1) $\ln(a) - \ln(b) = \quad \ln\left(\frac{a}{b}\right)$ pour $a > 0$ et $b > 0$ (C 044b)

2) $\tan x = \frac{1}{\sqrt{3}} \iff x = \frac{\pi}{6} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$ (C 104a)

3) $\cos x > -\frac{1}{2} \iff \frac{-2\pi}{3} + 2k\pi < x < \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, \quad k \in \mathbb{Z}$ (C 162a)

4) $|2\mathbf{i}(1+\mathbf{i})^n| = \quad |2\mathbf{i}| \times |1+\mathbf{i}|^n = 2.(\sqrt{2})^n$ (C 221)

5) Pour $x \in \mathbb{R}$, $\mathrm{e}^{\mathbf{i}x} - \mathrm{e}^{-\mathbf{i}x} = 2\mathbf{i}\ \sin(x)$ (C 245d)

6) Pour $z \in \mathbb{C}$, $|\mathrm{e}^z| = \quad \mathrm{e}^{\mathrm{Re}(z)}$ (C 252)

7) Soit $(s,\ p) \in \mathbb{C}^2$ $\forall (z_1, z_2) \in \mathbb{C}^2$ $\begin{cases} z_1 + z_2 = s \\ x_1 x_2 = p \end{cases}$ (C 331)

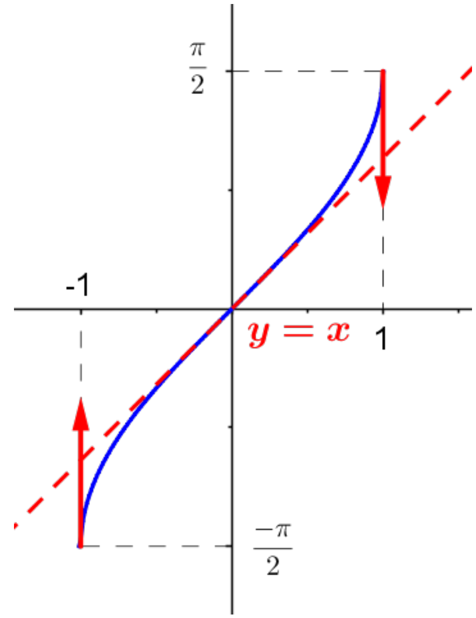
$\iff$ $(z_1,\ z_2)$ sont les racines du polynôme $Q(x) = x^2 - sx + p$

En effet : $\boxed{Q(x) = (x - z_1)(x - z_2) = x^2 - (z_1 + z_2)x + z_1 z_2 = x^2 - sx + p}$

8) Soit $a > 0$ pour $x \in \mathbb{R}$ (C 414)

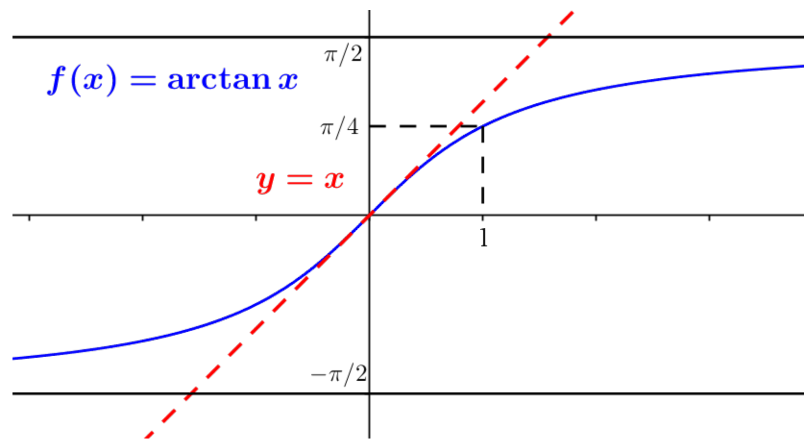
$(a^x)' = \left(\mathrm{e}^{x \ln a}\right)' = (\ln a).\mathrm{e}^{x \ln a} = (\ln a).a^x$

9) Tracer l'allure de la courbe de $x \mapsto \arcsin x$ (C 450)



10) Tracer l'allure de la courbe de $x \mapsto \arctan x$ (C 452a)

Donner l'équation de la tangente en 0 et la tracer : $\underline{y = x}$



11) Soit (u_n) est une suite arithmétique de raison 3 telle que $u_{40} = 7$. Calculer u_{23} (C 510d)

$$u_{23} = u_{40} + (23 - 40) \times 3 = 7 - 17 \times 3 = 7 - 51 = -44$$

12) Pour $0 < n < p$, $\displaystyle\sum_{j=n}^{p} x_j = \sum_{j=0}^{p} x_j - \sum_{j=0}^{n-1} x_j$ (C 537e)

