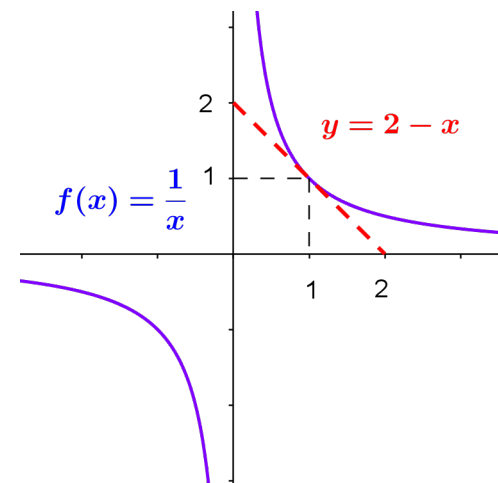
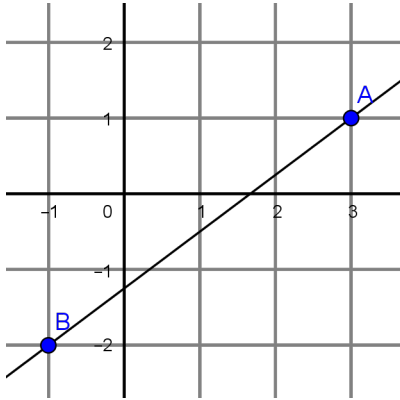


- 1) $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ (C 005b)
- 2) $e^a \times e^b = e^{a+b}$ (C 061)
- 3) $\tan(\pi/2)$ = N'existe pas (C 101e)
- 4) $-\sin(x) = \cos\left(\frac{\pi}{2} + x\right) = \cos\left(\frac{-\pi}{2} - x\right)$ (C 110b)
- 5) $\tan x < \sqrt{3} \iff \frac{-\pi}{2} + k\pi < x < \frac{\pi}{3} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ (C 176a)
- 6) Pour $z \in \mathbb{C}$, $z - \bar{z} = 2i \operatorname{Im}(z)$ (C 210d)
- 7) $\forall z, z' \in \mathbb{C}^*, \frac{\arg(z)}{\arg(z')} = \text{PFC}$ (C 230b)
- 8) Formules d'Euler : $\cos(x) = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$ pour $x \in \mathbb{R}$ (C 245a)
- 9) $1 + e^{ib} = e^{ib/2}(e^{-ib/2} + e^{ib/2}) = 2e^{ib/2} \cos(b/2)$ (C 248c)
- 10) Pour $z \in \mathbb{C}$, $\arg(e^z) = \operatorname{Im}(z) \pmod{2\pi}$ (C 253)
- Pour $z = a + ib$, $e^z = e^a e^{ib}$
 $\Rightarrow \arg(e^z) = \arg(e^{ib}) = b = \operatorname{Im}(z) \pmod{2\pi}$
- 11) Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (C 350c)
 Soit un point A d'affixe a
 Interprétation géométrique : $|a| = OA$
- 12) Soient deux vecteurs non nuls u, v d'affixes z_u, z_v (C 358c)
 $\frac{z_w}{z_u} \in \mathbf{i}\mathbb{R}^* \iff (u, w) = \pi/2 \pmod{\pi}$
 $\iff u$ et v sont orthogonaux (ou perpendiculaires)
- ne pas oublier $\pmod{\pi}$, mais ne surtout pas mettre $\pmod{2\pi}$
 En effet, $\frac{z_w}{z_u} \in \mathbf{i}\mathbb{R}^*$ signifie que $\frac{z_w}{z_u}$ est un complexe pur, donc de la forme $b \cdot i$ avec b réel qui peut être positif ou **négatif**
 Donc l'argument de $\frac{z_w}{z_u}$ peut être $\frac{\pi}{2} \pmod{2\pi}$ ou $\frac{-\pi}{2} \pmod{2\pi}$
 Et donc l'angle droit (u, w) peut être direct ou indirect
- 13) $\left(\frac{1}{x^n}\right)' = (x^{-n})' = (-n)x^{-n-1} = \boxed{\frac{-n}{x^{n+1}}}$ (C 409)
- 14) La courbe (C) d'équation $y = \exp x$ (C 440b)
 admet une tangente d'équation : $y = x + 1$ au point $(0; 1)$
- 15) Tracer l'allure de la courbe de $x \mapsto \frac{1}{x}$ (C 444)
- Deux asymptotes d'équations : $x = 0$ et $y = 0$
 - Tangente au point $(1, 1)$ d'équation $y = x - 2$



16) Déterminer l'équation cartésienne de la droite (AB)

