1) $(\sqrt{x})^2 = \quad x \qquad$ Pour $x \geq 0$ (C 026b)

2) $\boxed{\text{Pour } -1 < a < 3, \quad \text{Encadrer } A = a^2}$ (C 070d)

$-1 < a < 3 \quad \Rightarrow \quad -1 < a < 0$ ou $0 \leq a < 3$

1er cas : $-1 < a < 0 \quad \Rightarrow \quad 0 < a < 1$ car tout est négatif

2ème cas : $0 \leq a < 3 \quad \Rightarrow \quad 0 \leq a^2 < 9$ car tout est positif

Dans tous les cas $\underline{0 \leq A < 9}$

3) $\sin(\pi/6) = \dfrac{1}{2}$ (C 100a)

4) $\sin\left(\dfrac{\pi}{2} - x\right) = \cos(x)$ (C 105b)

5) $\sin p - \sin q = \quad 2 \ \cos\dfrac{p+q}{2} \ \sin\dfrac{p-q}{2}$ (C 155b)

6) $\forall z,\ z' \in \mathbb{C}, \quad |z + z'| = |z| + |z'|$ (C 225c)

$\iff \quad z = 0$ ou $\exists a \in \mathbb{R}^+,\ z' = a.z$

7) $\mathrm{e}^{\mathbf{i}nx} = \cos nx + \mathbf{i}\sin nx = \left(\mathrm{e}^{\mathbf{i}x}\right)^n = \left(\cos x + \mathbf{i}\sin x\right)^n$ (C 246b)

8) $\mathrm{e}^z = \mathrm{e}^{z'} \iff \dfrac{\mathrm{e}^{z'}}{\mathrm{e}^z} = \mathrm{e}^{z'-z} = 1 \iff z' - z = \mathbf{i}.2k\pi$ (C 251)

$$\iff \boxed{z' = z + \mathbf{i}.2k\pi,\ k \in \mathbb{Z}} \iff \begin{cases} \mathrm{Re}(z) = \mathrm{Re}(z') \\ \mathrm{Im}(z) = \mathrm{Im}(z')\ [2\pi] \end{cases}$$

9) Racines n-ièmes <u>distinctes</u> de l'unité dans $\mathbb{C}$: (C 321a)

$z_k = \mathrm{e}^{\mathbf{i}\frac{2k\pi}{n}}$ avec $k \in [[0,\ n-1]]$

10) Dans un repère orthonormé $(O, \vec{i},\ \vec{j})$ (C 351a)

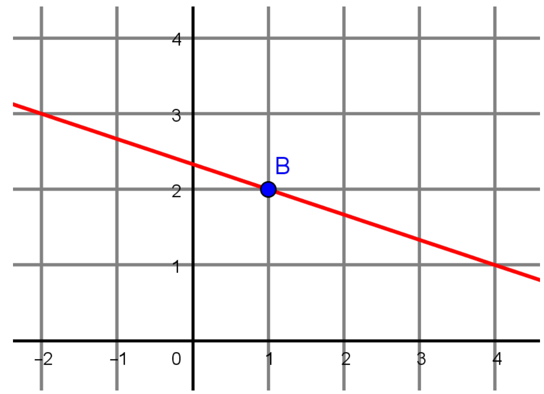
<u>Interprétation géométrique</u> : $\arg(z_u) = (\vec{i},\ \vec{u}) \quad [2\pi]$

11) $(\ln x)' = \dfrac{1}{x}$ pour $x \in]0; +\infty[$ (C 404a)

12) Tangente au point d'abscisse 1 à (C) d'équation $y = \sqrt{x}$ (C 443c)

$T_1 : \quad y = \frac{1}{2}(x-1) + 1 = \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}$

13) Représenter la droite de coefficient directeur $\dfrac{-1}{3}$ passant par le point B (C 460b)



14) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(a_{k+1} - 2a_k + a_{k-1}) = \sum_{k=1}^{n}(a_{k+1} - a_k) + \sum_{k=1}^{n}(-a_k + a_{k-1})$

$= (a_{n+1} - a_1) + (-a_n + a_0)$ par télescopage (C 505d)

15) (u_n) arithmétique $\Rightarrow \displaystyle\sum_{k=p}^{n} u_k = (n - p + 1)\frac{u_p + u_n}{2}$ (C 511a)

16) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} x^{2k} = \sum_{k=1}^{n}(x^2)^k = x^2\frac{1 - x^{2n}}{1 - x^2} = \frac{x^2 - x^{2n+2}}{1 - x^2}$ (C 517a)

condition ? $x^2 \neq 1 \iff x \notin \{-1, 1\}$

17) Factoriser : $a^5 + b^5 = (a+b)\ (a^4 - a^3b + a^2b^2 - ab^3 + b^4)$ (C 555c)

18) Avec la valeur absolue : $x \in [-5,\ 1] \iff |x + 2| \leq 3$ (C 565c)

$\boxed{\text{Segment de centre } -2 \text{ et de rayon } 3}$

19) Vrai ou Faux ?...**Faux** (C 584a)

Pour $x \in \mathbb{R}^*$, $\quad x < 0 \quad \Rightarrow \quad \dfrac{1}{x} > 0$

20) Définition : Soit $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ (C 600c)

$$\lfloor x \rfloor = y \iff \begin{cases} x = y + \alpha \quad \text{avec} \\ y \in \mathbb{Z},\ \alpha \in [0, 1[\end{cases} \iff \begin{cases} y \in \mathbb{Z} \quad \text{et} \\ y \leq x < y + 1 \end{cases}$$

Ne pas oublier que $y \in \mathbb{Z}$.

D'autre part, on ne peut pas utiliser la partie entière pour définir la partie entière. Cela n'aurait pas de sens.

21) Définition de la factorielle : $\begin{cases} 0! = 1 \\ \forall n \in \mathbb{N},\ (n+1)! = (n+1) \times n! \end{cases}$ (C 620)

Dans une définition par récurrence il faut 1) une relation de récurrence, et ne pas oublier 2) l'initialisation

22) $\dbinom{n-1}{p-1} + \dbinom{n-1}{p} = \dbinom{n}{p}$ valable pour $1 \leq p \leq n-1$ (C 632a)

$1 \leq p$ pour que $\dbinom{n-1}{p-1}$ existe

$p \leq n-1$ pour que $\dbinom{n-1}{p}$ existe

23) $\dfrac{16!}{9!8!} = \dfrac{1}{9} \times \dfrac{16!}{8!8!} = \dfrac{1}{9} \times \dbinom{16}{8}$ (C 641c)

24) Soit $\mathcal{P}$ une propriété (C 712b)

$$\forall (x, y) \in E^2,\ \big[\ \mathcal{P}(x) \text{ et } \mathcal{P}(y)\ \big] \Rightarrow x = y$$

signifie que : il existe au plus une valeur x de E vérifiant la propriété $\mathcal{P}$

25) Schéma de démonstration (simple) de : $A \subset B$ (C 744)

Soit $x \in A$
[...]
$\Rightarrow \quad x \in B$
Donc $\quad A \subset B$

26) Équivalent en 0 de la puissance : $(\quad)^a$ (avec $a \neq 0$) (C 804b)

$$(1+x)^a - 1 \underset{x \to 0}{\sim} ax$$

27) Soit $\alpha \in \mathbb{R}$, $\quad x^\alpha \to +\infty$ qd $x \to 0^+ \iff \alpha < 0$ (C 809b)

28) $-3 \ln x + 2x \underset{x \to +\infty}{\sim} 2x$ car $\ln x = o(x)$ en $+\infty$ (C 842f)

29) $\displaystyle \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} = \pm\infty$ (C 1014b)

$\iff$ La courbe C_f admet une tangente verticale en $(a,\ f(a))$

30) Soit f continue et strictement décroissante sur l'intervalle $I = \big[a,\ b\big[$
Alors f réalise une bijection ... (C 1030c)

de $\quad I = \big[a,\ b\big[$ sur $\quad J = f(I) = \big]\displaystyle\lim_{x \to b} f(x); f(a)\big]$

Explications

- f est décroissante donc il faut inverser les bornes dans $f(I)$.
- f définie sur $\big[a, b\big[$, donc pas définie en b. $\quad f(b)$ n'existant, il faut remplacer par la limite.
- Par contre f est définie en a, donc pas besoin de chercher la limite en a