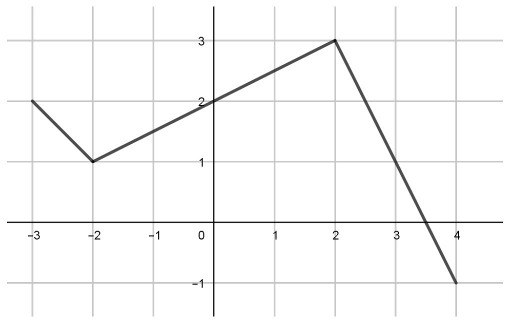
Exercice 1 Soit f la fonction définie sur $[-3, 4]$ dont voici le graphe :



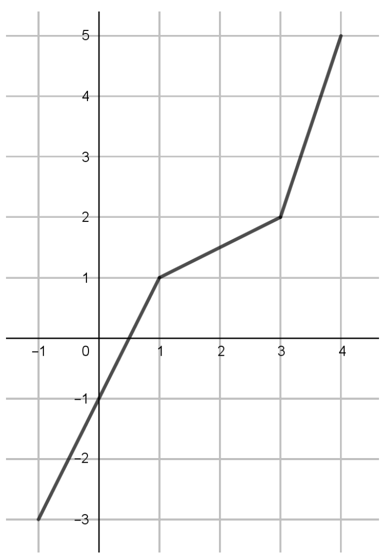
Donner le domaine de définition des fonctions suivantes et tracer leur graphe :

$g_1(x) = -f(x)$ $\quad g_2(x) = f(-x)$ $\quad h_1(x) = f(x+2)$

$h_2(x) = f(x) + 2$ $\quad i_1(x) = 2f(x)$ $\quad i_2 = f(2x)$

$j_1(x) = f(x)/2$ $\quad j_2(x) = f(x/2)$

Exercice 2 Soit f la fonction dont voici le graphe :



Donner l'ensemble de départ et l'ensemble d'arrivé de f pour que ce soit une bijection. Tracer le graphe de la réciproque.

Exercice 3

Pour chacune des fonctions suivantes, déterminer sur quel domaine elle est dérivable et calculer sa dérivée :

$a(x) = \dfrac{\cos x}{x^2 - 4}$ $\quad b(x) = (e^x + x^2)\ln(x)$ $\quad c(x) = \dfrac{5x^4}{3 + \sqrt{x}}$

$d(x) = \cos(3x - 5)$ $\quad e(x) = \ln(-x) + \ln 2$ $\quad f(x) = e^{3x^2 + \sin x}$

$g(x) = \ln\left(\dfrac{2x}{x-1}\right)$ $\quad h(x) = e^{x-7}$ $\quad i(x) = \sqrt{x^2 - 6x + 8}$

$j(x) = (\tan x)^4$ $\quad k(x) = \sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$ $\quad \ell(x) = \tan(5x + 2)$

$m(x) = x\ln x - x$ $\quad n(x) = \ln\left((1 + x^2)e^x\right)$ $\quad o(x) = \ln\left(\sqrt{x^2 + 3} - x\right)$

$p(x) = 4^x$ $\quad q(x) = (2x + 1)^{x+3}$ $\quad r(x) = (\ln x)^{\ln x}$

Exercice 4

Étudier (définition, dérivabilité, variations, limites, TV, tracer) les fonctions suivantes :

$f(x) = \dfrac{x^3}{x^2 - 1}$ $\quad g(x) = \ln\left(\dfrac{1+x}{1-x}\right)$ $\quad h(x) = \ln\left(\sqrt{x^2 + 1} + x\right)$

$i(x) = \dfrac{e^{-x}}{x^2}$ $\quad j(x) = \dfrac{1}{x^3}\, e^{-\frac{1}{\sqrt{x}}},$ $\quad k(x) = x^x$

(*On étudiera avec attention la parité éventuelle...*)

Exercice 5

Pour tout entier $n \geq 1$, on désigne par f_n la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f_n(x) = x^n e^{-x}$. On note C_n la courbe représentative de f_n.

1. Déterminer les limites de la fonction f_1 en $-\infty$ et $+\infty$.
2. Calculer f_1' et dresser le tableau de variations de f_1.
3. Tracer le graphe de f_1 dans un repère orthonormé du plan.
4. Démontrer que toutes les courbes C_n passent par deux mêmes points dont on donnera les coordonnées.
5. Pour $n \geq 2$, calculer f_n'. En déduire que, si n est impair, la fonction f_n admet un maximum sur $\mathbb{R}$ en un point à préciser.