| | |
|---|---|
| **Professeur : SERVAIN** | **Discipline : Maths** |
| **Classe : PCSI** | **Durée de l'épreuve : 1 h 30** |
| **Durée minimale : 1 h 30** | **Matériel autorisé : Rien** |
| **(Pas de calculatrice)** | |

**Attention :**

- **Marge droite de 2 cm**
- Marge gauche d'au moins 4 cm ;
- En-tête de **première feuille** : au moins 8 cm ;
- Crayon à papier interdit

$\boxed{\textbf{Sanction : } -10\ \%}$

**Consigne pour la suite :**

Après chaque Exercice, on changera de page (mais pas nécessairement de feuille - sachant qu'une feuille contient 2 ou 4 pages - suivant les modèles). C'est-à-dire que chaque Exercice démarrera en haut de la feuille. On indiquera à chaque fois clairement le numéro de l'exercice.

**Exercice 1**

On donne : $3 < a < 7$ et $5 < b < 8$. Encadrer :

$A = 3a - 2b$; $B = \dfrac{a-10}{b}$

**Exercice 2**

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

1) $x + 1 < \sqrt{2x+5}$
2) $|x+2| \geq 2x+7$
3) $\dfrac{x}{x-1} < \dfrac{3x+2}{2x}$

**Exercice 3**

1) Calculer $S_n = \displaystyle\sum_{1\leq i\leq j\leq n} (i+j)$ pour $n \geq 1$

*(On donnera l'expression facrtorisée la plus simple possible)*

2) Vérifier le résultat obtenu pour $n = 3$

**Exercice 4**

On veut calculer $S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} k\binom{n}{k}$.

a) Démontrer la formule suivante :

Pour $1 \leq k \leq n$ $\qquad \dbinom{n}{k} = \dfrac{n}{k}\dbinom{n-1}{k-1}$

b) En déduire la valeur de $S_n$.

c) Vérifier la formule obtenue pour $n = 3$

**Exercice 5**

On pose $S_n = 1 \times n + 2 \times (n-1) + 3 \times (n-2) \cdots + n \times 1$

1) Écrire $S_n$ sous forme d'une somme
2) Calculer $S_n$
3) Vérifier le résultat pour $n = 3$

**Exercice 6**

1) On donne $u_n = \left(\dfrac{3^{n-1}}{\mathrm{e}^{2n+1}}\right)^3$

Écrire $u_n$ sous la forme $a \times q^n$ où $a$ et $q$ sont des constantes

2) Calculer $S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k}\left(\frac{3^{k-1}}{\mathrm{e}^{2k+1}}\right)^3$