(C 461b)



$$y = ax + b \quad \text{coefficient directeur} \quad a = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-2 - 1}{-1 - 3} = \frac{3}{4}$$

$$b = y_A - a \cdot x_A = 1 - \frac{3}{4} \cdot 3 = \frac{-5}{4}$$

$$y = \frac{3}{4}x - \frac{5}{4}$$

$$17) \sum_{k=n}^{2n} a = (2n - n + 1)a = (n + 1)a \quad (\text{C 509a})$$

$$18) \sum_{k=p}^n q^k = q^p \frac{1 - q^{n-p+1}}{1 - q} = \frac{q^p - q^{n+1}}{1 - q} \quad \text{pour } q \neq 1 \quad (\text{C 516b})$$

$$\begin{aligned} & (\text{premier terme}) \times \frac{1 - \text{raison}^{(\text{nbre termes})}}{1 - \text{raison}} \\ &= \frac{(\text{1er qui y est}) - (\text{1er qui n'y est plus})}{1 - \text{raison}} \end{aligned}$$

$$19) \text{ Inversion : } \sum_{j=1}^n \sum_{k=j}^n a_{j,k} = \sum_{1 \leq j \leq k \leq n} a_{j,k} = \sum_{k=1}^n \sum_{j=1}^k a_{j,k} \quad (\text{C 536a})$$

20) Vrai ou Faux... **Vrai** (C 556f)

$$a^5 + b^5 \text{ est factorisable par } a + b$$

Car l'expression s'annule pas quand on remplace b par $-a$:

$$a^5 + (-a)^5 = a^5 - a^5 = 0$$

21) Vrai ou Faux?... **Faux** (C 581b)

$$\text{Pour } x \in \mathbb{R}, \quad x \leq 3 \Rightarrow x^2 \leq 9$$

(Par exemple, $x = -4$)22) $\max(x_1, \dots, x_n) \leq a$ (C 589a)

$$\iff x_1 \leq a \quad \text{ET} \quad x_2 \leq a \quad \dots \quad \text{ET} \quad x_n \leq a$$

$$(\iff \forall i \in [[1, n]], x_i \leq a)$$

23) Donner un encadrement, le plus précis possible, de $\lfloor x \rfloor$ en utilisant x

$$x - 1 < \lfloor x \rfloor \leq x \quad (\text{C 601a})$$

$$24) \text{ Pour } n \geq 1, \quad \prod_{k=0}^n (a \cdot u_k) = a^{n+1} \prod_{k=0}^n u_k \quad (\text{C 611a})$$

$$25) \binom{n}{p} = \frac{n}{p} \cdot \binom{n-1}{p-1} \quad \text{pour } 1 \leq p \leq n \quad (\text{C 629a})$$

pour que tous les coefficients binomiaux existent,
il faut avoir $0 \leq p \leq n$ et $0 \leq p-1 \leq n-1$ cad $1 \leq p \leq n$

26) Si $P \Rightarrow Q$ est FAUSSE alors sa négation est **VRAIE** (C 703b)27) Démonstration de : $\forall x > 0, \exists n \in \mathbb{N}^*, \frac{2}{n} < x$ (C 715d)Soit $x > 0$ Heuristique : Pour $x > 0$ et $n > 0$

$$\frac{2}{n} < x \iff 2 < xn \iff \frac{2}{x} < n$$

$$\text{Prenons } n = \left\lceil \frac{2}{x} \right\rceil + 1$$

$$2/x \Rightarrow \lfloor 2/x \rfloor \in \mathbb{N} \Rightarrow \underline{n \in \mathbb{N}^*}$$

$$\text{et } n = \left\lceil \frac{2}{x} \right\rceil + 1 \Rightarrow n > \frac{2}{x} \Rightarrow \underline{\frac{2}{n} < x} \text{ (car tout est positif)} \quad \text{CQFD}$$

28) Schéma de démonstration (simple) de : (C 721a)

$$\forall x \in E, P(x) \Rightarrow Q(x)$$

(Début :) Soit $x \in E$ Supposons $P(x)$

[...]

(Fin :) On a $Q(x)$

29) $x \notin A \cap B \iff x \notin A \text{ OU } x \notin B$ (C 742a)

30) Soit $f : E \rightarrow F$ et $g : F \rightarrow E$ deux fonctions (C 768a)

$f \circ g : \underline{F} \rightarrow \underline{F}$ est définie par : $\forall x \in F, (f \circ g)(x) = f[g(x)]$

Définir une fonction, c'est donner

- son ensemble de départ,
- son ensemble d'arrivée,
- la valeur qu'elle prend en x (cad la façon dont cette valeur peut être calculée)