FE 08 a (Réciproques trigo)

Exercice 1

Calculer les nombres suivants :

$a = \arcsin\left(\sin\frac{30\pi}{7}\right)$ $\quad b = \arcsin\left(\sin\frac{10\pi}{13}\right)$ $\quad c = \arcsin\left(\sin\frac{-59\pi}{11}\right)$

$d = \arcsin(\cos\frac{2\pi}{7})$ $\quad e = \arcsin(\cos\frac{5\pi}{7})$ $\quad f = \arccos(\sin\frac{5\pi}{7})$

$g = \sin(\arccos\frac{2}{3})$ $\quad h = \tan(\arcsin\frac{-1}{3})$ $\quad i = \sin(\arctan\frac{-1}{2})$

Exercice 2

Soient $\quad f(x) = \arcsin\big(\sin x\big) \quad$ et $\quad g(x) = \arcsin\big(\cos x\big)$

1. Simplifier l'expression de $f(x)$ pour $x \in [-\pi/2, \pi/2]$ puis pour $x \in [\pi/2, 3\pi/2]$
   En déduire une expression affine par morceaux de $f(x)$ sur $[-2\pi,\ 2\pi]$ puis représenter graphiquement la fonction f sur $[-2\pi,\ 2\pi]$
2. représenter graphiquement la fonction g sur $[-2\pi,\ 2\pi]$

Exercice 3

Simplifier les expressions suivantes (on précisera à chaque fois le domaine de valeurs possibles pour x) : $\quad$ b) $\tan(\arcsin x)$

c) $\tan(\arccos x)$ $\quad$ d) $\cos(\arctan x)$ $\quad$ e) $\sin(\arctan x)$

Exercice 4

a) Soit $\quad A = \arcsin\frac{5}{13} + \arcsin\frac{3}{5}$.
   Calculer $\cos A$ et en déduire la valeur de A.

b) Calculer $\arctan 2 + \arctan 5$
   puis (éventuellement) $\arctan 2 + \arctan 5 + \arctan 8$.

Exercice 5

On pose $f(x) = \arctan x + \arctan\dfrac{1}{x}$

a) Donner le domaine de définition de f

b) Calculer la dérivée de f. Que peut-on en conclure ?

c) Retrouver ce calcul en utilisant les formule connues sur tangente

d) En déduire un équivalent de $\frac{\pi}{2} - \arctan x$ en $+\infty$

Exercice 6

On considère la fonction $\quad f : x \mapsto \arctan\left(\sqrt{1+x^2} - x\right)$.
Donner le domaine de définition de f, ainsi que ses limites.
En dérivant la fonction, en donner une expression plus simple.

Exercice 1

Calculer les nombres suivants :

$a = \arcsin\left(\sin\frac{30\pi}{7}\right)$ $\quad b = \arcsin\left(\sin\frac{10\pi}{13}\right)$ $\quad c = \arcsin\left(\sin\frac{-59\pi}{11}\right)$

$d = \arcsin(\cos\frac{2\pi}{7})$ $\quad e = \arcsin(\cos\frac{5\pi}{7})$ $\quad f = \arccos(\sin\frac{5\pi}{7})$

$g = \sin(\arccos\frac{2}{3})$ $\quad h = \tan(\arcsin\frac{-1}{3})$ $\quad i = \sin(\arctan\frac{-1}{2})$

Exercice 2

Soient $\quad f(x) = \arcsin\big(\sin x\big) \quad$ et $\quad g(x) = \arcsin\big(\cos x\big)$

1. Simplifier l'expression de $f(x)$ pour $x \in [-\pi/2, \pi/2]$ puis pour $x \in [\pi/2, 3\pi/2]$
   En déduire une expression affine par morceaux de $f(x)$ sur $[-2\pi,\ 2\pi]$ puis représenter graphiquement la fonction f sur $[-2\pi,\ 2\pi]$
2. représenter graphiquement la fonction g sur $[-2\pi,\ 2\pi]$

Exercice 3

Simplifier les expressions suivantes (on précisera à chaque fois le domaine de valeurs possibles pour x) : $\quad$ b) $\tan(\arcsin x)$

c) $\tan(\arccos x)$ $\quad$ d) $\cos(\arctan x)$ $\quad$ e) $\sin(\arctan x)$

Exercice 4

a) Soit $\quad A = \arcsin\frac{5}{13} + \arcsin\frac{3}{5}$.
   Calculer $\cos A$ et en déduire la valeur de A.

b) Calculer $\arctan 2 + \arctan 5$
   puis (éventuellement) $\arctan 2 + \arctan 5 + \arctan 8$.

Exercice 5

On pose $f(x) = \arctan x + \arctan\dfrac{1}{x}$

a) Donner le domaine de définition de f

b) Calculer la dérivée de f. Que peut-on en conclure ?

c) Retrouver ce calcul en utilisant les formule connues sur tangente

d) En déduire un équivalent de $\frac{\pi}{2} - \arctan x$ en $+\infty$

Exercice 6

On considère la fonction $\quad f : x \mapsto \arctan\left(\sqrt{1+x^2} - x\right)$.
Donner le domaine de définition de f, ainsi que ses limites.
En dérivant la fonction, en donner une expression plus simple.