1) $\sqrt{x^2+1} = \quad \emptyset$ (C 025b)

2) Dans $\mathbb{R}$: $x^2 - 3x > 0 \iff x(x-3) > 0$
$\iff x < 0$ OU $x > 3$ (C 076a)

3) $\sin x = -1 \iff x = \dfrac{-\pi}{2} + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ (C 103d)

4) $-\cos(x) = \sin\ (-\dfrac{\pi}{2} - x) = \sin\ (-\dfrac{\pi}{2} + x)$ (C 111b)

5) $\sin x < 1/2 \iff 5\pi/6 + 2k\pi < x < 13\pi/6 + 2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$
($\iff -7\pi/6 + 2k\pi < x < \pi/6 + 2k\pi$
$\iff x \in \bigcup_{k\in\mathbb{Z}}]5\pi/6 + 2k\pi < x < 13\pi/6 + 2k\pi[$) (C 163a)

6) $\forall z,\ z' \in \mathbb{C},\ |z+z'| = \quad \emptyset$ (C 225a)

7) $\forall z, z' \in \mathbb{C}^*,\ \arg(z) - \arg(z') = \quad \arg(z/z') \quad [2\pi]$ (C 232b)

8) $\forall x \in \mathbb{R},\quad \arg(e^{\mathbf{i}x}) = x \quad [2\pi]$ (C 243)

9) Définition : (Écrire avec des fonctions définies <u>sur $\mathbb{R}$</u>) (C 250c)
Pour $t \in \mathbb{R}$, $\quad e^{(-2+5\mathbf{i})t} = e^{-2t}(\cos 5t + \mathbf{i}\sin 5t)$

10) Pour $z \in \mathbb{C}$, $\quad \overline{(e^z)} = \quad e^{\overline{z}}$ (C 254)

11) <u>Définition</u> : pour $z \in \mathbb{C}$ $\quad |z| = 1 \iff z \in \mathbb{U}$ (C 320e)

12) Racines n-ièmes <u>distinctes</u> de l'unité dans $\mathbb{C}$: (C 321c)
sont de la forme $\quad z_k = \omega^k \quad$ avec $\quad \omega = e^{\mathbf{i}\frac{2\pi}{n}} \quad$ et $\quad k \in [[0, n-1]]$

13) Soit $(s,\ p) \in \mathbb{C}^2 \qquad \forall (z_1, z_2) \in \mathbb{C}^2 \qquad \begin{cases} z_1 + z_2 = s \\ x_1 x_2 = p \end{cases}$ (C 331)
$\iff (z_1,\ z_2)$ sont les racines du polynôme $\quad Q(x) = x^2 - sx + p$

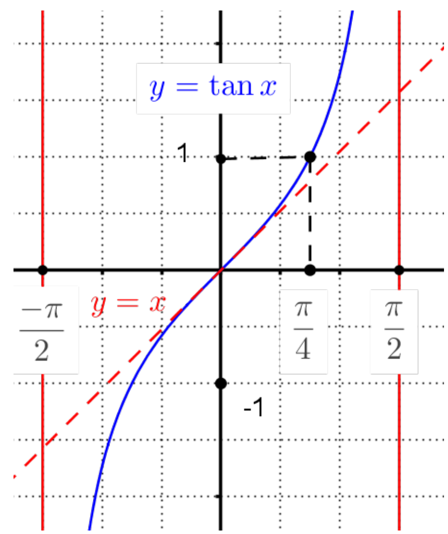
En effet : $\quad Q(x) = (x - z_1)(x - z_2) = x^2 - (z_1 + z_2)x + z_1 z_2 = x^2 - sx + p$

14) Vrai ou Faux ?...**FAUX** (C 356b)

$\arg\left(\dfrac{z_w}{z_u}\right) = 0 \quad [\pi] \quad \iff \quad (u, v)$ sont colinéaires de même sens

En effet $\quad \arg\left(\dfrac{z_w}{z_u}\right) = \arg(z_w) - \arg(z_u)$
Et u, v colinéaires <u>de même sens</u> $\iff \quad \arg(z_w) - arg(z_u) = 0 \quad [2\pi]$
Et u, v colinéaires $\iff \quad \arg(z_w) - arg(z_u) = 0 \quad [\pi]$

15) Tracer l'allure de la courbe de $\quad x \mapsto \tan x$ sur $[-\pi/2,\ \pi/2]$ (C 448a)



16) <u>Défintion</u> : $\quad (u_n)$ est une suite arithmétique de raison r (C 510c)
$\iff \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} - u_n = r(\quad \iff \quad \forall n \in \mathbb{N}, \quad u_{n+1} = u_n + r)$

