Exercice 1 Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, qui ne s'annule pas. Calculer (en fonction de f') la dérivée des fonctions suivantes (en précisant l'ensemble de dérivabilité) :
$g_1 : x \mapsto f(3-2x)$ $\quad g_2 : x \mapsto f(\mathrm{e}^x)$ $\quad g_3 : x \mapsto f(x^2)$ $\quad g_4 \mapsto (f(x))^2$

Exercice 2 Soit la fonction définie par $\quad f(x) = (3-x)\sqrt{-x^2+4x-3}$

1. Déterminer le domaine de définition et de dérivabilité de f.
2. f est-elle dérivable en 1 ? en 3 ?
3. Tracer le graphe de f en choisissant une échelle intelligente. On tracera en particulier les tangentes en 1, 2 et 3.

Exercice 3 On considère la fonction définie par $\quad f(x) = (x-2)\sqrt{x-1}$

1. Déterminer le domaine de définition et de dérivabilité de f
2. f est-elle dérivable en 1 ?
3. Trouver la valeur $M \in \mathbb{R}$ la plus grande possible tq $\forall x \geq 1,\ f(x) \geq M$

Exercice 4 Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^+,\ x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(1+x) \leq x$

Exercice 5 Montrer que pour tout $x \in]0;1[,\ x^x(1-x)^{1-x} \geq \frac{1}{2}$

Exercice 6 Démontrer les propriétés suivantes (en a)

1) $f = o(g)$ et $g = o(h) \quad \Rightarrow \quad f = o(h)$

2) produit :
$f = o(f_1)$ et $g = o(g_1) \quad \Rightarrow \quad f.g = o(f_1 g_1)$
$f = o(f_1) \quad \Rightarrow \quad f.g = o(f_1.g)$

3) Dérivée : Si une fonction f est dérivable en $a \in \mathbb{R}$ et si $f'(a) \neq 0$
alors $\quad f(x) - f(a) \underset{a}{\sim} f'(a)(x-a)$

4) Opérations compatibles
Si $\quad f \underset{a}{\sim} f_1$ et $g \underset{a}{\sim} g_1$
Alors $\frac{f}{g} \sim \frac{f_1}{g_1} \quad f.g \sim f_1.g_1 \quad \sqrt{f} \sim \sqrt{f_1} \quad f^\alpha \sim (f_1)^\alpha \quad (\alpha \in \mathbb{R}^*)$

5) (transitivités) :
a) $[f \sim g \quad \text{et} \quad g \sim h] \Rightarrow f \sim h$
b) $\quad f = o(g)$ et $g = o(h) \quad \Rightarrow \quad f = o(h)$
c) $\quad f = o(g)$ et $g \sim h \quad \Rightarrow \quad f = o(h)$
d) $\quad f \sim g$ et $g = o(h) \quad \Rightarrow \quad f = o(h)$

6) $f \underset{a}{\sim} g \quad \Longleftrightarrow \quad f - g = o(g) \quad \Longleftrightarrow \quad f - g = o(f)$

Exercice 1 Soit f une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$, qui ne s'annule pas. Calculer (en fonction de f') la dérivée des fonctions suivantes (en précisant l'ensemble de dérivabilité) :
$g_1 : x \mapsto f(3-2x)$ $\quad g_2 : x \mapsto f(\mathrm{e}^x)$ $\quad g_3 : x \mapsto f(x^2)$ $\quad g_4 \mapsto (f(x))^2$

Exercice 2 Soit la fonction définie par $\quad f(x) = (3-x)\sqrt{-x^2+4x-3}$

1. Déterminer le domaine de définition et de dérivabilité de f.
2. f est-elle dérivable en 1 ? en 3 ?
3. Tracer le graphe de f en choisissant une échelle intelligente. On tracera en particulier les tangentes en 1, 2 et 3.

Exercice 3 On considère la fonction définie par $\quad f(x) = (x-2)\sqrt{x-1}$

1. Déterminer le domaine de définition et de dérivabilité de f
2. f est-elle dérivable en 1 ?
3. Trouver la valeur $M \in \mathbb{R}$ la plus grande possible tq $\forall x \geq 1,\ f(x) \geq M$

Exercice 4 Montrer que pour tout $x \in \mathbb{R}^+,\ x - \frac{x^2}{2} \leq \ln(1+x) \leq x$

Exercice 5 Montrer que pour tout $x \in]0;1[,\ x^x(1-x)^{1-x} \geq \frac{1}{2}$

Exercice 6 Démontrer les propriétés suivantes (en a)

1) $f = o(g)$ et $g = o(h) \quad \Rightarrow \quad f = o(h)$

2) produit :
$f = o(f_1)$ et $g = o(g_1) \quad \Rightarrow \quad f.g = o(f_1 g_1)$
$f = o(f_1) \quad \Rightarrow \quad f.g = o(f_1.g)$

3) Dérivée : Si une fonction f est dérivable en $a \in \mathbb{R}$ et si $f'(a) \neq 0$
alors $\quad f(x) - f(a) \underset{a}{\sim} f'(a)(x-a)$

4) Opérations compatibles
Si $\quad f \underset{a}{\sim} f_1$ et $g \underset{a}{\sim} g_1$
Alors $\frac{f}{g} \sim \frac{f_1}{g_1} \quad f.g \sim f_1.g_1 \quad \sqrt{f} \sim \sqrt{f_1} \quad f^\alpha \sim (f_1)^\alpha \quad (\alpha \in \mathbb{R}^*)$

5) (transitivités) :
a) $[f \sim g \quad \text{et} \quad g \sim h] \Rightarrow f \sim h$
b) $\quad f = o(g)$ et $g = o(h) \quad \Rightarrow \quad f = o(h)$
c) $\quad f = o(g)$ et $g \sim h \quad \Rightarrow \quad f = o(h)$
d) $\quad f \sim g$ et $g = o(h) \quad \Rightarrow \quad f = o(h)$

6) $f \underset{a}{\sim} g \quad \Longleftrightarrow \quad f - g = o(g) \quad \Longleftrightarrow \quad f - g = o(f)$