

Attention Certaines ne correspondent à *aucune formule*. Le signaler alors en écrivant « *PFC* » (Pas de Formule Connue)

$$1) \frac{2^a}{3^a} = \left(\frac{2}{3}\right)^a \text{ pour } a \in \mathbb{R} \quad (\text{C } 008)$$

$$2) \text{ Écrire sous la forme } a_n \cdot q^k \text{ avec } a_n \text{ et } q \text{ indépendants de } k \quad (\text{C } 018d)$$

$$\frac{c^{2n-k+1}}{(b^{2k+n})^3} = \frac{c^{2n-k+1}}{b^{6k+3n}} = \frac{c^{2n+1}}{b^{3n}} \cdot \frac{c^{-k}}{b^{6k}} = \frac{c^{2n+1}}{b^{3n}} \left(\frac{c^{-1}}{b^6}\right)^k$$

$$3) \ln(a) - \ln(b) = \ln\left(\frac{a}{b}\right) \text{ pour } a > 0 \text{ et } b > 0 \quad (\text{C } 044b)$$

$$4) \sin(\pi/6) = \frac{1}{2} \quad (\text{C } 200a)$$

$$5) \tan(2\pi/3) = -\sqrt{3} \quad (\text{C } 241d)$$

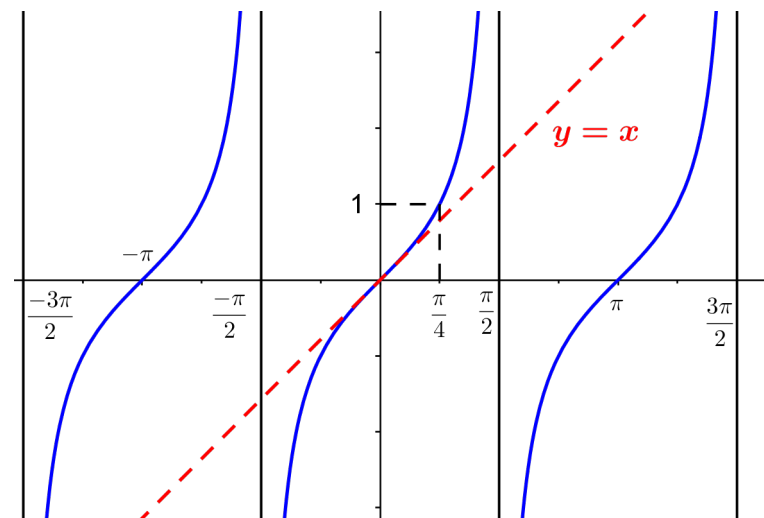
$$6) \sin(x) = 0 \iff x = k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (\text{C } 103a)$$

$$7) \tan(\pi + x) = \tan(x) \quad (\text{C } 108)$$

$$8) \sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \quad (\text{C } 122a)$$

$$9) \cos x > -\frac{1}{2} \iff \frac{-2\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (\text{C } 162a)$$

10) Tracer l'allure de la courbe de $x \mapsto \tan x$ sur $[-3\pi/2, 3\pi/2]$ (C 448b)



La courbe doit passer par le point $(\pi/4, 1)$ et la tangente d'équation doit passer en dessous de ce point (elle passe presque par le point $(\pi/4; 1, 5)$)

$$11) (u_n) \text{ arithmétique de raison } r : u_n = u_p + (n-p) \cdot r \quad (\text{C } 510b)$$

$$12) \sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \quad (\text{C } 512b)$$

$$13) \text{ Changements d'indices } j = k - 1 \quad (\text{C } 530b)$$

$$\Rightarrow k = j + 1 \Rightarrow 2k + 1 = 2j + 3 \quad \begin{cases} k = n & j = n - 1 \\ k = 1 & j = 0 \end{cases}$$

$$\sum_{k=1}^n (2k+1)u_{k-1} = \sum_{j=0}^{n-1} (2j+3)u_j$$

$$14) \text{ Pour } n \geq 0, \text{ on pose } S_n = \sum_{k=n}^{2n} u_k \quad (\text{C } 538a)$$

$$\text{Alors } S_{n+1} - S_n = \sum_{k=n+1}^{2n+2} u_k - \sum_{k=n}^{2n} u_k = u_{2n+2} + u_{2n+1} - u_n$$