17) (u_n) géométrique de raison $q \neq 0$ (C 515c)

$$\sum_{k=p}^{n} u_k = \frac{u_p - u_{n+1}}{1-q} = \quad u_p\,\frac{1-q^{n-p+1}}{1-q} \quad \text{pour} \quad q \neq 1$$

- Les deux formules sont à connaître et sont équivalentes puisque $u_{n+1} = u_p q^{n-p+1}$
- Ne pas oublier le premier terme u_p car la somme commence avec $k = p$ (et non $k = 0$)

18) Pour $n \geq 1$, on pose $\quad S_n = \displaystyle\sum_{k=n}^{n+20} \frac{1}{k}$ (C 538b)

Alors $\quad S_{n+1} - S_n = \displaystyle\sum_{k=n+1}^{n+21} \frac{1}{k} - \sum_{k=n}^{n+20} \frac{1}{k} = \frac{1}{n+21} - \frac{1}{n}$

Si on veut faire en détail, on fait apparaître les termes communs aux deux sommes : de $n+1$ à $n+20$:

$$S_{n+1} = \sum_{k=n+1}^{n+21} \frac{1}{k} = \frac{1}{n+21} + \sum_{k=n+1}^{n+20} \frac{1}{k}$$

$$S_n = \sum_{k=n}^{n+20} \frac{1}{k} = \frac{1}{n} + \sum_{k=n+1}^{n+20} \frac{1}{k}$$

D'où le résultat

19) Définition : $|x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases} = \max(x,\ -x)$ (C 560c)

20) Vrai ou Faux ? .... **VRAI** (C 580b)
Pour $x \in \mathbb{R}$, $\quad x^2 \leq 4 \quad \Rightarrow \quad x \leq 2$

En effet $\quad x^2 \leq 4 \quad \Longleftrightarrow \quad |x| \leq 2 \quad \Longleftrightarrow \quad -2 \leq x \leq 2$
et $\quad -2 \leq x \leq 2 \quad \Rightarrow \quad x \leq 2$

21) Vrai ou Faux ? .... **FAUX** (C 584c)

Pour $x \in \mathbb{R}\backslash\{0\}, \quad x < 2 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{x} > \dfrac{1}{2}$

Il suffit de prendre x négatif (par rexemple $x = -2$ pour voir que cela ne marche pas. En effet, l'implication n'est vraie que « si tout est positif »

22) Soient $a, b \in \mathbb{R}$ (C 592b)

$\max(a,\ b) \times \min(a, b) = \quad a \times b$

23) Donner un encadrement décimal de $x \in \mathbb{R}$ à 10^{-n} près : (C 605b)

$$\frac{\lfloor 10^n x \rfloor}{10^n} \leq x < \frac{\lfloor 10^n x \rfloor + 1}{10^n}$$

24) Propriété (ou Formule de Pascal) (C 631d)

$$\binom{n-1}{p} + \binom{n-1}{p-1} = \binom{n}{p} \quad \text{pour} \quad 1 \leq p \leq n-1$$

25) $$\sum_{k=0}^{n} \binom{n+1}{k} x^k = \left(\sum_{k=0}^{n+1} \binom{n+1}{k} x^k.1^{n+1-k}\right) - \binom{n+1}{n+1} x^{n+1}$$

$$= (1+x)^{n+1} - x^{n+1}$$ (C 640e)

26) Négation de $\quad \forall M \in E,\ \exists y \in E,\ \forall x \in E,\ (x > y) \Rightarrow (x^2 > M)$

$\exists M \in E,\ \forall y \in E,\ \exists x \in E,\ (x > y)$ ET $(x^2 \leq M)$ (C 709a)

27) Soit (E) une équation d'inconnue x et d'ensemble solution S. (C 713b)

« 3 et 7 sont les seules solutions possibles de (E) »

Est équivalent à : $\quad S \subset \{1, 3\}$

En effet, l'ensemble des solutions ne peut contenir au maximum que 1 et 3. Donc il est inclus dans $\{1, 3\}$

28) $(\ \exists i \in I,\ x \in A_i\ ) \quad \Longleftrightarrow \quad x \in \bigcup_{i \in I} A_i$ (C 740c)

29) Définition $f : E \to F$ est bijective (C 756b)
$\Longleftrightarrow$ tout élément de F admet un unique antécédent par f dans E

Ne surtout pas dire « toute **image** admet un unique antécédent »
En effet, si y est déjà une image, cela veut dire, par définition, que y admet déjà un antécédent.
Donc « Toute image admet au moins un antécédent » est une tautologie
La question question ici est de savoir si tout élément **quelconque** y de F est bien l'image d'un élément de x et d'un seul

30) Soient $f : E \to F$ et $g : G \to H$ deux applications (C 769)
$f = g \Longleftrightarrow$

- $E = G$ et $F = H$
(même ensemble de départ et même ensemble d'arrivé)
- $\forall x \in E,\ f(x) = g(x)$