

Exercice 1 Pour $n \in \mathbb{N}^*$, on définit les fonctions f_n par $f_n(x) = x^n \ln x$ pour $x \in]0; +\infty[$. On note C_n la courbe représentative de f_n

- Étudier les variations de f_1 , ses limites en 0 et $+\infty$, dresser son tableau de variation.
- On revient au cas général.
Déterminer les limites de f_n en 0 et en $+\infty$
- Déterminer les variations de f_n et dresser le tableau de variations
- Déterminer l'équation de la tangente (T_n) à la courbe C_n au point d'abscisse 1.
- Déterminer la position relative de C_n et C_{n+1}
- On note x_n la valeur pour laquelle f_n atteint un extremum (c'est-à-dire un maximum ou un minimum).
Étudier la monotonie de la suite (x_n)
- On note M_n le point extremum de la courbe C_n (qui a donc pour abscisse x_n). Montrer que ce point appartient à la courbe Γ d'équation $y = \frac{\ln x}{e}$.
- Sur le graphique ci-joint, on a représenté la courbe Γ . Sur ce même graphique, tracer l'allure des courbes C_1, C_2, C_3
(On ne cherchera pas à calculer précisément les valeurs de x_1, x_2, x_3 . Par contre, on sera attentif à faire un graphique cohérent avec les résultats précédents).

A rendre avec la copie.