- 15) Avec la valeur absolue : $x \in [-5, 1] \iff |x + 2| \leq 3$ (C 565c)

Segment de centre -2 et de rayon 3

- 16) Vrai ou Faux ? ... **Faux** (C 583a)

Pour $x \in \mathbb{R}$, $x \neq 1 \Rightarrow 2x^2 + 1 \neq 3$

il suffit de prendre $x = -1$

- 17) Vrai ou Faux ? ... **Vrai** (C 583b)

Pour $x \in \mathbb{R}^*$, $x < 0 \Rightarrow \frac{1}{x} < 0$

- 18) Définition : $\lfloor x \rfloor = y \iff \begin{cases} y \in \mathbb{Z} \\ y \leq x < y + 1 \end{cases}$ (C 600)

$\iff x = y + \alpha$ avec $y \in \mathbb{Z}$ et $\alpha \in [0, 1[$

- 19) Vrai ou Faux ? ... **Vrai** (C 602b)

$\forall x \in \mathbb{R}, \forall y \in \mathbb{Z}, \lfloor x + y \rfloor = \lfloor x \rfloor + y$

- 20) Définition : x est un nombre décimal (C 607)

$\iff$ il existe $n \in \mathbb{N}$ et $p \in \mathbb{Z}$ tels que $x = \frac{p}{10^n}$

- 21) Définition de la factorielle : $\begin{cases} 0! = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N}, (n+1)! = (n+1) \times n! \end{cases}$ (C 620)

Dans une définition par récurrence il faut 1) une relation de récurrence, et ne pas oublier 2) l'initialisation

- 22) Pour $n \geq 1$, $\prod_{k=n}^{2n} k = \frac{\prod_{k=1}^{2n} k}{\prod_{k=1}^{n-1} k} = \frac{(2n)!}{(n-1)!}$ (C 621c)

- 23) $\binom{n}{0} = 1$ (C 625a)

- 24) $(3x - 2)^{n+1} = \sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} (3x)^k (-2)^{n+1-k}$ (C 636c)

Ne pas oublier les parenthèses autour de $3x$ sinon c'est faux !

- 25) $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} 2^{3k-1} = \frac{1}{2} \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} (2^3)^k \cdot 1^{n-k} = \frac{1}{2} (2^3 + 1)^n = \frac{9^n}{2}$ (C 640d)

- 26) Si $P \Rightarrow Q$ est VRAIE
alors sa réciroque est : **ON NE SAIT PAS** (C 704a)

- 27) Réciroque de $[(x > 2) \Rightarrow (x^2 \neq x)]$: $(x^2 \neq x) \Rightarrow (x > 2)$ (C 708)

- 28) « Il existe au plus un élément de E vérifiant la propriété $P(x)$ »
se traduit par : $\forall (x, y) \in E^2, [\mathcal{P}(x) \text{ et } \mathcal{P}(y)] \Rightarrow x = y$ (C 712a)

- 29) Démonstration de : $\forall x \in \mathbb{R}, \exists y \in \mathbb{Z}, y \geq x$ (C 715c)

Soit $x \in \mathbb{R}$

Prenons $y = \lfloor x \rfloor + 1$

$\underline{y \in \mathbb{Z}}$ et $\underline{y > x}$ CQFD

- 30) $x \in \bigcap_{i \in I} A_i \iff (\forall i \in I, x \in A_i)$ (C 740b)

(Il faut que x appartienne à tous les ensembles A_i)

- 31) Définition : $x \notin A$ et $x \in B \iff x \in B \setminus A$ (C 741b)

- 32) Définition : (C 744a)
 $A \subset B \iff \forall x, (x \in A \Rightarrow x \in B) \iff (\forall x \in A, x \in B)$