13) Vrai ou Faux ? .... **Vrai** (C 582c)

Pour $x \in \mathbb{R}$, $x^2 \leq 9 \iff x \geq -3$ et $x \leq 3$

14) Donner un encadrement décimal de $x \in \mathbb{R}$ à 10^{-n} près : (C 605b)

$$\frac{\lfloor 10^n x \rfloor}{10^n} \leq x < \frac{\lfloor 10^n x \rfloor + 1}{10^n}$$

15) Formule de Pascal :

$\displaystyle\binom{n+1}{p+1} + \binom{n+1}{p} = \binom{n+2}{p+1}$ pour $0 \leq p \leq n$ (C 631b)

16) Négation de $(\forall x \in E,\ f(x) > A) \Rightarrow (\exists y \in F,\ y > A)$ (C 709d)

$(\forall x \in E,\ f(x) > A)$ ET $(\forall y \in F,\ y \leq A)$

17) Démonstration de : $\forall x \in]0,\ 1[,\ \exists n \in \mathbb{N}^*,\ 1 - \dfrac{1}{n} > x$ (C 715e)

<u>Soit</u> $x \in]0; 1[$

Heuristique : cherchons $n \in \mathbb{N}^*$ tel que $1 - \frac{1}{n} > x$

$\iff 1 - x > \frac{1}{n} \iff \frac{1}{1-x} < n$ <u>Prenons</u> $n = 1 + \left\lfloor \frac{1}{1-x} \right\rfloor$

- $x < 1 \Rightarrow 1 - x > 0 \Rightarrow 1 + \frac{1}{1-x} \geq 1 \Rightarrow \underline{n \in \mathbb{N}^*}$
- $n > \frac{1}{1-x} > 0 \Rightarrow \frac{1}{n} < 1 - x$ (tt est positif) $\Rightarrow \underline{x < 1 - \frac{1}{n}}$

18) <u>Définition</u> : $x \in A \cap B \iff x \in A$ ET $x \in B$ (C 742c)

19) Soit $f : E \to F$ et $g : F \to E$ deux applications (C 768a)

$f \circ g : \underline{F} \to \underline{F}$ est définie par : $\underline{\forall x \in F,\ (f \circ g)(x) = f[g(x)]}$

20) Montrer que $\forall x > -1,\ \ln(1+x) \leq x$ (C 790b)

$f(x) = \ln(1+x) - x$. f continue et dérivable sur $]-1,\ +\infty[$

$f'(x) = \dfrac{1}{x+1} - 1 = \dfrac{-x}{x+1} < 0 \iff x > 0$

f croissante sur $]-1, 0]$ et décroissante sur $[0, +\infty[$
donc a pour maximum $f(0) = 0$

Donc $\forall x > -1,\ f(x) \leq 0$ donc $\ln(1+x) \leq x$ pour $x > -1$

21) LP avec $\sqrt{\ }$: $\displaystyle\lim_{x \to 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x} = \frac{1}{2}$ (C 805a)

22) Vrai ou faux ? ...**VRAI** (C 823c)

$f = o(h)$ et $g = o(h)$ en $a \Rightarrow f.g = o(h^2)$ en a

En effet $f = o(h)$ et $g = o(h) \Rightarrow \dfrac{f(x)}{h(x)} \to 0$ et $\dfrac{g(x)}{h(x)} \to 0$

$\Rightarrow \dfrac{f(x)}{h(x)} \cdot \dfrac{g(x)}{h(x)} \to 0 \Rightarrow f.g = o(h^2)$

23) Vrai ou faux ? ...**VRAI** (C 836b)

Si $f \underset{a}{\sim} g$ alors $\sqrt{f} \underset{a}{\sim} \sqrt{g}$

24) $3x^2 - 4x^3 \underset{x \to +\infty}{\sim} -4x^3$ (car $x^2 = o(x^3)$ en $+\infty$) (C 842b)

25) L'ensemble d'arrivée de arcsin est $[-\pi/2,\ \pi/2]$ (C 902b)

26) <u>Définition</u> : f n'est pas décroissante sur I

$\iff \exists (x, y) \in I^2,\ x \leq y$ ET $f(x) < f(y)$ (C 1002a)

27) Soit f dérivable en a (C 1011b)

Alors $\quad f'(a) = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x) - f(a)}{x - a} = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$

28) On a le tableau de variations suivant : (C 1035)

x	$-\infty$		3		$+\infty$
			5		
f		$\nearrow$		$\searrow$	
	-7				-2

Nombre de solution distinctes de l'équation $f(x) = 6$? 0
Nombre de solution distinctes de l'équation $f(x) = -3$? 1
Nombre de solution distinctes de l'équation $f(x) = -7$? 0