### 2025-20 1 CS

#### Exercice 1

- a) Pour  $t \in \mathbb{R}$ , linéariser  $\cos^5(t)$  et  $\cos^3(t)\sin^2(t)$ .
- b) Calculer  $\cos 6x$  et  $\sin 6x$  en fonction de  $\sin x$  et  $\cos x$

## Exercice 2 Expansion et calcul de cosinus)

- a) Pour  $\theta \in \mathbb{R}$ , exprimer  $\cos(5\theta)$  en fonction de  $\cos(\theta)$ .
- b) En déduire  $\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)$ .

### Exercice 3 Soit $\theta \in \mathbb{R}$ .

- 1) Mettre le nombre complexe  $1 + e^{i\theta}$  sous forme exponentielle.
- 2) Même question pour  $1 e^{i\theta}$ .
- 3) a)  $(\theta_1, \theta_2) \in \mathbb{R}^2$ . Factoriser  $e^{i\theta_1} + e^{i\theta_2}$ .
  - b) Retrouver les formules de factorisation de  $\cos p + \cos q$  et  $\sin p + \sin q$ .

#### Exercice 4

(Grands classiques)

FE 06b (Complexes)

Calculer 
$$V_n = \sum_{k=0}^{n-1} \sin(kx)$$
,  $W_n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} \cos(k+x)$ .

# **Exercice 5** Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

- 1.  $2z + (3 + \mathbf{i})\overline{z} = -1 2\mathbf{i}$
- 2. Résoudre de meme :  $(2+\mathbf{i})z + (1+\mathbf{i})\overline{z} = \mathbf{i}$

## Exercice 6 Racines carrées complexes

- 1. On cherche les racines carrées de  $Z=4-3{\bf i}$ , c'est-à-dire les complexes  $z=x+{\bf i}y$  tels que  $z^2=Z$ 
  - a) Calculer  $z^2$  en fonction de x et y
  - b) Calculer de même  $|z|^2$  et |Z|
  - c) En déduire la valeurs de  $x^2$  puis les valeurs possibles de z
- 2. Déterminer de même les racines carrées de  $5+12\mathbf{i}$
- 3. Déterminer les solutions de l'équation complexe :

$$2z^2 + (1 + \mathbf{i})z - 2 + 4\mathbf{i} = 0$$

4. Déterminer les complexes  $(z_1, z_2)$  tels que  $\begin{cases} z_1 + z_2 = 2 + \mathbf{i} \\ z_1 z_2 = 3 \end{cases}$ 

#### Exercice 1

- a) Pour  $t \in \mathbb{R}$ , linéariser  $\cos^5(t)$  et  $\cos^3(t)\sin^2(t)$ .
- b) Calculer  $\cos 6x$  et  $\sin 6x$  en fonction de  $\sin x$  et  $\cos x$

# Exercice 2 Expansion et calcul de cosinus)

- a) Pour  $\theta \in \mathbb{R}$ , exprimer  $\cos(5\theta)$  en fonction de  $\cos(\theta)$ .
- b) En déduire  $\cos\left(\frac{\pi}{10}\right)$ .

#### Exercice 3 Soit $\theta \in \mathbb{R}$

- 1) Mettre le nombre complexe  $1 + e^{i\theta}$  sous forme exponentielle.
- 2) Même question pour  $1 e^{i\theta}$ .
- 3) a)  $(\theta_1, \theta_2) \in \mathbb{R}^2$ . Factoriser  $e^{i\theta_1} + e^{i\theta_2}$ .
  - b) Retrouver les formules de factorisation de  $\cos p + \cos q$  et  $\sin p + \sin q$ .

#### Exercice 4

(Grands classiques)

Calculer 
$$V_n = \sum_{k=0}^{n-1} \sin(kx)$$
,  $W_n = \sum_{k=0}^{n} {n \choose k} \cos(k+x)$ .

# **Exercice 5** Résoudre dans $\mathbb{C}$ les équations suivantes :

- 1.  $2z + (3 + \mathbf{i})\overline{z} = -1 2\mathbf{i}$
- 2. Résoudre de meme :  $(2+\mathbf{i})z + (1+\mathbf{i})\overline{z} = \mathbf{i}$

## Exercice 6 Racines carrées complexes

- 1. On cherche les racines carrées de  $Z=4-3\mathbf{i}$ , c'est-à-dire les complexes  $z=x+\mathbf{i}y$  tels que  $z^2=Z$ 
  - a) Calculer  $z^2$  en fonction de x et y
  - b) Calculer de même  $|z|^2$  et |Z|
  - c) En déduire la valeurs de  $x^2$  puis les valeurs possibles de z
- 2. Déterminer de même les racines carrées de  $5+12\mathbf{i}$
- 3. Déterminer les solutions de l'équation complexe :

$$2z^2 + (1 + \mathbf{i})z - 2 + 4\mathbf{i} = 0$$

4. Déterminer les complexes  $(z_1, z_2)$  tels que  $\begin{cases} z_1 + z_2 = 2 + \mathbf{i} \\ z_1 z_2 = 3 \end{cases}$