

Exercice 1 Soit $a \in \mathbb{R}^*$. Etudier variations et limites de f_a tq $f_a(x) = a^x$

Exercice 2 Calculer les limites suivantes :

Grand classique : $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 + \frac{a}{n})^n$ avec $a \in \mathbb{R}^*$

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} x^5 (\ln x)^2$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - \ln x)$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \ln(1 + e^{-x})$
d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{2^x}$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{x}}{\ln(1 + 2x^2)}$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\exp(\sqrt{\ln x})}{x}$
g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4^x}{x^4 \ln(x)}$ h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\exp(3x^2)}{x^6}$ i) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1 + x\sqrt{x})}{x^2}$
j) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 1}{2^x - 1}$ k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln(1 + \frac{1}{x})$ l) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\exp(x^2) - 1}$
m) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{(x^x)}$ n) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1 + 4x)}{x}$ o) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\exp(\frac{1}{x^2}) - 1)$
p) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 e^{-\sqrt{x}}$ q) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \ln(1 + \frac{1}{x\sqrt{x}})$

Exercice 3 1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 3x)^{2/(x+3x^2)}$

2) $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$? Équivalent en 0?

3) $g(x) = \ln(x + 1) - \ln(x^2 + 1)$ Équivalent en $+\infty$

4) $h(x) = x^2 - 2x + 5 + \ln(x^2 + x + 1)$ Équivalent en $+\infty$

5) $i(x) = \ln(x^2 - 2x + 5) - \ln(x^2 + x + 1)$ Équivalent en $+\infty$

Exercice 4 Déterminer des équivalents simples des fonctions suivantes

$$f(x) = \ln(1 + x^2 - 3x) - 2 \ln x \text{ en } +\infty.$$

$$g(x) = \ln^2 x - 2x \ln x + x^2 + e^{-x} \text{ en } 0 \quad h(x) = \frac{3 \ln x - 2x}{(\ln x)^2 + 3} \text{ en } +\infty$$

$$i(x) = \ln(x + 1) - \ln(x - 1) \text{ en } +\infty \quad j(x) = 1 - e^{-x+x^2} \text{ en } 0$$

$$k(x) = \frac{e^{2x+x^2} - 1}{\ln(2+x) - \ln(1-x)} \text{ en } 0 \quad l(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} \text{ en } +\infty.$$

$$m(x) = 1 - \sqrt{\frac{x^2 + x + 3}{x^2 - 7x + 5}} \text{ en } +\infty$$

Exercice 1 Soit $a \in \mathbb{R}^*$. Etudier variations et limites de f_a tq $f_a(x) = a^x$

Exercice 2 Calculer les limites suivantes :

Grand classique : $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 + \frac{1}{n})^n$ et $\lim_{n \rightarrow +\infty} (1 + \frac{a}{n})^n$ avec $a \in \mathbb{R}^*$

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} x^5 (\ln x)^2$ b) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 - \ln x)$ c) $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x \ln(1 + e^{-x})$
d) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x}}{2^x}$ e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2\sqrt{x}}{\ln(1 + 2x^2)}$ f) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\exp(\sqrt{\ln x})}{x}$
g) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{4^x}{x^4 \ln(x)}$ h) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\exp(3x^2)}{x^6}$ i) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1 + x\sqrt{x})}{x^2}$
j) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x + 1}{2^x - 1}$ k) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln(1 + \frac{1}{x})$ l) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x}{\exp(x^2) - 1}$
m) $\lim_{x \rightarrow 0} x^{(x^x)}$ n) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1 + 4x)}{x}$ o) $\lim_{x \rightarrow -\infty} x(\exp(\frac{1}{x^2}) - 1)$
p) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^4 e^{-\sqrt{x}}$ q) $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^3 \ln(1 + \frac{1}{x\sqrt{x}})$

Exercice 3 1) Déterminer $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin 3x)^{2/(x+3x^2)}$

2) $f(x) = \sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x + 1}$ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$? Équivalent en 0?

3) $g(x) = \ln(x + 1) - \ln(x^2 + 1)$ Équivalent en $+\infty$

4) $h(x) = x^2 - 2x + 5 + \ln(x^2 + x + 1)$ Équivalent en $+\infty$

5) $i(x) = \ln(x^2 - 2x + 5) - \ln(x^2 + x + 1)$ Équivalent en $+\infty$

Exercice 4 Déterminer des équivalents simples des fonctions suivantes

$$f(x) = \ln(1 + x^2 - 3x) - 2 \ln x \text{ en } +\infty.$$

$$g(x) = \ln^2 x - 2x \ln x + x^2 + e^{-x} \text{ en } 0 \quad h(x) = \frac{3 \ln x - 2x}{(\ln x)^2 + 3} \text{ en } +\infty$$

$$i(x) = \ln(x + 1) - \ln(x - 1) \text{ en } +\infty \quad j(x) = 1 - e^{-x+x^2} \text{ en } 0$$

$$k(x) = \frac{e^{2x+x^2} - 1}{\ln(2+x) - \ln(1-x)} \text{ en } 0 \quad l(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} \text{ en } +\infty.$$

$$m(x) = 1 - \sqrt{\frac{x^2 + x + 3}{x^2 - 7x + 5}} \text{ en } +\infty$$