Attention Certaines ne correspondent à *aucune formule*. Le signaler alors en écrivant « *PFC* » (Pas de Formule Connue)

1) $\left(\dfrac{a}{b}\right)^n = \quad \dfrac{a^n}{b^n}$ (C 014a)

2) $\ln(a^n) = \quad n\ln a \quad$ pour $a>0$ et $n \in \mathbb{R}$ (C 043c)

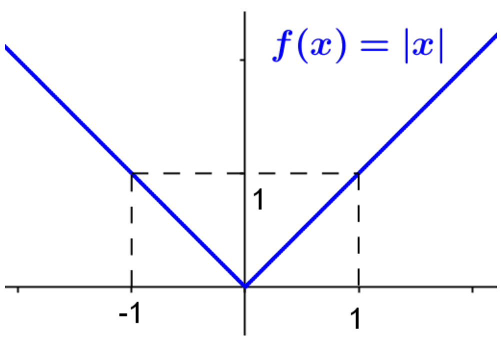
3) $-\sin(x) = \cos\left(\quad \dfrac{\pi}{2} + x \quad\right) = \cos\left(\quad \dfrac{-\pi}{2} - x \quad\right)$ (C 110b)

4) $\tan(a-b) = \quad \dfrac{\tan a - \tan b}{1 + \tan a \; \tan b}$ (C 125b)

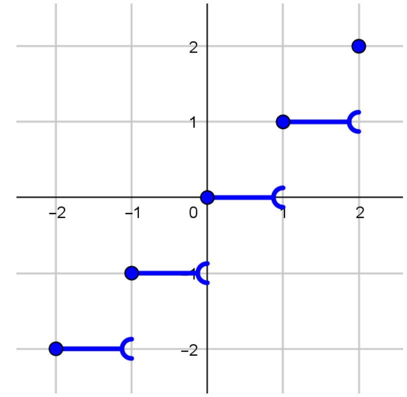
5) $\cos a = \cos b$ (C 160a)
$\iff \quad a = b + 2k\pi \quad \text{ou} \quad a = -b + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$

6) $\tan x \geq -1 \quad \iff \quad \dfrac{-\pi}{4} + k\pi \leq x < \dfrac{\pi}{2} + k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$ (C 176b)

7) Tracer l'allure de la courbe de $\quad x \mapsto |x|$ (C 445a)



8) Tracer l'allure de la courbe de $\quad x \mapsto \lfloor x \rfloor$ sur $[-2,2]$ (C 449)



9) Vrai ou Faux ?......................**Faux** (C 502g)

$$\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 2^k 5^{n-2k} = \left(\sum_{k=1}^{n} \binom{n}{k} 2^k 5^{n-k}\right)\left(\sum_{k=1}^{n} 5^{-k}\right)$$

10) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} (a_{k+1} - a_{k-1}) = \quad \sum_{k=1}^{n} (a_{k+1} - a_k) + \sum_{k=1}^{n} (a_k - a_{k-1})$

$= (a_{n+1} - a_1) + (a_n - a_0) \quad$ par télescopage (C 505c)

11) $\displaystyle\sum_{k=p}^{n} q^k = q^p \, \frac{1 - q^{n-p+1}}{1-q} = \frac{q^p - q^{n+1}}{1-q} \qquad$ pour $\quad q \neq 1$ (C 516b)

$$\boxed{\begin{aligned} &(\text{premier terme}) \times \frac{1 - \text{raison}^{(\text{nbre termes})}}{1 - \text{raison}} \\ &= \frac{(1^{\text{er}} \text{ qui y est}) - (1^{\text{er}} \text{ qui n'y est plus })}{1 - \text{raison}} \end{aligned}}$$

12) Pour $\quad x^2 \neq 1$ et $n \geq 5$ (C 516f)

$$\sum_{k=5}^{n} x^{2k} = \sum_{k=5}^{n} (x^2)^k = \frac{(x^2)^5 - (x^2)^{n+1}}{1 - x^2} = \frac{x^{10} - x^{2n+2}}{1 - x^2}$$

13) pour $n < p \quad \displaystyle\sum_{j=0}^{p} x_j = \sum_{j=0}^{n} x_j \quad + \sum_{j=n+1}^{p} x_j$ (C 537c)

