $X \in P(E)$.

(On donnera d'abord une CNS pour qu'il existe des solutions.

Ensuite quand cette condition est remplie, on donnera les solutions)

Exercice 4

1) Montrer la proposition suivante

$$\forall x \in]0, +\infty[, \exists n \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{n} < x$$

2) Montrer les égalités suivantes (en s'inspirant de ce qui précède) :

$$a) \quad \bigcup_{i \in \mathbb{N}^*} [0, 1 - 1/i] = [0, 1[\quad (**)$$

$$b) \quad \bigcap_{i \in \mathbb{N}^*} [0, 1 + 1/i] = [0, 1] \quad (**)$$

Exercice 5 On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -2|x + 1| + |2 - 3x|$$

- a) Donner des expressions de $f(x)$ sur différents intervalles sans utiliser la valeur absolue.
- b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 6$
- c) Représentation graphique de f . (Choisir des échelles intelligentes)

Exercice 1

Montrer les égalités suivantes :

$$(a) \quad \overline{\bigcup_{i \in I} A_i} = \bigcap_{i \in I} \overline{A_i} \quad (c) \quad A \cap \left(\bigcup_{i \in I} B_i \right) = \bigcup_{i \in I} (A \cap B_i)$$

Exercice 2 Montrer les propositions suivantes :

- 1) $A \cap B = A \iff A \subset B$
- 2) $A \cup B = B \iff A \subset B$
- 3) $[A \cap B \subset A \cap C \text{ et } A \cup B \subset A \cup C] \Rightarrow [B \subset C]$
- 4) $A \setminus B = A \iff A \text{ et } B \text{ sont disjoints } (A \cap B = \emptyset) (*)$
- 5) $[A \setminus C = B \setminus C] \iff [B = (A \setminus C) \cup (B \cap C)]$

Exercice 3

Soient $A; B$ deux parties de E .

Discuter et résoudre l'équation $A \cup X = B$ d'inconnue $X \in P(E)$.

(On donnera d'abord une CNS pour qu'il existe des solutions.

Ensuite quand cette condition est remplie, on donnera les solutions)

Exercice 4

1) Montrer la proposition suivante

$$\forall x \in]0, +\infty[, \exists n \in \mathbb{N}^*, \frac{1}{n} < x$$

2) Montrer les égalités suivantes (en s'inspirant de ce qui précède) :

$$a) \quad \bigcup_{i \in \mathbb{N}^*} [0, 1 - 1/i] = [0, 1[\quad (**)$$

$$b) \quad \bigcap_{i \in \mathbb{N}^*} [0, 1 + 1/i] = [0, 1] \quad (**)$$

Exercice 5 On donne la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = -2|x + 1| + |2 - 3x|$$

- a) Donner des expressions de $f(x)$ sur différents intervalles sans utiliser la valeur absolue.
- b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 6$
- c) Représentation graphique de f . (Choisir des échelles intelligentes)