14) $a^5 - b^5 = (a-b)(a^4 + a^3b + a^2b^2 + ab^3 + b^4)$ (C 555a)

15) Vrai ou Faux ?...**Vrai** (C 556a)

$a^5 - b^5$ est factorisable par $a - b$

16) Définition : $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases} = \max(x,\ -x)$ (C 560)

17) Dans $\mathbb{R}$: $x^2 \leq 9 \iff -3 \leq x \leq 3$ (C 570b)

18) Vrai ou Faux ?...**Vrai** (C 580d)

Pour $x \in \mathbb{R}$, $x^2 \leq 4 \Rightarrow x \geq -2$

> En effet, $x^2 \leq 4 \iff -2 \leq x \leq 2$
> et $-2 \leq x \leq 2 \Rightarrow x \geq -2$
> La réciproque bien sûr est fausse

19) $x_1 \leq a$ ou $x_2 \leq a$ ... ou $x_n \leq a$ (C 588d)

$\iff \min(x_1,\ x_2,\ \ldots,\ x_n) \leq a$

20) $\max(x_1,\ \ldots,\ x_n) \geq a$ (C 589d)

$\iff x_1 \geq a$ **ou** $x_2 \geq a$ ou ... ou $x_n \geq a$

($\iff \exists i \in [[1, n]],\ x_i \geq a$)

21) Soient $a, b \in \mathbb{R}$ (C 592b)

$\max(a,\ b) \times \min(a, b) = a \times b$

22) La propriété suivante est fausse : (C 603b)

$\forall x \in \mathbb{R},\ \forall p \in \mathbb{Z},\quad \lfloor p.x \rfloor = p \lfloor x \rfloor$

Par exemple : $x = 1,6 \quad p = 2$

$\lfloor p.x \rfloor = \lfloor 3,2 \rfloor = 3 \quad p \lfloor x \rfloor = 2. \lfloor 1,6 \rfloor = 2$

23) Pour $n \geq 1$, $\prod_{k=0}^{n} (a.u_k) = a^{n+1} \prod_{k=0}^{n} u_k$ (C 611a)

24) $\binom{n}{p} = \frac{n}{p} \cdot \binom{n-1}{p-1}$ pour $1 \leq p \leq n$ (C 629a)

> pour que tous les coefficients binomiaux existent,
> il faut avoir $0 \leq p \leq n$ et $0 \leq p-1 \leq n-1$ cad $1 \leq p \leq n$

25) Écrire la propriété de Pascal utilisée pour construire le triangle éponyme

$\binom{n}{p-1} + \binom{n}{p} = \binom{n+1}{p}$ pour $1 \leq p \leq n$ (C 631a)

26) Développer $(x-1)^5$ en utilisant le triangle de Pascal (C 637b)

$(x-1)^5 = x^5 - 5x^4 + 10x^3 - 10\ x^2 + 5x - 1$

27) $\frac{15!}{6!\ 8!} = \frac{15! \times 9}{6!\ (8! \times 9)} = 9 \frac{15!}{6!\ 9!} = 9 \times \binom{15}{6}$ (C 641a)

28) $\frac{a!}{b!\ c!}$ est un coefficient binomial $\iff a = b + c$ (C 647)

29) Contraposée de $[(x > 2) \Rightarrow (x^2 = x)]$: $(x^2 \neq x) \Rightarrow (x \leq 2)$ (C 707)

30) Démonstration de : $\forall x \in \mathbb{N},\ \exists y \in \mathbb{N},\ y > x$ (C 715a)

Soit $x \in \mathbb{N}$
Prenons $y = x + 1$
$x \in \mathbb{N}$ donc $y \in \mathbb{N}$ De plus $y > x$ CQFD

31) Vrai ou Faux ?....................**FAUX** (C 725c)

La proposition suivante dépend de y

$\forall x \in E,\ \exists \alpha \in F,\ \forall y \in E,\ |x - y| < \alpha \Rightarrow |f(x) - f(y)| < A$

32) Vrai ou Faux ....**FAUX** (E 729f)

Q est une condition SUFFISANTE de P se traduit par : $P \Rightarrow Q$